传输概论

（传力・传热・传质）

杨文熊 编著

传 输 概 论

（传力传热和传质）

杨文熊 编著

上海交通大学出版社

内 容 简 介

本书叙述了传力（动量）、传热（能量）和传质（质量）的统一的基本理论，以及该理论在流动中的应用。第一章介绍分子运动论的经典理论和公式；第二、三和四章叙述了传力、传热和传质的统一模型；第五、六、七和八章是前三章的应用，其中第六章是湍流的半经验传输理论和近代的统计理论；第九章介绍多变元的质量传输理论。

本书可供动力、热能、力学、宇航、化工和冶金等各类专业的本科高年级学生或研究生作教学用书或参考书，也可供从事有关专业的科技人员参考。此外，为了教学或自学方便，在书后附有若干习题，以供练习。

传 输 概 论

上海交通大学出版社出版

（淮海中路1984弄19号）

新华书店上海发行所发行

浙江上虞汤浦印刷厂排版

江苏太仓印刷厂印装

开本85[illegible]1168毫米 1/32 印张9.5 字数211000

19[illegible]10月第1[illegible] 1988年1月第1次印刷

印数：1-[illegible]100

ISBN7-313-00284-X/O·3　　科技书目：179-272

定价：2.15元

序　言

近几十年来传输(有时称输运或传递)现象及其理论的研究进展十分迅速。除了以分子运动为基础来研究流体要用到传输理论外,一些边缘领域如燃烧、环境科学、中子扩散和光子辐射等也离不开传输理论。

本书的特点是以分子运动论为基础把传力(动量)、传热(能量)和传质(质量)统一为传输问题,并从理论到应用上加以阐明。内容安排力求由浅入深。第一章简单介绍分子运动论的经典原理和一些基本公式,并为以后各章所应用;第二、三和四章叙述了传力、传热和传质的统一模型以及它们不同的特征;由于传输还与湍流现象密切相关,故在第六章中单独介绍了湍流的半经验理论和部分的统计理论;第五、七和八章着重介绍传输理论在各领域中的应用;第九章介绍了多变元的质量传输问题。在以上的章节中同时也介绍了作者在某些领域中所作的部分理论和试验工作。

传输理论的发展在国际上方兴未艾,但在国内尚未形成一门独立的学科,也未见有系统的合适教材或参考书。本书是上海交通大学工程力学系和船舶动力系的研究生教材,讲授多年,效果良好。此外,本书也可供物理、化学、动力、力学等专业的大学本科高年级学生和有关的研究人员作教材或参考书。为此,书末备有若干习题,以供练习。

作者感谢美国纽约大学(NYU)应用科学系主任、本人的导师V. Zakkay教授、上海交通大学船舶动力系、工程力学系

顾尔祚副教授和华东化工学院的吴民权副教授对本书提出了宝贵的意见。

由于作者水平所限，一定还存在着不少错误，诚望读者批评指正。

编著者　1988年8月
于上海交通大学

目　录

附 录

第一章　分子运动论概论

一、引　　言

在第一章中，我们将要讨论气体分子的运动理论，尤其是要讨论气体分子运动理论的一些基本概念和公式。为此，我们首先回顾一下气体动力学的基本假定。

读者可能还记得在建立流体或气体力学各方程式时，首先是在流场中划出一个微元体。由于进入和流出该微元体的流体质量守恒，便可得到一个方程，叫做“连续方程”。类似地，在研究该微元体上的动量和能量的平衡时，可得到相应的“纳维-斯托克斯”(Navier-Stokes)方程和能量方程。由于该微元体是在流场中任意划出的，并可无限地加以缩小，因此所得到的这些方程式，是以连续导数的形式出现的。这表明，讨论的前提是以连续介质为基础的。这种以连续形式出现的导数运算是分析数学的内容，把这种导数运算运用到流体介质中来描述介质运动的理论叫做“连续介质力学”。不论连续介质指的是流体或固体，都可以这样作。

上述的这些方程是适用于这一个微元体，但这个微元体是在流场中任意取的，所以对其紧邻的另一个微元体当然也是适用的。因此，如果考察的流体是同一介质，则这些方程对确定范围内流体介质中的所有微元体都可适用。这里需注意的是，这种力学关系没有考虑到介质物质是如何组成的，因而它们是一

种近似性的理论。但在一般情况下，特别在工程上，这种近似的精确度已能够符合要求。

如上所述，连续介质力学以一微元体为基础来考察流动和物体表面上的受力情况，但从流体是由分子组成的观点来看，这微元体中仍包含着大量的分子。这就是说，连续介质力学是在取无限小的微元体建立力学方程组时，微元体绝对不能小到没有分子或者只包含几个分子。因此以上所采用的连续介质模型乃是宏观性质的(macro-scopic)。宏观性质，如压力(压强)、流速等等是研究中所需要的。这些宏观性质的力学量实际上是对微元体取平均值所得，是在微元体上反映出来的力学量。但在实际的测量中，采用了如“毕托管”(Pitot tube)感受器等测试手段，仪器显示出来的读数显然都是平均量。

处理流体力学问题(尤其是气体动力学)，一般是以经验确定流体的宏观性质为基础的，而气体分子运动论是从物质由分子组成的这一微观事实出发，以分子运动力学为基础来表示气体的动力学性质的。只要知道了气体内部以及边界上和分子之间的作用力，分子运动论便能计算出气体的整个运动过程，由此可建立起物质的宏观力学性质与个别分子运动特性之间的联系。气体分子运动论还能解释气体的状态方程以及温度和热的概念。本 企图用气体分子运动论来描述分子的传输过程，如动量、能量和质量的传输过程这三者的关系，也就是应力和变形速率之间，热流和温度梯度之间以及质量流与浓度梯度之间的关系。由此有可能判断出这些关系之间的适用范围(即线性关系的范围)，也就是纳维-斯托克斯方程适用的范围。

气体分子运动论的任务是直接从气体的分子运动出发来求解一个典型的质点动力学问题，即给定作用力和初始条件后，求

解质点运动方程组。但是对于气体分子运动论中的多体问题（初始条件未知，这种条件事实上是随机的），不可能求得某个给定分子的运动。实际上，确定单个分子的运动并没有什么实际意义，因为气体分子运动论的目的还是要求出平均的宏观属性，而这种平均的宏观属性是全部分子联合作用的结果。为实现这一点，气体分子运动论在解决力学问题时采用了概率论和统计的方法。

麦克斯韦（Maxwell）、玻耳兹曼（Boltzmann）和克劳修斯（Clausius）（1857～1880）等人建立了气体分子运动论。这一理论在当时受到很多人的反对和非议。自从出现了超高速飞行并进入了宇宙航行时代，气体动力学产生了新分支，即稀薄空气动力学，分子运动论受到了人们的普遍重视，并有所发展。对过去所考虑的连续介质的概念必须加以修正或予以抛弃（这反映在方程组和边界条件等方面）而代之以气体运动论。

本章将简要地叙述气体分子运动论的基本概念和介绍一些最重要的基本公式，以供下面各章论述时所用。作者认为本书的读者在过去已经学过了分子运动论，例如在普通物理学中由分子运动论推导理想气体状态方程式等等。然而这些还是不够的，还必须进一步研究气体分子运动论的主要内容，其中包括某些重要概念和分析方法，以便熟练地掌握动量、能量和质量传输的基本过程。

二、概率和平均值

在气体分子运动论中使用的概念可用掷骰子的问题来描述。设用两个质量分布完全均匀以及几何形状也完全相同的立

方体作为骰子试掷。假定骰子 A 示数为 5，骰子 B 的示数为 2，则我们可以把这一次掷出的 A，B 两颗骰子的示数作为 x、y 坐标，在 $x-y$ 平面图上表示一次得分（图1-1）。图中 x 轴表示骰子 A 示数的轴，y 轴表示骰子 B 示数的轴。由于两个骰子质量均匀，立方体又是完全相同的，那么平面图内任一网格的得分都不能多

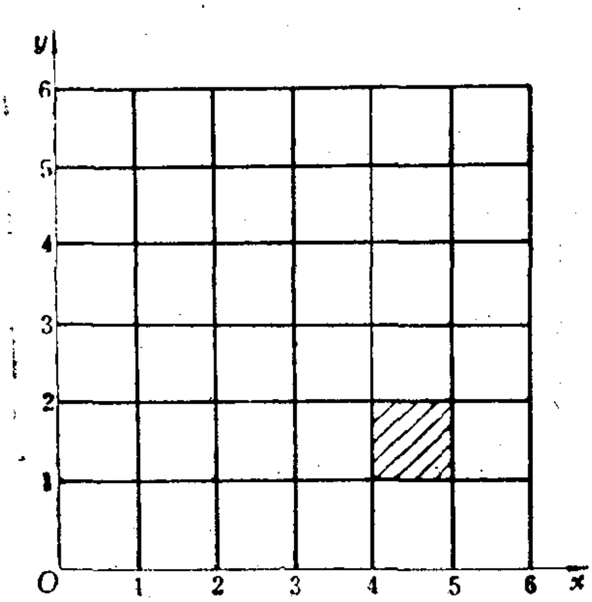

图 1-1

于其他的网格，即在 $x-y$ 平面上得分的分布是均等的。这时我们就说每一网格有相等的“权”（weight）。36 个网格全部都有相等的权。因此，对每对特定的示数（例如在这里的 (5,2)）出现的概率就为

$$P_R(5,2)=\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{36}, \tag{1-1}$$

这里任一组合 (x,y) 的概率都是 1/36。当然，这是指具有足够多的投掷次数时的概率。一般说来，这对示数问题的概率是每一块网格的面积比总面积，即

$$P_R(x,y)=\frac{A_{xy}}{A_t}=\frac{A_{xy}}{\sum\limits_x\sum\limits_y A_{xy}}\text{。} \tag{1-2}$$

如果有两颗骰子质量分布不均匀，则质量中心不会在几何形心的位置上，那么在投掷时有几个位置(x,y)出现的机会偏多，而另外几个出现的机会偏少，这说明每对示数出现的机会是不一样的。这一点在分子运动论中是十分重要的概念。我们说每对示数出现的机会不一样就是表示每对示数的权不一样。若用$\phi(x,y)$表示某对示数$A(x,y)$的权，那么$A(x,y)$加权后出现的概率应为

$$P_R(x,y)=\frac{\phi(x,y)A_{xy}}{\sum\limits_x\sum\limits_y\phi(x,y)A_{xy}}\text{，} \tag{1-3}$$

若设权 $\phi(x,y)=$常数，则(1-3)式就是(1-2)式，即每对示数有同等的权。

现在根据概率的意义可以着手计算各种“平均值”。将(1-3)式乘上x，则表示面积矩$x\phi(x,y)A_{xy}$出现的概率为$x\cdot P_R(x,y)$，再对x,y求和得

$$\sum_x\sum_y x\cdot P_R(x,y)=\frac{\sum\sum x\phi(x,y)A_{xy}}{\sum\limits_x\sum\limits_y\phi(x,y)A_{xy}} \tag{1-4}$$

则$\sum\limits_x\sum\limits_y xP_R(x,y)$便是指$x$经过多次出现的平均值$\overline{x}$。倘若$A_{xy}$是指一个微小的面积，则在取极限的情况下$\overline{x}$便为

$$\overline{x}=\frac{\iint x\phi(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y}{\iint\phi(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\text{。}}\text{。} \tag{1-5}$$

一般而言，通过概率来求平均值的并不限于x，对任意的函数$F(x,y)$也可用此法来求其平均值$\overline{F}(x,y)$，本书中$F(x,y)$是具有实际物理意义的，关于这一点将在以后明显地

看到。按(1-5)式可得 $F(x,y)$ 的平均值$\overline{F}(x,y)$

$$\overline{F}(x,y)=\frac{\iint F(x,y)\phi(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y}{\iint\phi(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y}。\tag{1-6}$$

若我们所指的是三元空间 (x,y,z)，那么对某个三元函数 $F(x,y,z)$在求它的平均值时，(1-6)式同样可有

$$\overline{F}(x,y,z)=\frac{\iiint F(x,y,z)\phi(x,y,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z}{\iiint\phi(x,y,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z}。\tag{1-7}$$

权函数$\phi(x,y,z)$的物理意义是要予以研究的。对于我们提出的问题来说，$\phi(x,y,z)$ 实际上是骰子质量分布的函数，所以是一个力学的问题。因而当给定初始条件后就可以确定骰子运动的规律。然而骰子在被投掷时需要确定的初始条件是随机性的，所以又需要引进统计学原理，这和分子运动的问题中如何确定其初始条件一样具有十分类似的性质。因此，一般地说，必须把力学定律和统计学定律结合起来。

这里再指出一点，在概率论里或在我们将介绍的分子运动论中，求某一个物理量的平均值具有特别的重要性。因为权函数一旦被确定，要求分子的平均运动(例如分子的平均速度或其平均自由程)就要应用到(1-7)式这一普遍形式。

三、Maxwell的速度分布函数

设要研究的是包含在容积为V 的容器中的气体，该气体处于热力学的平衡状态，因此气体的状态由状态参数 p、ρ、和 T 所确定。

分子运动论的观点认为，在容器壁面上的压力(压强)是气体分子对其“连续”碰撞的结果， 气体的温度则由气体分子的平

均动能所确定，而密度是单位体积中分子数与每一个气体分子质量的乘积。上述的 p、ρ 和 T 都是分子作用的平均值。这些量的计算都与分子运动的速度有关。所以我们不能采用空间位置的权函数，而须改用速度权函数 $\phi(u,v,w)$，这就是说分子运动的速度在速度相空间 (u,v,w) 上并不都是相同的。根据第二节中的叙述，若分子速度分量的增量为 $\mathrm{d}u$、$\mathrm{d}v$、$\mathrm{d}w$，则某一分子处在微分速度体积元 $\mathrm{d}u\,\mathrm{d}v\,\mathrm{d}w$ 内（即一分子在速度分量 u 及 $u+\mathrm{d}u$、v 及 $v+\mathrm{d}v$ 和 w 及 $w+\mathrm{d}w$ 之间）的概率等于

$$P_B(u,v,w)=\frac{\phi(u,\ v,\ w)\mathrm{d}u\,\mathrm{d}v\,\mathrm{d}w}{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\phi(u,v,w)\mathrm{d}u\,\mathrm{d}v\,\mathrm{d}w},$$

u 的平方平均值为

$$\overline{u^2}=\frac{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}u^2\phi(u,\ v,\ w)\mathrm{d}u\,\mathrm{d}v\,\mathrm{d}w}{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\phi(u,v,w)\mathrm{d}u\,\mathrm{d}v\,\mathrm{d}w}。\tag{1-8}$$

也可以仿照上式求 u 平均值的表示式。这里的 $\phi(u,v,w)$ 是著名的“麦克斯韦速度分布函数”。从积分表示式内看到，在所有的速度区间 $(-\infty\to\infty)$ 中完全可以肯定 $\phi(u,\ v,\ w)$ 只能是一个随着 u、v 和 w 的增加而迅速衰减的函数，它不可能是一个常数值。

分子运动论的问题之一就是从力学和统计学的基础出发来确定 $\phi(u,v,w)$。关于处于平衡状态下的气体问题比较简单，我们把 $\phi(u,v,w)$ 表达成麦克斯韦形式，即

$$\phi(u,v,w)=A\mathrm{e}^{-\beta(u^2+v^2+w^2)}\tag{1-9}$$

上式中的 u、v、w 指的是速度空间中的直角坐标值，A 与 β 都是与 u、v 和 w 无关的常数。由于 $\phi(u,v,w)$ 是分子速度的分布

函数，而 $\phi \mathrm{d}u\,\mathrm{d}v\,\mathrm{d}w$ 是表示一切分子在微小速度区间 $\mathrm{d}u\,\mathrm{d}v\mathrm{d}w$ 中出现的概率，因此按概率的概念在整个速度范围内有

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\phi(u,v,w)\mathrm{d}u\,\mathrm{d}v\,\mathrm{d}w=1 \qquad (1\text{-}10)$$

则称该表达式为对函数 $\phi(u,v,w)$ 的"归一化"。以(1-10)式为条件可决定 ϕ 中的 A 和 β 值，因为由(1-9)式知

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} A\cdot \mathrm{e}^{-\beta(u^2+v^2+w^2)}\mathrm{d}u\,\mathrm{d}v\,\mathrm{d}w=1。$$

又由于 u、v、w 各自独立，故整个积分可分解为三个积分乘积。其中对 u、v 和 w 各有

$$\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{-\beta u^2}\mathrm{d}u=\sqrt{\frac{\pi}{\beta}}\ ;\quad \int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{-\beta v^2}\mathrm{d}v=\sqrt{\frac{\pi}{\beta}}\ ,$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{-\beta w^2}\mathrm{d}w=\sqrt{\frac{\pi}{\beta}}$$

把这些式子代入上式，则得

$$A=\left(\frac{\beta}{\pi}\right)^{3/2}。 \qquad (1\text{-}11)$$

以下我们将要建立 β 与速度平方平均值的关系式。因为从麦克斯韦的速度分布来看，β 的量纲必是速度量纲平方的倒数，故从(1-8)式和(1-10)式知：

$$\overline{u^2}=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}u^2\phi(u,v,w)\mathrm{d}u\,\mathrm{d}v\,\mathrm{d}w$$

$$=\left(\frac{\beta}{\pi}\right)^{3/2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}u^2\mathrm{e}^{-\beta(u^2+v^2+w^2)}\mathrm{d}u\,\mathrm{d}v\,\mathrm{d}w$$

$$=\left(\frac{\beta}{\pi}\right)^{1/2}\int_{-\infty}^{\infty}u^2 e^{-\beta u^2}du.$$

应用积分号下被积函数对称的性质并结合分部积分法，可得

$$\int_{-\infty}^{\infty}u^2 e^{-\beta u^2}du=2\int_0^{\infty}u^2 e^{-\beta u^2}du=-\frac{1}{\beta}\int_0^{\infty}ue^{-\beta u^2}d(-\beta u^2)$$

$$=\left(-\frac{u}{\beta}e^{-\beta u^2}\right)\Big|_0^{\infty}+\frac{1}{\beta}\int_0^{\infty}e^{-\beta u^2}du$$

$$=\frac{1}{2\beta}\left(\frac{\pi}{\beta}\right)^{1/2},$$

所以

$$\overline{u^2}=\left(\frac{\beta}{\pi}\right)^{1/2}\cdot\frac{1}{2\beta}\left(\frac{\pi}{\beta}\right)^{1/2}=\frac{1}{2\beta},$$

同样可得 $\overline{v^2}=\overline{w^2}=\dfrac{1}{2\beta}$。

下面用麦克斯韦的速度分布来求分子传输的几个重要的物理量。

（一）分子的平均速度 $\overline{c}$

显然，由于我们已经找到 $\overline{c^2}$ 的三个分量，故有

$$\overline{c^2}=\overline{u^2}+\overline{v^2}+\overline{w^2}=\frac{3}{2\beta},$$

因此

$$\beta=\frac{3}{2}\left(\frac{1}{\overline{c^2}}\right)。\tag{1-12}$$

另外，从分子运动论中知道 $\overline{c^2}$ 与温度 T 的关系为