面向21世纪课程教材
Textbook Series for 21st Century

理论力学

洪嘉振 杨长俊 编著

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

面 向 2 1 世 纪 课 程 教 材
Textbook Series for 21st Century

理论力学

洪嘉振　杨长俊　编著

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

(京)112号

图书在版编目(CIP)数据

理论力学/洪嘉振,杨长俊编著.—北京:高等教育出版社,1999

面向21世纪课程教材

ISBN 7-04-007473-7

Ⅰ.理… Ⅱ.①洪… ②杨… Ⅲ.理论力学-高等学校-教材 Ⅳ.031

中国版本图书馆CIP数据核字(1999)第68090号

理论力学

洪嘉振 杨长俊 编著

出版发行	高等教育出版社		
社　址	北京市东城区沙滩后街55号	**邮政编码**	100009
电　话	010-64054588	**传　真**	010-64014048
网　址	http://www.hep.edu.cn		
经　销	新华书店北京发行所		
排　版	高等教育出版社照排中心		
印　刷	中国科学院印刷厂		
纸张供应	山东高唐纸业集团总公司		
		版　次	1999年12月第1版
开　本	787×960 1/16	**印　次**	1999年12月第1次印刷
印　张	22.25	**总定价**	34.40 元
字　数	410 000	**(附光盘)**	

面向21世纪课程教材

上海普通高校"九五"重点教材

内容简介

本书是教育部“高等教育面向21世纪教育内容和课程体系改革计划”的研究成果，是面向21世纪课程教材和教育部工科力学“九五”规划教材。作者力图通过本书对已有大学物理力学基础的学生，培养他们具备对复杂工程对象正确建立力学模型的能力；具备对这些力学模型进行静力学、运动学与动力学瞬时或过程分析的能力，具备利用理论力学的基本概念判断分析结果正确与否的能力。为此，教材中对传统理论力学的内容进行了精选，增加了利用计算机程式化处理工程对象力学性态的基本原理与方法。本书是一本全新构思的教材，对传统的理论力学体系与教学内容作了较大的改进。

教材中许多概念采用了矢量与矩阵并重的表达方式，不仅物理意义明确，而且便于计算机数值计算。运动学从刚体运动学出发，用矢量几何与矢量代数两种方法处理点和刚体的运动学关系。矢量动力学与分析力学重点介绍动力学的基本定理、建立动力学模型的方法与动力学性态的瞬时分析技术。静力学按动力学的特殊情况处理。教材中专门安排两章介绍先进的复杂机械系统运动学、动力学与静力学程式化建模的基本原理与处理问题的方法，并且可利用配套的计算机辅助教学软件《理论力学问题求解器》培养利用软件解决工程实际问题的能力。

本书可作为高等院校工科机械类各专业学生学习理论力学的教科书，也可作为从事机械工程、航空航天工程与车辆工程等领域工程技术人员知识更新的参考书。

序

很难预见在未来的21世纪对大型工程设计与优化将有怎样的需求，但总是要充分利用计算技术不断提高工程设计的效率、加快产品的更新、提高产品的性能与减小投资风险。近年来提出的虚拟设计的思想，是达到上述目标的探索。实现此目的将涉及多门学科，而对工程对象运动与控制性态的分析及优化是虚拟设计的基础。理论力学作为一门技术基础课程，面对工程复杂机械系统运动学、动力学与静力学性态的分析与优化的需求，传统的教学内容与课程体系必须进行改革。著者试图在这方面作些探索。

我们认为理论力学作为一门技术基础课，它的基本任务应该是在原来学生已有的力学基础上，培养学生具备对复杂(包括简单)工程对象正确建立力学模型的能力，具备对这些力学模型进行静力学、运动学与动力学(包括瞬时与过程)分析的能力，具备利用理论力学的基本概念判断分析结果正确与否的能力。为了达到上述目标，面对传统的理论力学的体系与教学内容，首先要做减法，减去与物理重复的教学内容，减去与理论力学问题瞬时与过程分析无用的一些概念；然后是如何叙述传统理论力学中保留的内容和增加哪些面向21世纪的内容，以及如何将两者贯通成为一个体系。我们认为传统的理论力学中的大部分基本概念与基本方法必须按照三个能力的培养目标予以取舍，部分内容改写的目的是与面向21世纪新内容接轨。具体表现在以下几个方面：

1. 引入矩阵工具，通过矢量代数与矩阵运算的结合，不仅使理论力学基本概念的数学描述变得简洁，而且便于数值分析的实现；

2. 以刚体与刚体系为课程的主要研究对象，教学内容以运动学与动力学为主，静力学作为动力学的特殊情况处理；

3. 精选矢量力学与分析力学的内容，使学生掌握运动学与动力学瞬时分析的基本概念与方法，培养他们判断与分析运动学与动力学现象的能力；

4. 强化运动学与动力学过程分析的程式化数学模型的建立，运动学以约束方程为主线，动力学以第一类拉格朗日方程为主线，实现运动学、动力学与静力学的贯通，理解当前国际先进的计算机辅助分析软件的基本原理；

5. 培养学生正确合理地将工程对象定义为刚体系力学模型的能力，并且能利用软件进行运动学、动力学与静力学分析问题。为了实现上述目标，本书附有电子出版物：计算机辅助教学软件《理论力学问题求解器》，在使用的方法上与大

型工程应用软件接轨。

本书共分7章。第1章为数学基础,其内容是介绍矢量代数与矩阵的最基本的概念,统一在书中将要使用的符号。重点使学生建立矢量基(坐标系)相互关系。第2章是运动学,由于运动学的切入点不是点,而是刚体,故与传统理论力学中的运动学相比有较大变动。这样介绍的优点可用较少的学时完成传统教材中相关的内容,同时为后续内容打下基础。第4章的矢量动力学基础与第6章的分析力学基础,包括了传统理论力学中动力学与分析力学中的大部分内容。通过学习使学生掌握动力学的基本概念与方法,掌握动力学瞬时分析的能力。与传统的教材不同的是力的概念在第4章中引入,是作为动力学中两个重要的概念(即力与惯量)之一进行介绍。笔者将静力学的力系平衡概念压缩在第4章中作为一节处理,因为这些概念学生已经建立,在理论力学中不再赘述。而静力学的平衡概念安排在第6章虚位移原理中作详细介绍。目录中的第3章与第7章是为面向21世纪增加的新内容。使学生掌握复杂机械系统运动学、动力学与静力学分析程式化建模与处理问题的基本原理与方法。

上述做法的设想早在两年前曾与北京航空航天大学王琪教授、清华大学的李俊峰教授与哈尔滨工业大学的赵经文教授共同讨论,得到理论力学界前辈谢传锋教授与梅凤翔教授的鼓励,教育部基础力学课程指导小组组长范钦珊教授给予了有力的支持。本书在撰写的过程中引用了刘延柱教授与吴镇教授编写的理论力学教材中的例题与习题。梅凤翔教授、刘延柱教授与王琪教授还对全书进行审阅,提出了许多宝贵的意见。在本书正式出版之际,著者要感谢上述各位的关心与帮助。

理论力学教学内容与体系改革是一项长期与艰巨的工程,需要有志于理论力学教学改革的同仁共同奋斗。本书作为教育部"高等教育面向21世纪教学内容和课程体系改革计划"中"力学系列课程教学内容和体系改革的研究与实践"项目的研究成果之一奉献给读者,只是著者的一种努力。至于这种改革的方案是否符合实际还需在今后的教学实践中不断地完善。

全书各章由洪嘉振教授执笔,杨长俊副教授在全书的内容安排、筛选上提出了重要的意见,并且设计与安排了绝大部分习题。研究生韩兴华、杨辉与朱国强为完成《理论力学问题求解器》作了大量的工作。本书初稿完成后曾在上海交通大学机械工程专业本科生中试用,根据试用结果对初稿进行了修改,形成了本书稿。

由于著者的水平有限,书中的错误和疏漏之处在所难免,恳望读者指教。

洪嘉振　杨长俊

1999年6月于上海交通大学

主要符号表

说明：

1．本书中的数学与物理量涉及到标量、矢量、标量矩阵与矢量矩阵等4种。在实施国家标准《量和单位》(GB 3100～3102—93)的过程中发现，如果上述各种量出现在同一表达式中将无法区分。为此，在保证执行国家标准的前提下作如下约定：标量用白斜体字母表示，例如 d，D；标量矩阵用黑斜体表示，例如 $\boldsymbol{d}$，$\boldsymbol{D}$；矢量用白斜体字母上加一箭头表示，例如 $\vec{d}$；矢量矩阵在国标中没有规定，根据上述约定，黑斜体字母上加一箭头表示矢量矩阵，例如 $\vec{\boldsymbol{d}}$。

2．一矢量与它的模，以及在某一坐标系下坐标阵和坐标方阵在本书中经常同时出现，为了便于理解与表达，约定一矢量与它的模、坐标阵和坐标方阵用相同的斜体字母表达，区别是矢量用白斜体字母上加一箭头表示，例如 $\vec{d}$；该矢量的模用该字母的白斜体表示，即 d；该矢量的坐标阵用该字母的黑斜体表示，即 $\boldsymbol{d}$；该矢量的坐标方阵用该字母的黑斜体上加波浪号表示，即 $\tilde{\boldsymbol{d}}$。

$\vec{0}$	零矢量
$\mathbf{0}$	零矩阵
$\mathbf{1}_n$	元素为1的 n 阶列阵
$\mathbf{A}$	矩阵 $\mathbf{A}$，方向余弦阵
$(\mathbf{A}_{ij})_{m\times n}$	$m\times n$ 阶矩阵 $\mathbf{A}$
$\mathbf{A}^{ij}$	基 i 相对于基 j 的方向余弦阵
$\mathbf{A}^{i}$	基 i 相对于公共基的方向余弦阵
$\vec{a}$	加速度矢量，连体基基点或刚体质心的加速度矢量
$\vec{a}_P$	点 P 的绝对加速度矢量
$\vec{a}_P^{C}$	点 P 的科氏(科里奥利)加速度矢量
$\vec{a}_P^{r}$	点 P 的相对加速度矢量
$\vec{a}_P^{e}$	点 P 的牵连加速度矢量
$\vec{a}_{\alpha P}$	点 P 的转动牵连切向加速度矢量
$\vec{a}_{\omega P}$	点 P 的转动牵连法向加速度矢量
B_i	刚体 i，物体 i

c	粘性摩擦因数
C_i	刚体 i 的质心
$\mathrm{d}\boldsymbol{q}$	实位移(列阵)
$\mathrm{d}\boldsymbol{q}^*$	可能位移(列阵)
$\mathrm{d}W_k$	力 $\vec{F}_k$ 所作的元功
e	恢复因数
$\vec{\boldsymbol{e}}$	矢量基(简称基),矢量列阵
$\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3$	矢量基的 3 个基矢量
$\vec{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{r}}$	矢量基 r,参考基
$\vec{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{b}}$	矢量基 b,连体基
f_{s}	静摩擦因数
f	动摩擦因数
$\vec{F}$	力,外力
$\vec{F}^{\mathrm{a}}$	主动力
$\vec{F}^{\mathrm{n}}$	理想约束力,理想约束力的主矢
$\vec{F}^{\mathrm{I}}$	惯性力
$\vec{F}^{\mathrm{e}}$	牵连惯性力
$\vec{F}^{\mathrm{C}}$	科氏(科里奥利)力
$\vec{F}^*$	(达朗贝尔)惯性力,惯性力主矢
$\vec{F}_{\mathrm{N}}$	法向约束力
$\vec{F}_{\mathrm{f}}$	摩擦力
$\vec{F}_{\mathrm{R}}$	力系的主矢
$\vec{F}_{\mathrm{T}}$	系绳的拉力
$\hat{\boldsymbol{F}}^{\mathrm{a}}$	增广主动力阵
$\hat{\boldsymbol{F}}^{\mathrm{n}}$	增广理想约束力阵
$\hat{\boldsymbol{F}}^{\mathrm{I}}$	增广惯性力阵
$\vec{g}$	重力加速度矢量
$\vec{G}$	重力
$\boldsymbol{H}$	影响系数矩阵
H_i	铰 i
$\boldsymbol{I},\boldsymbol{I}_n$	单位阵,n 阶单位阵
$\vec{I}$	碰撞冲量
J_{Ox},J_{Oy},J_{Oz}	质点系(刚体)关于 Ox,Oy,Oz 轴的转动惯量

$J_{Oxy}(J_{Oyx}),J_{Oyz}(J_{Ozy}),J_{Oxz}(J_{Ozx})$	质点系(刚体)关于 Oxy,Oyz,Oxz 平面的惯性积
k	线弹簧刚度系数
L	拉格朗日函数
$\vec{L}_C$	质点系相对 C 点的绝对动量矩
$\vec{L}'_C$	质点系相对 C 点的相对动量矩
m	质量
$\vec{M}_O(\vec{F})$	力 $\vec{F}$ 对点 O 的矩
$\vec{M}$	力矩,力偶矩
$\vec{M}_C$	外力系对于点 C 的主矩
$\vec{M}_C^a$	主动力系对于点 C 的主矩
$\vec{M}_C^n$	理想约束力系对于点 C 的主矩
$\vec{M}_C^I$	质点系对于质心 C 的惯性力主矩
$\vec{M}_C^*$	(达朗贝尔)惯性力对于点 C 的主矩
$\vec{M}_f$	滚动阻力偶矩
P_k	点 k,质点 k
$\vec{p}$	动量
$\boldsymbol{q}$	坐标(列)阵,刚体的位形坐标(列)阵
$\dot{\boldsymbol{q}}$	实速度(列阵)
$\dot{\boldsymbol{q}}^*$	可能速度(列阵)
Q_j	主动力关于广义坐标 w_j 的广义力
$\vec{r}_P$	点 P 的矢径
T	动能
$\boldsymbol{u}$	非独立坐标(列)阵
U	势函数,势
$\vec{v}$	速度矢量,连体基基点或刚体质心的速度矢量
$\vec{v}_P^r$	点 P 的相对速度矢量
$\vec{v}_P^e$	点 P 的牵连速度矢量
$\vec{v}_{\omega P}$	点 P 的转动牵连速度矢量
V	势能函数,势能
$\boldsymbol{w}$	独立坐标(列)阵,广义坐标阵
W	力所作的功
$\boldsymbol{Z}$	刚体的增广质量阵
$\vec{\alpha}$	角加速度矢量

δ	自由度数，滚阻系数
δP	虚功率
$\delta \boldsymbol{q}$	虚位移(列阵)
$\Delta \boldsymbol{q}$	速度变更(列阵)
φ	刚体或连体基的姿态角
φ_m	摩擦角
$\boldsymbol{\Phi}$	约束方程组(列阵)
$\boldsymbol{\Phi}^K$	主约束方程组(列阵)
$\boldsymbol{\Phi}^D$	驱动约束方程组(列阵)
$\boldsymbol{\Phi}_q$	约束方程雅可比(矩阵)，列阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 对坐标阵，$\boldsymbol{q}$ 的偏导数
$\boldsymbol{\Phi}_u$	约束方程关于非独立坐标 $\boldsymbol{u}$ 的雅可比(矩阵)
$\boldsymbol{\Phi}_w$	约束方程关于独立坐标 $\boldsymbol{w}$ 的雅可比(矩阵)
$\boldsymbol{\Phi}_t$	速度约束方程的右项(列阵)，列阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 对时间 t 的偏导数
$\boldsymbol{\gamma}$	加速度约束方程的右项(列阵)
$\boldsymbol{\lambda}$	拉格朗日乘子(列阵)
ρ_x, ρ_y, ρ_z	质点系(刚体)对于 Ox, Oy, Oz 轴的回转半径
$\vec{\rho}_P, \boldsymbol{\rho}'_P$	点 P 在连体基上的矢径，该矢径在该连体基上的坐标阵
$\vec{\rho}_i^P, \boldsymbol{\rho}'^P_i$	点 P 在刚体 i 连体基上的矢径，该矢径在该连体基上的坐标阵
$\vec{\omega}$	角速度矢量

责任编辑 黄　毅
封面设计 张　楠
责任绘图 朱　静
版式设计 马静如
责任校对 马桂兰
责任印制 宋克学

目　录

绪　论

现代哲学指出，**运动**是物质存在的形式，是物质固有的属性。它包括物质世界中发生的一切的变化与过程。物质的运动形式是多种多样的，如物体的发光、物质的热传导、电磁场的变化等。物体的机械运动也是物质运动形式之一。所谓**机械运动**是指物体的位置随时间的变动，如物体在空间的位置与姿态的改变、物体的变形以及液体与气体的流动。

力学是研究物体机械运动的科学。由于机械运动不仅存在于我们的周围以及包括人类本身，而且在其他的运动形式中也会伴随着物质的机械运动，因此机械运动是物质运动最基本、最简单的一种。据此，力学不仅可用来解释与分析物体机械运动，而且也是研究物质其他运动形式的基础。这就决定了力学在自然科学中的地位。

众所周知，许多工程技术学科与物体的机械运动密切相关。如机械、车辆、机器人与航空航天器等领域工程对象的主要运动形式就是机械运动，面临大量的力学问题。因此，力学又是这些工程技术学科的基础。

20 世纪以前的很长一段历史时期，人类对机械运动的研究只限于以宏观物体为对象，运动速度远小于光速。这个研究范围的力学称为**经典力学**。它是以17 世纪牛顿(I. Newton)提出的基本定律为基础，故有时也称为**牛顿力学**。当物体运动速度接近于光速时，牛顿力学将不适用，物体运动的规律需要用**相对论**才能解释，这是爱因斯坦(A. Einstein)的贡献。然而，工程中绝大多数的研究对象属牛顿力学的研究范围，故相对论的出现，没有改变经典力学在工程对象机械运动分析中的重要地位。

在研究自然界与工程对象的机械运动时必须对复杂的实际的物理对象进行简化，根据研究的目的定义这些物理对象的力学模型。对于不同形态机械运动的研究产生了不同的力学分支。由于研究的目的不同，在这些分支中的力学模型也各不相同。当物体运动的范围远远大于其本身的大小，或它的形状对其运动的影响可以忽略不计时，那么可将该物体简化为有质量而无几何尺寸的点，这种力学模型称为**质点**。例如在研究天体或卫星在空间的运行轨道时，可将它们定义为质点。如果物体的运动与其尺寸有关，则可将物体定义为由多个质点组成的系统，称这类力学模型为**质点系**。如果在研究物体的运动时，物体的变形可忽略不计，那么该物体力学模型为一种特殊的质点系，即物体内任意两质点的距

离保持不变，称这类质点系为**刚体**。多个刚体组成的系统称为**刚体系**。例如在对大量的机械、车辆等对象进行运动分析时，当构成工程对象各部件的变形对其运动性态影响可不予考虑时，各部件的力学模型可定义为刚体，整个对象为刚体系。质点、质点系、刚体与刚体系通称为**离散系统**，它是理论力学的研究对象。在分析研究物体变形或流体流动的性态时，必须建立另一类力学模型，即物质在空间连续分布的**连续介质**。它是固体力学、流体力学等后续力学课程的研究对象。应该指出，由于连续介质也可视为一种质点系，理论力学中涉及质点系的一些力学普遍规律也适用于连续介质，故理论力学是后续力学课程的研究的基础。

考虑到理论力学不仅要建立力学基本概念与理论，而且要介绍解决实际工程对象的力学问题的方法，故理论力学尽管起源于物理学的一个独立的分支，但在内容上已经大大超出了物理学中的内容。这些内容将包括对复杂(包括简单)工程对象正确力学模型的建立；介绍对这些力学模型进行静力学、运动学与动力学(包括瞬时与过程)分析的方法，以及利用理论力学的基本概念对分析结果的正确性的判断。

理论力学研究的内容包括**静力学**、**运动学**与**动力学**三部分。静力学研究物体在**力系**作用下平衡的规律。运动学是从几何学的观点研究物体运动规律。动力学是研究物体的运动与作用于物体上的力之间的关系。考虑到静止是运动的特殊情况，故可将静力学与动力学贯通。因此本书将静力学的内容安排在动力学中进行介绍。

第 1 章　数学基础

理论力学中的许多概念与表达式涉及到**几何矢量**及其运算。**矢量**的代数描述及其运算将利用**矩阵**这个工具。在许多科技著作中并不区分矢量与矩阵的概念。然而，在理论力学中这两种数学量必须加以区分。为此本章简要介绍本书将要涉及到的有关内容，并统一符号。

1.1　矩阵

1.1.1　矩阵的定义与运算

由于运动学与动力学方程的矩阵表达式远比其他形式的表达式来得简洁，矩阵运算的规范性更适用于计算机编程，本书中的许多关系式将采用矩阵形式表达，为此现将有关矩阵的一些概念作简要的介绍，对一些符号进行约定。

将 $m\times n$ 个标量 A_{ij} 排列成如下的 m 行，n 列的表，将其定义为 $m\times n$ 阶(维)矩阵，用一黑斜体的大写字母来表示，即

$$\boldsymbol{A}\overset{\text{def}}{=}(A_{ij})_{m\times n}\overset{\text{def}}{=}\begin{pmatrix}A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n}\\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2n}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ A_{m1} & A_{m2} & \cdots & A_{mn}\end{pmatrix}\tag{1.1-1}$$

式中，A_{ij} 为矩阵 $\boldsymbol{A}$ 中的第 i 行、第 j 列元素。将矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的第 i 行变为第 i 列，这样得到的 $n\times m$ 阶新矩阵，称其为原矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的**转置矩阵**，记为 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$。例如一 3×5 阶矩阵

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1 & 3 & 2 & 4 & 5\\ 2 & 4 & 3 & 6 & 3\\ 4 & 1 & 4 & 2 & 6\end{pmatrix}\tag{1.1-2}$$

这矩阵的转置矩阵为 5×3 阶矩阵，即

$$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}=\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 3 & 4 & 1\\ 2 & 3 & 4\\ 4 & 6 & 2\\ 5 & 3 & 6\end{pmatrix}\tag{1.1-2$'$}$$