

初等数学和微积分初步



山东人民出版社

初等数学和微积分初步

山东工学院数学教研室编

山东人民出版社
一九七九年·济南

表

初等数学和微积分初步
山东工学院数学教研室编

*
山东人民出版社出版
山东省新华书店发行
山东新华印刷厂印刷

*
787×1092毫米16开本 25印张 563千字
1976年11月第1版 1979年1月第3次印刷
印数：51,001—151,000
书号 7099·20 定价 2.56元

前　　言

根据我省七·二一工人大学师生的需要，我们编写了这本《初等数学和微积分初步》，作为机电系统七·二一工人大学的试用教材，也可供其他系统的七·二一工人大学的师生学习参考。在使用本教材时，各专业可根据教学的需要作适当的取舍。

本书是在我院原有数学教材的基础上编写的。在编写过程中，邀请了我省机械系统十多所七·二一工人大学的数学教师、工人学员与我们一起，共同讨论确定了本教材的内容，特此表示衷心感谢。

本书包括初等代数、平面几何、平面三角、平面解析几何和微积分初步等五篇内容，每一章、节后面都附有一部分习题和复习题。在编写时，我们力求深入浅出，说理清晰，通俗易懂，理论联系实际，注意选用机电系统生产中的一些实际例子。但由于我们水平有限，又缺乏实践经验，书中可能存在不少缺点和错误，恳切期望广大读者批评指正。

山东工学院数学教研室

1978年9月

目 录

第一篇 初等代数	(1)
第一章 实数	(1)
第一节 正数和负数	(1)
第二节 乘方和开方	(11)
第二章 代数式	(20)
第一节 代数式的概念.....	(20)
第二节 整式的加减法.....	(23)
第三节 整式的乘法	(26)
第四节 因式分解	(32)
第五节 分式	(36)
第六节 二次根式	(40)
第三章 代数方程	(47)
第一节 一元一次方程.....	(47)
第二节 二元一次方程组	(54)
第三节 一元二次方程	(61)
第四章 指数和对数	(71)
第一节 指数概念的推广	(71)
第二节 对数	(76)
第三节 计算尺简介	(88)
第五章 简单函数及其图象	(96)
第一节 变量和函数	(96)
第二节 函数的图象	(100)
第三节 幂函数	(104)
第四节 指数函数和对数函数	(110)
第二篇 平面几何	(115)
第六章 三角形	(115)
第一节 角	(115)
第二节 垂线和平行线	(119)
第三节 三角形	(123)
第四节 几种常见三角形的性质、勾股定理	(129)
第五节 相似三角形	(135)
第七章 圆	(144)

第一节 圆的性质	(144)
第二节 相切	(149)
第三节 弧度制, 弧长和扇形的面积	(154)
第三篇 平面三角	(161)
第八章 锐角三角函数	(161)
第一节 锐角三角函数	(161)
第二节 直角三角形的解法及其应用	(171)
第九章 任意角的三角函数	(179)
第一节 任意角三角函数的概念	(179)
第二节 任意角三角函数值的计算	(183)
第三节 斜三角形的解法	(192)
第四节 三角函数的图象	(197)
第十章 反三角函数	(206)
第一节 反正弦函数	(206)
第二节 反余弦函数和反正切函数	(209)
第十一章 三角恒等式	(213)
第一节 基本恒等式	(213)
第二节 两角和与差的公式	(214)
第三节 倍角公式和半角公式	(218)
第四节 和差化积公式和积化和差公式	(221)
第十二章 矢量和复数	(224)
第一节 矢量及其运算	(224)
第二节 复数及其运算	(230)
第四篇 平面解析几何	(239)
第十三章 曲线和方程、直线	(239)
第一节 曲线和方程	(239)
第二节 直线	(242)
第十四章 二次曲线	(253)
第一节 圆, 坐标轴的平移	(253)
第二节 椭圆	(257)
第三节 抛物线	(262)
第四节 双曲线	(267)
第十五章 参数方程和极坐标	(274)
第一节 参数方程	(274)
第二节 极坐标	(278)
第五篇 微积分初步	(289)
第十六章 导数和微分	(289)
第一节 极限和连续	(291)

第二节	导数和微分的概念	(297)
第三节	微分法	(301)
第四节	导数的应用	(308)
第十七章	积分	(319)
第一节	定积分的概念	(319)
第二节	微积分基本公式	(326)
第三节	积分法	(330)
第四节	定积分的应用	(338)
附录:	(344)
一、	几何图形的面积和体积	(344)
二、	简单积分表	(347)
三、	习题答案	(354)

第一篇 初等代数

第一章 实 数

第一节 正数和负数

一、正负数的概念

1. 正数和负数

在三大革命运动实践中，我们经常会遇到具有相反意义的量，例如：

温度的零上与零下；水位的上升与下降；产量的增加与减少；财政的收入与支出；……

为了区别这些相反意义的量，我们把一种意义的量看作是正量，用算术中的数表示它们，有时也在这些数前面添上“+”（读作“正”）号，如 $+ \frac{1}{2}$, + 4, + 6 等，这样的数叫正数；把另一种和它相反意义的量看作是负的量，用算术中的数前面添上“-”（读作“负”）号来表示它们，如 $- \frac{1}{2}$, - 4, - 6 等，这样的数叫负数。

例 1 用正数和负数来表示下列具有相反意义的量：

- (1) 摄氏零上 4 度与摄氏零下 4 度；
- (2) 水位上升 4 厘米与水位下降 5 厘米；
- (3) 某生产队卖余粮收入 1000 元与买化肥支出 36 元。

解：(1) 如果把摄氏零上 4 度记作 $+ 4 (^{\circ}\text{C})$ ，那末摄氏零下 4 度就记作 $- 4 (^{\circ}\text{C})$ ；

(2) 如果把水位上升 4 厘米记作 + 4 (厘米)，那末水位下降 5 厘米就记作 - 5 (厘米)；

(3) 如果把收入 1000 元记作 + 1000 (元)，那末支出 36 元就记作 - 36 (元)。

例 2 工人师傅加工一根直径为 30 毫米的轴，规定加工后，轴的直径最大不能比 30 毫米大 0.02 毫米，最小不能比 30 毫米小 0.01 毫米，试用正负数表示这两种偏差。

解：如果把比 30 毫米大 0.02 毫米的偏差记作 + 0.02 (毫米)，那么比 30 毫米小 0.01 毫米的偏差就记作 - 0.01 (毫米)。

在图纸上一般用 $\phi 30^{+0.02}_{-0.01}$ 表示。+ 0.02 叫做上偏差，- 0.01 叫做下偏差。

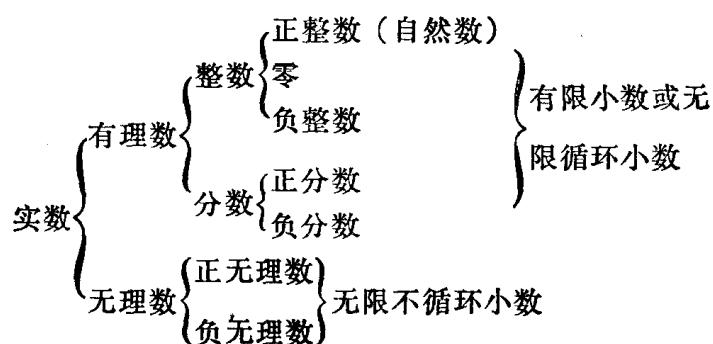
注意：零既不是正数，也不是负数。负数前面的“-”号不可省略。正数前面的“+”号一般可以省略不写，如 + 15 就写成 15。

有了正负数以后，我们把正整数、零、负整数称为整数，整数和分数统称为有理数。

所有这些有理数都可以写成有限小数或无限循环小数.例如, $3 = 3.0$, $-\frac{1}{2} = -0.5$, $\frac{1}{3} = 0.333\cdots = 0.\dot{3}$ 等.

另外,在实际问题中还会遇到一种形式为无限不循环小数,这种数叫做无理数.例如, $\pi = 3.14159\cdots$, $e = 2.71828\cdots$ 等.

有理数和无理数统称为实数.现在把它们归纳如下:



2. 数轴

我们把一个温度计如图 1—1 那样横放,以 0°C 为标准,那末,零度右边的刻度就表示零下的温度,零度左边的刻度就表示零上的温度.

一般地说,我们画一条直线(图1—2),规定从左到右的方向为正向(用箭头表示);在这条直线上任取一点 O ,表示零,叫做原点;再取定一个适当的长度单位.象这种规定了正向、原点和长度单位的直线叫做数轴.

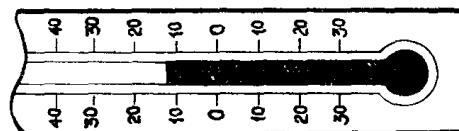


图 1—1

建立了数轴以后,任何一个实数在数轴上都能用一个确定的点来表示.如图1—2中, $+5$,就用数轴上原点右边距原点5个单位的点 A 表示; -2 ,就用数轴上原点左边距原点2个单位的点 B 表示; π (取近似值 3.1)用 C 点表示.反之,数轴上任何一个点也都能用一个确定的实数来表示.如图 1—2 中, D 点和 E 点分别用 -5 和 $+2.5$ 表示.

例 3 把下列各数用数轴上的点来表示:

$$+3, -3, -1.5, +1.5, +4\frac{1}{2}, -4\frac{1}{2}.$$

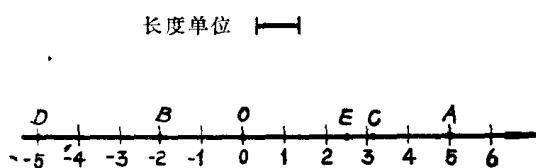


图 1—2

解:先画出数轴,然后在数轴上找出与以上各数相对应的点.

$$+3, -3, -1.5, +1.5, +4\frac{1}{2}, -4\frac{1}{2}, \text{ 分别用 } A, B, C, D, E, F \text{ 各}$$

点来表示(图1—3)。

例4 用实数表示图1—4中A, B, C, D各点。

解: A点用+5表示; B点用-5表示; C点用+2.5表示; D点用-2.5表示。

从图1—4中可以看出, 表示+5和-5的两个点A和B, 到原点的距离是相等的。象这样的两个点所表示的数叫做互为相反数。例如+5和-5, +2.5和-2.5都是互为相反数。

例5 写出 $+9$, $-3\frac{1}{2}$, -8.7 各数的相反数。

解: $+9$ 的相反数是 -9 ;

$-3\frac{1}{2}$ 的相反数是 $+3\frac{1}{2}$;

-8.7 的相反数是 $+8.7$.

3. 绝对值

在数轴上表示一个数的点, 它离开原点的距离叫做这个数的绝对值。例如+5和-5的绝对值都是5; +2.5和-2.5的绝对值都是2.5; 0的绝对值是0。

一个数的绝对值, 通常在这个数的两旁各画一条短竖线来表示。例如-5的绝对值记作 $|-5|$ (读作-5的绝对值); +5的绝对值记作 $|+5|$ (读作+5的绝对值)。

根据绝对值的意义可知: 正数和零的绝对值是它们本身; 负数的绝对值是它的相反数; 互为相反数的绝对值相等。

例6 求下列各数的绝对值:

$$+8, -8, -3.7, +7\frac{2}{3}, -\frac{11}{100}.$$

解: $|+8|=8$; $|-8|=8$; $|-3.7|=3.7$;

$$\left|+7\frac{2}{3}\right|=7\frac{2}{3}; \left|-\frac{11}{100}\right|=\frac{11}{100}.$$

例7 写出绝对值等于 $3\frac{1}{3}$ 的数。

解: 绝对值等于 $3\frac{1}{3}$ 的数是 $+3\frac{1}{3}$ 和 $-3\frac{1}{3}$ 。

4. 有理数大小的比较

我们知道: $+5(^{\circ}\text{C})$ 的温度比 $+2(^{\circ}\text{C})$ 的温度要高, 所以 $+5 > +2$, (“ $>$ ”读作“大于”); $0(^{\circ}\text{C})$ 的温度比 $+1(^{\circ}\text{C})$ 的温度要低, 所以 $0 < +1$ (“ $<$ ”读作“小于”); $0(^{\circ}\text{C})$ 的温度比 $-2(^{\circ}\text{C})$ 的温度高, 所以 $0 > -2$; $-5(^{\circ}\text{C})$ 的温度比 $-2(^{\circ}\text{C})$ 的温度低, 所以 $-5 < -2$ 。

通过温度高低的比较, 我们进一步认识到, 数轴上的点越往右边, 它表示的数就越大。因此, 正数大于零; 而零大于负数; 两个负数相比较, 绝对值大的反而小, 绝对值小的反而大。

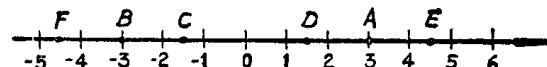


图1—3

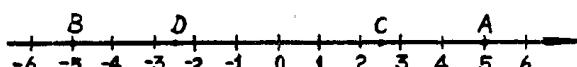
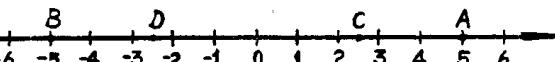


图1—4



例 8 比较下列每对数的大小：

- (1) $+0.001$ 和 -100 ; (2) 0 和 -2 ;
(3) -0.99 和 -0.9 ; (4) $-\frac{6}{7}$ 和 $-\frac{7}{8}$.

解：(1) $+0.001 > -100$ (正数大于一切负数);
(2) $0 > -2$ (零大于一切负数);
(3) $-0.99 < -0.9$ (两个负数相比较, 绝对值大的反而小);

(4) $\left| -\frac{6}{7} \right| = \frac{6}{7} = \frac{48}{56}$,
 $\left| -\frac{7}{8} \right| = \frac{7}{8} = \frac{49}{56}$,
 $\therefore \frac{48}{56} < \frac{49}{56}$, 即 $\left| -\frac{6}{7} \right| < \left| -\frac{7}{8} \right|$,

$\therefore -\frac{6}{7} > -\frac{7}{8}$ (两个负数相比较, 绝对值小的反而大).

符号“ \because ”读作“因为”; 符号“ \therefore ”读作“所以”.

二、正负数的加减法

下面我们从实际例子出发, 总结出正负数加减的运算规律.

1. 加法

例 水库在拦蓄洪水时, 水位就上升; 灌溉农田时, 水位就下降. 水库工作人员需要经常观测水库水位的变化情况.

(1) 水库的水位第一天由水位线下降 3 厘米, 第二天继续下降 5 厘米, 由图 1—5 可以看出, 两天水位共下降 8 厘米. 如果水位上升用正数表示, 水位下降用负数表示, 那末

$$(-3) + (-5) = -8 = -(3 + 5).$$

(2) 水库的水位第一天由水位线上升 3 厘米, 第二天却下降 5 厘米, 由图 1—6 可以看出, 两天水位共下降 2 厘米. 如果仍旧把水位上升用正数表示, 水位下降用负数表示, 那末

$$(3) + (-5) = -2 = -(5 - 3).$$

由此我们可以归纳出正负数加法的法则:

同号两数相加, 和的符号不变, 并把绝对值相加;

异号两数相加, 和的符号与绝对值大的符号相同, 并把绝对值相减 (大的减小的).

例 1 计算:

(1) $(+7) + (+4)$; (2) $(-7) + (-4)$;

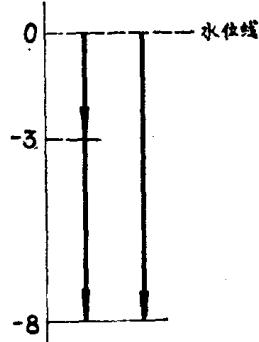


图 1—5

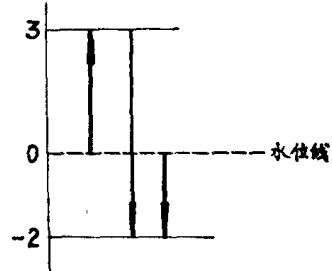


图 1—6

$$(3) (+7) + (-4); \quad (4) (-7) + (+4);$$

$$(5) \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(+\frac{1}{3}\right).$$

解: (1) $(+7) + (+4) = +(7+4) = +11;$

(2) $(-7) + (-4) = -(7+4) = -11;$

(3) $(+7) + (-4) = +(7-4) = +3;$

(4) $(-7) + (+4) = -(7-4) = -3;$

$$(5) \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(+\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{3}{6}\right) + \left(+\frac{2}{6}\right) = -\left(\frac{3}{6} - \frac{2}{6}\right) = -\frac{1}{6}.$$

2. 减法

例 2 济南市去年冬天某一天室内温度是 $+10$ ($^{\circ}\text{C}$)，室外温度是 -5 ($^{\circ}\text{C}$)，则室内温度比室外温度高 15 ($^{\circ}\text{C}$)，即

$$(+10) - (-5) = +15,$$

又 $(+10) + (+5) = +15,$

$$\therefore (+10) - (-5) = (+10) + (+5).$$

这就是说，减去 -5 等于加上 -5 的相反数 $+5$ 。

由此，我们得到下面减法的法则：

减去一个数，等于加上这个数的相反数。

这样，减法就转化为加法。“一切矛盾都依一定条件向它们的反面转化着。”改变减数的符号，是减法转化为加法的条件。

例 3 计算：

$$(1) (+3) - (-3);$$

$$(2) \left(-3\frac{1}{2}\right) - \left(+5\frac{1}{4}\right);$$

$$(3) 0 - (+4.3).$$

解：(1) $(+3) - (-3) = (+3) + (+3) = +6;$

$$(2) \left(-3\frac{1}{2}\right) - \left(+5\frac{1}{4}\right) = \left(-3\frac{1}{2}\right) + \left(-5\frac{1}{4}\right) = -8\frac{3}{4};$$

$$(3) 0 - (+4.3) = 0 + (-4.3) = -4.3.$$

例 4 泰山—25拖拉机的活塞直径 $\phi 95^{-0.22}$, 气缸套直径 $\phi 95^{+0.035}$ (下偏差为零), 求气缸套与活塞配合时的间隙。

解：气缸套与活塞配合时的最小间隙 = 气缸套的下偏差 - 活塞的上偏差 = $0 - (-0.19) = +0.19$,

气缸套与活塞配合时的最大间隙 = 气缸套的上偏差 - 活塞的下偏差 = $+0.035 - (-0.22) = +0.255$,

∴ 气缸套与活塞配合时间隙： $+0.19$ 到 $+0.255$.

例 5 计算 $(-20) - (+5) + (+3) - (-7)$.

$$\begin{aligned} \text{解: } & (-20) - (+5) + (+3) - (-7) = (-20) + (-5) + (+3) + (+7) \\ & = (-25) + (+3) + (+7) = -15. \end{aligned}$$

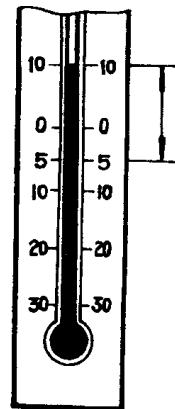


图 1—7

从这些例子中可以看出，运用正负数减法法则之后，因为减法都转化成加法，所有的数都变成了加数。通常把加号省略不写，如 $(-20) + (-5) + (+3) + (+7)$ 可以写成 $-20 - 5 + 3 + 7$ ，这样的和叫代数和。

例 6 计算：

$$(1) 10 + (6 - 2); \quad (2) 10 + 6 - 2;$$

$$(3) \frac{1}{8} - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right); \quad (4) \frac{1}{8} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4}.$$

解：(1) $10 + (6 - 2) = 10 + 4 = 14$ ；

(2) $10 + 6 - 2 = 16 - 2 = 14$ ；

(3) $\frac{1}{8} - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{8} - \left(\frac{1}{4} \right) = -\frac{1}{8}$ ；

(4) $\frac{1}{8} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = -\frac{3}{8} + \frac{1}{4} = -\frac{1}{8}$.

在例 6 中，(1)与(2)、(3)与(4)结果都相等，所以

$$10 + (6 - 2) = 10 + 6 - 2;$$

$$\frac{1}{8} - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{8} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4}.$$

由此，我们得到去括号的法则：

括号前是“+”号时，把括号连同它前边的“+”号去掉，括号内各数都不变；括号前是“-”号时，把括号连同它前边的“-”号去掉，括号内各数都变号。

三、正负数的乘除法

1. 乘法

正负数的乘法运算，有如下的法则：

同号两数相乘，积的符号取正号，并把绝对值相乘；

异号两数相乘，积的符号取负号，并把绝对值相乘。

例如：

$$(+2) \times (+3) = +6; \quad (-2) \times (-3) = +6;$$

$$(+2) \times (-3) = -6; \quad (-2) \times (+3) = -6.$$

为了说明法则的实际意义，我们来看下面的例子：

有一冷仓，假设仓内温度在不断变化，并且现在的温度是 0°C 。我们规定现在以后的时间为正，现在以前的时间为负。

(1) 如果温度每小时上升 2°C ，那末3小时以后的温度就是零上 6°C 。列出式子就是

$$(+2) \times (+3) = +6$$

(2) 如果温度每小时下降 2°C ，那末3小时以后的温度就是零下 6°C ，列出式子就是

$$(-2) \times (+3) = -6$$

(3) 如果温度每小时上升 2°C ，那末3小时以前的温度就是零下 6°C ，列出式子就是

$$(+2) \times (-3) = -6$$

(4) 如果温度每小时下降 2°C ，那末3小时以前的温度就是零上 6°C ，列出式子就是

$$(-2) \times (-3) = +6$$

从上面的例子可以看出，正负数的乘法法则是符合实际的。

例 1 计算：

$$(1) (+3.58) \times (+2.05); \quad (2) \left(+1\frac{2}{3}\right) \times \left(-1\frac{1}{5}\right);$$

$$(3) (-6.5) \times \left(-\frac{5}{6}\right); \quad (4) \left(-\frac{2}{3}\right) \times (+13.65).$$

解：(1) $(+3.58) \times (+2.05) = 7.339;$

$$(2) \left(+1\frac{2}{3}\right) \times \left(-1\frac{1}{5}\right) = -\left(\frac{5}{3} \times \frac{6}{5}\right) = -2;$$

$$(3) -6.5 \times \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{13}{2} \times \frac{5}{6} = \frac{65}{12} = 5\frac{5}{12};$$

$$(4) \left(-\frac{2}{3}\right) \times (+13.65) = -\frac{2 \times 13.65}{3} = -(2 \times 4.55) = -9.1.$$

例 2 计算：

$$(1) 2 \times (-6) \times 5; \quad (2) 2 \times (-7) \times (-3);$$

$$(3) (-7) \times (-2) \times (-5).$$

解：(1) $2 \times (-6) \times 5 = (-12) \times 5 = -60;$

$$(2) 2 \times (-7) \times (-3) = (-14) \times (-3) = 42;$$

$$(3) (-7) \times (-2) \times (-5) = (+14) \times (-5) = -70.$$

由例 2 可以看出，几个正负数相乘时，积的符号可以根据式子中负数的个数来决定：

若负数的个数是奇数，则积的符号为负；若负数的个数是偶数，则积的符号为正。

2. 除法

我们知道，除法是乘法的逆运算，因此，

由 $(-2) \times (+3) = -6$ ，得

$$(-6) \div (+3) = -2,$$

$$(-6) \div (-2) = +3.$$

由此得到正负数除法法则：

同号两数相除，商的符号取正号，并把绝对值相除；

异号两数相除，商的符号取负号，并把绝对值相除。

注意：零除以任何一个不等于零的数都等于零，但是零不能做除数。

例 3 计算：

$$(1) \left(-\frac{3}{10}\right) \div 9; \quad (2) \frac{2}{7} \div \left(-\frac{3}{4}\right);$$

$$(3) \left(-\frac{5}{8}\right) \div \left(-\frac{2}{15}\right); \quad (4) (-81) \div 2\frac{1}{4} \times \frac{4}{9}.$$

解：(1) $\left(-\frac{3}{10}\right) \div 9 = -\left(\frac{3}{10} \div 9\right) = -\left(\frac{3}{10} \times \frac{1}{9}\right) = -\frac{1}{30};$

$$(2) \frac{2}{7} \div \left(-\frac{3}{4} \right) = -\left(\frac{2}{7} \div \frac{3}{4} \right) = -\left(\frac{2}{7} \times \frac{4}{3} \right) = -\frac{8}{21};$$

$$(3) \left(-\frac{5}{8} \right) \div \left(-\frac{2}{15} \right) = +\left(\frac{5}{8} \div \frac{2}{15} \right) = \frac{5}{8} \times \frac{15}{2} = \frac{75}{16} = 4 \frac{11}{16};$$

$$(4) (-81) \div 2 \frac{1}{4} \times \frac{4}{9} = (-81) \div \frac{9}{4} \times \frac{4}{9}$$

$$= \left(-81 \times \frac{4}{9} \right) \times \frac{4}{9} = -36 \times \frac{4}{9} = -16.$$

四、正负数的四则混合运算

正负数四则混合运算的法则和算术里的数的运算法则相同，即先乘除后加减；先括号内后括号外；如有多重括号，则先算小括号（），后算中括号〔〕，再算大括号{}。

例 计算：

$$(1) (-15) \times \left(-\frac{2}{5} \right) + (-8) \div \frac{4}{5};$$

$$(2) -1 \frac{2}{5} + \left[-\frac{4}{9} \times \left(1 + \frac{4}{5} \right) \right];$$

$$(3) \frac{1}{4} - \left\{ \frac{1}{4} - \left[\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \right] \right\}.$$

$$\text{解：(1)} (-15) \times \left(-\frac{2}{5} \right) + (-8) \div \frac{4}{5} = 6 + (-8) \times \frac{5}{4} = 6 - 10 = -4;$$

$$\begin{aligned} (2) -1 \frac{2}{5} + \left[-\frac{4}{9} \times \left(1 + \frac{4}{5} \right) \right] &= -1 \frac{2}{5} + \left[-\frac{4}{9} \times \frac{9}{5} \right] = -1 \frac{2}{5} + \left[-\frac{4}{5} \right] \\ &= -\frac{7}{5} - \frac{4}{5} = -\frac{11}{5} = -2 \frac{1}{5}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \frac{1}{4} - \left\{ \frac{1}{4} - \left[\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \right] \right\} &= \frac{1}{4} - \left\{ \frac{1}{4} - \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 1 \right] \right\} \\ &= \frac{1}{4} - \left\{ \frac{1}{4} - 1 \right\} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + 1 = 1. \end{aligned}$$

习 题

1. 用正数和负数表示下列具有相反意义的量：

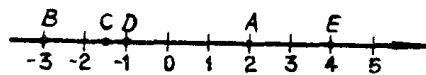
(1) 水位在水位线上 8 厘米；水位在水位线下 2 厘米。

(2) 高于海面 8000 米的上空；低于海面 3000 米的海底。

2. 用数轴上的点表示下列各数：

$$6, -3, 2.5, -5 \frac{1}{2},$$

$$0, 4.5, 3 \frac{1}{2}, -0.5.$$



3. 用实数表示右面数轴上 A, B, C, D, E 各点。

(第 3 题)

4. 在数轴上表示出下列各数和它们的相反数:

$$+3.5, -6, +2\frac{3}{4}, -1, -1\frac{2}{5}, 0.$$

5. 求下列各数的绝对值:

$$+15, -3.14, +2\frac{1}{3}, 0, -\frac{1}{2}.$$

6. 比较下列各对数的大小:

$$+1 \text{ 和 } 0; -1 \text{ 和 } 0; +4 \text{ 和 } -5; -18 \text{ 和 } -17;$$

$$-0.27 \text{ 和 } -0.73; -\frac{2}{3} \text{ 和 } -\frac{3}{4}; -\frac{3}{10} \text{ 和 } -\frac{33}{100}.$$

7. 计算:

$$(1) (+13) + (+72);$$

$$(2) (-4.5) + (-8.7);$$

$$(3) (-0.2) + (+3.8);$$

$$(4) (-1.2) + 0;$$

$$(5) \left(-\frac{1}{5}\right) + \left(-\frac{2}{5}\right);$$

$$(6) \left(+2\frac{6}{7}\right) + \left(-\frac{4}{7}\right);$$

$$(7) \left(+6\frac{8}{9}\right) + \left(-4\frac{2}{3}\right);$$

$$(8) \left(+1\right) + \left(-\frac{5}{11}\right).$$

8. 计算:

$$(1) (+4) - (+9);$$

$$(2) (+4) - (-9);$$

$$(3) (-4) - (+9);$$

$$(4) (-4) - (-9);$$

$$(5) (-13) - 0;$$

$$(6) 0 - (-13);$$

$$(7) (-4.2) - (-3.5);$$

$$(8) (-1.764) - (+3.675);$$

$$(9) \left(+\frac{3}{8}\right) - \left(-\frac{1}{4}\right);$$

$$(10) \left(-\frac{3}{10}\right) - \left(-\frac{7}{15}\right).$$

9. 计算:

$$(1) (-15) + (+7) - (-12);$$

$$(2) (+7.2) - (+3.6) + (-3.6);$$

$$(3) (-3) - \left(-1\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right) - \left(+3\frac{1}{8}\right);$$

$$(4) 81.26 + 8.72 - 29.64;$$

$$(5) -4\frac{2}{3} + 1\frac{11}{12} - 17\frac{1}{4} - 2\frac{5}{6}.$$

10. 已知公差 = (上偏差) - (下偏差), 计算下列公差:

$$(1) \phi 25^{+0.025}_{-0.025}; \quad (2) \phi 50^{-0.03} \text{(上偏差为零)}; \quad (3) 400^{+0.3}_{-0.1}.$$

11. 泰山—25拖拉机的主轴径 $\phi 70^{-0.02}$ (上偏差为零), 主轴瓦直径 $\phi 70^{+0.118}_{-0.070}$, 求主轴瓦与主轴径配合的间隙。

12. 应用去括号法则, 计算下列各式:

$$(1) 56 + (-6 - 2 + 1);$$

$$(2) 8.13 - \left(8.13 - 1 \frac{1}{3} \right);$$

$$(3) 0.49 + (0.51 + 0.23 - 0.03);$$

$$(4) 4 \frac{2}{7} - \left(1 \frac{2}{7} - \frac{1}{5} + \frac{3}{5} \right);$$

$$(5) 1.56 - \left(-3.14 - 6 \frac{1}{5} \right) - 0.2.$$

13. 计算:

$$(1) (+6) \times (-8);$$

$$(2) (-0.7) \times (-100);$$

$$(3) (-0.3) \times 0;$$

$$(4) (-1.2) \times (+3.1);$$

$$(5) \left(-\frac{2}{3} \right) \times \left(+\frac{4}{5} \right);$$

$$(6) \left(-\frac{2}{7} \right) \times (-2);$$

$$(7) \left(-1 \frac{1}{3} \right) \times \left(+1 \frac{4}{5} \right);$$

$$(8) (+0.6) \times \left(+\frac{1}{6} \right);$$

$$(9) (-1) \times (-2) \times (-4) \times (-8);$$

$$(10) \left(-\frac{5}{6} \right) \times (+2.4) \times \left(+\frac{2}{5} \right).$$

14. 计算:

$$(1) \left(-\frac{2}{5} \right) \div \left(-\frac{2}{3} \right);$$

$$(2) \left(-\frac{1}{2} \right) \div \frac{2}{3};$$

$$(3) \left(-12 \frac{1}{4} \right) \div 1 \frac{1}{6};$$

$$(4) (-0.75) \div \left(-5 \frac{3}{8} \right);$$

$$(5) (-3.81) \div (-0.015) \times (-0.02);$$

$$(6) (-6) \div \frac{2}{3} \div \frac{3}{4}.$$

15. 计算:

$$(1) -1.6 + 0.12 \times \left(-\frac{4}{5} \right);$$

$$(2) -2 - 0.3 \times 5 - 4 \times (-0.5);$$

$$(3) \left[-3 \frac{1}{2} + 5 \frac{3}{5} \times (-2) \right] \div (-7); \quad (4) \left(-\frac{1}{3} \right) \times \left(-\frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{2} \right) \times \left(-\frac{2}{3} \right);$$

$$(5) -6 \frac{7}{9} - \left[\frac{3}{2} \times \left(-\frac{4}{5} \right) + \frac{1}{5} \right];$$

$$(6) 20 \frac{2}{3} - \left\{ 60 + \left[\left(-\frac{3}{4} \right) + \left(+\frac{1}{6} \right) - \left(-2 \frac{2}{3} \right) \right] \times (-24) \right\}.$$

16. 水库的水位第一天由水位线上升 8 厘米, 第二天又下降 5 厘米, 第三天继续下降 10 厘米, 第四天又上升了 4 厘米. 问这四天里水库的水位一共下降多少厘米 (规定上升为正)?