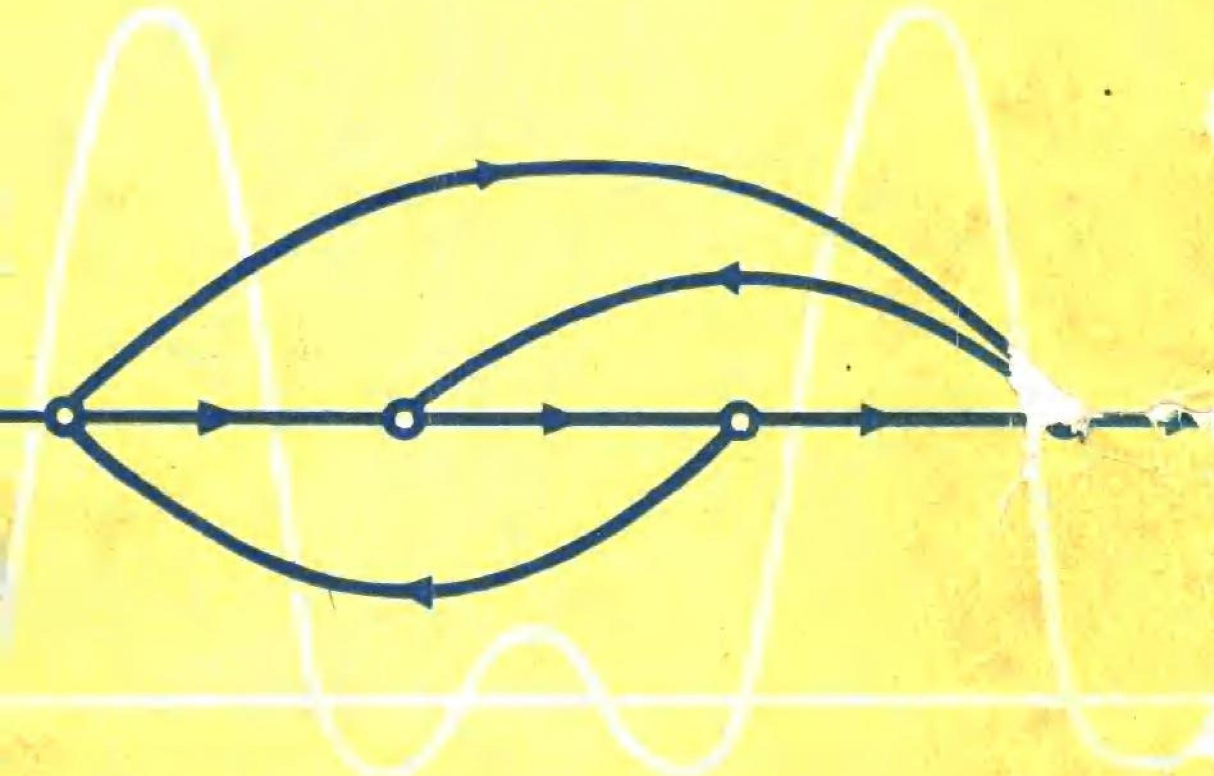
数字信号处理

[美] A. V. 奥本海姆
R. W. 谢　弗 著



科学出版社

数字信号处理

〔美〕A. V. 奥本海姆 R. W. 谢弗 著

董士嘉 杨耀增 译

茅于海 等 校

科学出版社

1981

内 容 简 介

本书全面系统地论述了数字信号处理的基本原理，着重讨论了一维数字信号处理，也简述了二维数字信号处理的一般原理.

全书共十一章，内容包括：时域离散信号和系统，z 变换，离散傅里叶变换，数字滤波器的流图表示法和矩阵表示法，数字滤波器设计方法，离散傅里叶变换的计算，离散希尔伯特变换，离散随机信号，数字信号处理中有限寄存长度的影响，同态信号处理以及功率谱估计. 每章末还附有大量的习题.

本书选材得当，条理清楚，论述严谨、系统而又深入浅出，是数字处理领域中一本颇受欢迎的基础理论著作.

本书可供科研和工程部门从事数字信号处理工作的广大科技人员参考，也可供高等学校有关专业的高年级学生、研究生和教师参考.

A. V. Oppenheim R. W. Schafer
DIGITAL SIGNAL PROCESSING
Prentice-Hall, Inc., 1975

数 字 信 号 处 理

〔美〕A. V. 奥本海姆 R. W. 谢 弗 著
董士嘉 杨耀增 译
茅于海 等 校

*

科 学 出 版 社 出版
北京朝阳门内大街 137 号

石家庄地区印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1980年12月第 一 版 开本：787×1092 1/16
1981年 8月第二次印刷 印张：27
印数：5,301—10,900 字数：622,000

统一书号：15031·311
本社书号：1938·15—7

定价： 4.15 元

译　者　的　话

随着科学事业的飞速发展，新理论和新技术层出不穷，与此同时，原有的理论和技术也不断得到发展并获得新生．数字信号处理就是这样一门既有悠久历史又面目全新的学科．

数字信号处理就是用数字方法处理各种信号的技术．它既可以在通用计算机上借助程序来实现，也可以用专用硬设备来完成．在这两者之间，最近又研制出一种可编程序处理机，它兼有前者功能较多和后者速度较快的优点，是一种很有前途的数字信号处理设备．数字信号处理技术近十多年来发展很快，其原因有三：

1. 数字系统具有稳定和灵活两大特点．它与模拟系统不同，其特性不会随使用条件（环境温度、电源电压、老化程度等）而变化，而且噪声干扰作用也较小．由于其特性很容易按不同要求而改变，所以它比模拟系统有更大的灵活性．

2. 数字系统可以进行分时操作，便于用通用计算机进行处理．目前工程技术人员熟悉计算机的越来越多，使用计算机的技能也不断提高，因此这一特点十分有利．

3. 随着半导体技术的迅速发展，大规模集成电路和微处理器的大量应用，数字信号处理设备的体积会越来越小，重量越来越轻，速度越来越快，并且成本也会大大降低．

目前，数字信号处理在通信、雷达、声纳、地震、遥感、生物医学等各个领域都得到广泛应用．数字信号处理不仅能完成大部分模拟信号处理的功能，而且还能完成许多模拟信号处理难以得到的性能．在开始时，人们把数字信号处理看成是模拟信号处理的提高和发展，而现在，它已经成了一门新兴的独立学科．

关于数字信号处理的专著自 1969 年以来已陆续出版了很多． 其中奥本海姆和谢弗合著的《数字信号处理》一书是写得比较出色的一本．该书系统性较强，基本概念清楚，每章末还附有大量习题，便于自学，在国际上是一本颇受推崇的研究生教材．我们现在把它翻译成中文出版，当能对我国读者有所裨益．

数字信号处理属于应用科学．必须联系实际应用，才能真正掌握有关数字信号处理的理论知识和技术．为此，我们建议读者务必仔细选做书中的习题，有条件时还具体设计一些软件或硬件，并用它们来实际处理信号，以获得实际应用的经验．

本书的全部译稿由茅于海、冯一云、田立生同志进行过仔细校订，另外我们在翻译第十章时曾参考过钱惠生同志的译稿，一些术语也采纳了他的译法，在此向他们表示感谢．

由于译者水平所限加之时间仓促，译文中难免有错误和不当之处，恳望广大读者批评指正．

译　　者

1978 年 12 月　于南京

前　言

本书是作者在从事数字信号处理的教学和研究过程中编写成的，打算把它当作适于高年级学生和一年级研究生水平的教科书．本书的初稿曾在麻省理工学院电气工程系用作一学期的入门课讲义和贝尔实验室的进修课教材．该讲义稿还曾在麻省理工学院的为期两周的暑期短训班上用过三年，其后逐渐充实，在美国一些大学中用作一学期课程的教材．

就内容的深度而言，一个学期的教材典型内容可包括第一、二、三章，再从第四、五、六、七章选择一些基本课题．本书的其余部分，再补充一些有关参考书，可以作为第二学期深入课题和应用的基本内容．

要学好这样一门课，关键在于实践，要不断探求新的结果，并应用这些结果去解决实际问题．因此本书收集了大约 250 个课外习题，作为本书的一个重要内容．作者打算用这些习题进一步扩充课文中介绍的一些结果，把课文中的某些结论作进一步地研究，并说明如何用于解决实际问题．教员可以通过出版社得到习题的答案．自修教程包括一套讲课录象磁带和学习指南，它已连同本书一起发行．有关录象带和学习指南的详细资料可以通过麻省理工学院高级工程研究中心得到．

本书假定读者已具有高等微积分的基础知识（包括复变函数论初步内容）和时域连续信号的线性系统理论的主要内容（包括拉普拉斯变换和傅里叶变换），程度相当于电气工程和机械工程专业的教学内容．有了这些基础知识，本书就自成体系了．本书不要求读者预先掌握时域离散信号、z 变换、离散傅里叶变换等内容．

第一章从定义时域离散信号和线性非移变系统入手，介绍这类系统的时域表示（褶积和）和频域表示（傅里叶变换）．第二章把傅里叶变换推广，利用 z 变换表示时域离散系统和信号．第二章大部分篇幅是讨论 z 变换的定义和性质，以及线性非移变系统的系统函数表示．一、二两章中都把一维的概念和结论扼要地推广到二维情况．第三章介绍了离散傅里叶变换，这个变换是许多数字信号处理方法的基础，并且它本身具有离散时间的概念．这一章除了研究离散傅里叶变换及其性质外，还介绍了如何利用离散傅里叶变换直接实现离散褶积．总之，前三章介绍了时域离散信号的基本概念．

第一章介绍的线性非移变系统也可用常系数线性差分方程来表示．第四章中我们讨论如何用加法器、延迟元件和常数乘法器等组成的数字网络实现这类系统．该章主要讨论了多种重要的数字滤波器结构，利用流图和矩阵表示，阐明了数字网络理论．其中包括数字网络的特里金(Tellegen)定理和网络敏感度关系式．

第五章介绍了有关数字滤波器设计的几个基本问题，还介绍了一些比较通用的数字滤波器设计方法．这些方法中有的是利用解析公式设计的，有的是用算法设计或计算机辅助设计的．

在时域连续线性系统理论中，傅里叶变换是表示信号和系统的主要解析工具．而在

离散时域情况下，许多信号处理系统和算法都包含计算傅里叶变换．第六章讨论离散傅里叶变换的计算，讨论的大部分内容集中在一维和多维序列的快速傅里叶变换算法上．

第七章介绍离散希尔伯特变换．在许多的实际应用场合下，如逆滤波、用复数表示实带通信号等场合下，都会出现离散希尔伯特变换．它对第十章讨论的所谓同态信号处理来说，具有特殊的意义．

前七章的讨论中，我们假设了讨论的离散信号都是确定信号．还有一类重要的离散信号，即所谓随机信号，它只能由平均特性（如相关函数及其傅里叶变换、谱密度函数）来表征．所以第八章介绍有关随机信号的一些基本概念．由于许多情况下都会出现随机信号，所以第九章介绍了第八章所得结果的一些具体应用．在第九章以前，讨论时都假定信号在时间上是离散的，而在幅度上是连续的．但在数字计算机或数字硬件中表示信号时，信号的幅度必须量化．幅度量化的影响同算法和字长的选择以及信号处理的用途都有密切关系．有限寄存长度的许多影响可用第八章的结果来表征．第九章讨论用可加噪声来表示量化效应，并分析了数字滤波和快速傅里叶变换算法中的量化效应．

第十章介绍所谓同态信号处理技术．这种方法虽然是非线性的，但它是本书前面各章介绍的线性方法的推广，可以利用以前各章的概念来理解它．因此本章除了介绍一种新的信号处理方法外，还提供了一种按利用以前各章结果的手段．此外，本章还介绍了同态信号处理的一些应用，借以说明数字信号处理应用的普遍程度．

最后一章介绍数字信号处理方法的另一个重要应用方面：随机信号的谱估计．解决这个问题，需要用到全书讨论过的许多方法．第十一章中并不打算彻底解决这个问题，只是对这一极为复杂的课题作初步的介绍．

本书在选择题材和准备内容时，力图把重点放在各种信号处理领域中广泛应用的基本原理上，去掉了作者认为不适于本教科书的一些细节．这些细节以及有关的应用，大部分都可以在拉宾纳（Rabiner）和戈尔德（Gold）的著作[1]中找到．

A. V. 奥本海姆

R. W. 谢　弗

---

1) L. R. Rabiner and B. Gold, *Theory and Application of Digital Signal Processing*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1975.

目　录

安

绪　　论

数字信号处理是起源于十七和十八世纪数学的一个学科，今天它在各个科学和技术领域中，已经成为一种重要的现代化工具．数字信号处理采用的各种方法和它的种种应用已经有悠久的历史，就象牛顿和高斯那样古老，同时它又象数字计算机和集成电路那样，以崭新的面貌出现于今世．

数字信号处理这一学科主要研究用数字或符号序列表示信号和处理这些序列．处理的目的可能是估计信号的特征参数，也可能是把信号变换成某种更符合要求的形式．经典的数值分析公式(如内插、积分、微分等数值计算公式)无疑就是数字信号处理算法．另外，由于高速计算机的出现，促进了日益复杂巧妙的信号处理算法的发展，同时集成电路近年来有了突飞猛进的发展，有可能比较经济地实现十分复杂的数字信号处理系统．

信号处理有着悠久的历史，在各个不同的领域，如生物医学工程、声学、声纳、雷达、地震学、语音通信、数据通信、核子科学等等领域都充分显示出了它的重要性．在许多应用场合下，例如脑电图和心电图分析，或语音传输和语音识别系统中，我们可能是希望提取某些特征参数．另外，我们可能希望剔除混在信号中的噪声和干扰，或者是把信号变换成专业人员更容易解释的形式．又例如信号在通信信道上传输时，要受到各种干扰，其中包括信道失真、衰落和混入背景噪声，接收机的任务之一就是要补偿掉这些干扰．总之在上述每种情况下，都要求对信号进行处理．

信号处理并不限于处理一维信号问题．多数图象处理都需要采用二维信号处理技术．X射线透视片的图象增强、为发现森林火灾或农业灾害用的航空摄影照片的图象增强和分析、卫星气象照片的分析以及月球或深空探测器送来的电视图象的增强等等，都属于二维信号处理．石油勘探、地震测量和核试验监测等要求作的地震数据分析同样要用到多维信号处理技术．

不久以前，信号处理主要还是用模拟设备实现的．到了五十年代出现了一些例外情况，在那些需要进行复杂信号处理的领域中尤为明显，例如，在分析某些地球物理数据时就是如此，这种场合可以先把数据记录在磁带上，然后在大型数字计算机上加以处理．这类问题是利用数字计算机进行信号处理的早期例子之一．这种数字信号处理方法一般不是实时的，例如几秒钟的数据，往往需要几分钟甚至几小时才能算完．即使是这样，数字计算机的灵活性仍然使这一崭新的方法引起了人们的极大注意．

就在同一时期，还出现了用计算机作信号处理的另一种方法．由于计算机灵活，人们常常在用模拟硬件实现信号处理系统之前，先在数字计算机上模拟它．利用这种办法，一个新的信号处理算法和系统，在提供研制经费和器材之前，可以先在灵活的实验环境下进行研究．林肯实验室和贝尔实验室作的声码器模拟就是一个典型的例子．在实现模拟信道声码器时，滤波器的特性会通过许多难以预知的途径影响得到的语言信号质量．而通过计算机上模拟，可在模拟设备制作之前，研究这些滤波器的特性，调整它的参数，并估计

出整个系统的质量.

在上面所有用数字计算机处理信号的例子中,计算机的威力都表现在它的灵活性上,但这种处理常常不能实时完成. 因此,当时流行的作法是使用计算机逼近和模拟一个模拟信号系统. 数字滤波器的早期工作就是属于这种方式的,先把信号作模-数转换变成数字信号,然后在数字计算机上用程序实现数字滤波,再作数-模转换变换成模拟信号,整个系统相当于一个完善的模拟滤波器. 当时看来,想把数字系统付诸应用,去处理语音信号或雷达信号以及其他各种信号还是不切实际的想法,因为从速度、价格和尺寸这三个重要因素来考虑,使用模拟器件是有利的.

自从用数字计算机处理信号以来,自然而然出现了一种新的趋势,尝试各种巧妙信号处理算法的试验日益增多. 有一些算法已不单纯是利用计算机的灵活性,并且从未见到用模拟设备实现过. 其中许多算法很有趣,但在当时认为是有点不切实际的想法. 例如频谱分析和同态滤波就是这类算法. 计算机上的实践已清楚表明,应用这种方法可以改进语音带宽压缩系统、改进解褶积和消除回声. 在实现这种方法时,要求直接计算输入傅里叶变换之对数的傅里叶反变换. 而利用模拟的频谱分析仪实现不了所要求的傅里叶变换精度和分辨率. 因此这种信号处理算法的发展,使实现全数字化的信号处理系统的想法更加具有吸引力,人们抱着这种系统终将付诸实现的信念,积极地开始了对数字化声码器、数字化频谱分析仪以及其它数字系统的研究工作.

1965 年发现的计算傅里叶变换的高效算法,进一步加强了用数字方法实现信号处理的观点. 这种算法后来称作快速傅里叶变换(或简写成 FFT). 从很多方面来看,快速傅里叶变换有重要的意义. 许多以前在数字计算机上实现的信号处理算法,需要的时间比较多,往往比实时处理时间多几个数量级. 因为频谱分析是信号处理的一个重要组成部分,而以前一直还没有一种行之有效的办法去实现它. 而快速傅里叶变换算法把计算傅里叶变换需要的时间减少了几个数量级,就有可能在与系统工作相适应的处理时间内实现日益复杂的信号处理算法. 此外,由于用专用数字硬件也可以实现快速傅里叶变换算法,许多过去认为不现实的信号处理算法,看来也有可能用专用数字硬件实现了.

快速傅里叶变换算法的另一个重要意义是它本身是离散时域的方法. 它可以直接计算时域离散信号或序列的傅里叶变换,并且有一整套在离散时域上精确成立的特性和数学关系,它已经不单纯是连续时域傅里叶变换的近似了. 它的重要作用是促使人们利用时域离散数学方法重新建立许多信号处理概念和算法,在离散时域上形成一套严格的关系式. 从而使人们摆脱了那种认为用数字计算机处理信号仅是模拟信号处理之近似的观点. 由于这种观点上的改变,人们对于新兴的数字信号处理学科表现出了强烈的关心.

数字信号处理技术及其应用,目前正以惊人的速度向前发展着. 随着大规模集成电路的出现和数字部件的成本下降、体积缩小及运算速度提高,数字信号处理的应用日益广泛. 目前已制成多种专用数字滤波器,取样率可高达兆赫. 高速专用快速傅里叶变换(FFT)处理机已有商品出售. 简单的数字滤波器已制成集成电路片. 目前几乎所有的语音带宽压缩系统都倾向于全数字化,因为目前它是最实际可行的方法. 数字处理机已成了许多现代化雷达和声纳系统不可缺少的部分. 除了专用数字信号处理硬件有所发展之外,还出现了可编程序的数字信号处理专用计算机,这种计算机的构造特别适于解决数字信号处理问题. 它目前应用于实时信号处理以及设计、模拟专用数字硬件.

数字信号处理的重要性仍在不断提高，毫无停滞的迹象．的确，这一学科将来的发展可能比刚才介绍的发展过程更加引人注目．数字信号处理技术的冲击无疑会促使某些应用部门发生革命性的变化．最明显的例子就是电话部门，由于使用数字方法，在实现交换系统和传输系统时，使成本大幅度下降，灵活性显著提高．

鉴于数字信号处理这一学科的发展方向，我们感到应按其本身规律来研究它，而不应当把它看成是模拟信号处理的一种近似．本书假定读者已掌握时域连续线性系统理论和信号表示法，第一章一开始就介绍数字信号和系统的定义，接下去就介绍数字信号处理方法．我们的重点主要是时域离散的线性非移变系统，这部分内容同时域连续的线性非时变系统的内容是对应的．在第十章再把这些概念推广，得到一种广义的系统．

在课程内容安排上，我们尽量有意避免将模拟信号处理的结论生硬地搬到数字信号处理中来．根据前几章的讨论，很明显看出数字信号处理的许多概念和结论确实是同模拟信号处理的许多概念和结论相对应的．例如，在数字信号处理中褶积也是表示线性非移变系统的重要工具，频域和傅里叶分析也起着重要的作用．尽管模拟和数字信号处理两者很相似，它们之间也存在着明显而重要的差别．因此，以前学到的有关模拟信号处理理论和实践的知识，虽然常常在数字信号处理中是有用的，但我们还要提醒读者，不要让原有的模拟信号处理概念，妨碍了你对数字信号处理的理解．

虽然数字信号处理是一个正在生气勃勃迅速发展的学科，但它的基本原理已经相当完善了．这些基本原理中有许多都来源于十六世纪发展起来的经典数值分析技术，所以说经典的数值分析技术是数字信号处理的基础．在二十世纪四十年代和五十年代，采样数据控制系统的研究与发展，使这些方法进一步精炼提高，发展成目前数字信号处理中的方法．本书选择了一些课题，一方面使读者能深入掌握基本原理，打下牢固的基础，另一方面又介绍了数字信号处理的广泛用途并指出了它的发展方向．

第一章　时域离散信号和系统

1.0 引　　言

信号可定义为一个传载信息的函数，这种信息通常是有关一个物理系统之状态或特性的．虽然信号可以用许多方法表示，但在所有情况下，信息都可以包含在按某种方式变化的一个图形中．例如，信号可以取随时间变化之图形或随空间变化之图形的形式．各种信号在数学上可表示为一个或几个独立变量的函数．例如，语言信号在数学上可以表示成时间的函数，而图象可以表示成一个二元空间变量的亮度函数．通常的习惯是把信号之数学表示式的独立变量当作时间，本书将遵循这一习惯，尽管事实上它可以不代表时间．

信号之数学表示式中的独立变量既可以是连续的也可以是离散的．*时域连续信号*是在时间连续集合上定义的信号，因而用连续变量的函数表示．*时域离散信号*是在离散的时间上定义的信号，因而独立变量仅取离散值，即时域离散信号表示成数字序列．我们将看到，诸如语言或图象信号既可以有连续变量表示式，也可以有离散变量表示式，如果某些条件成立，则这些表示式完全等效．

除了独立变量既可连续又可离散之外，信号的幅度也既可是连续的又可是离散的．*数字信号*就是时间和幅度两者都是离散的信号．时间连续、幅度也连续的信号有时称为*模拟式信号*．

几乎在每个科学和技术的领域里，为了容易提取信息，都必须对信号进行处理．因此，发展信号处理技术和系统是非常重要的．这些技术通常将一个信号变换成另一种信号形式，这种新的信号形式在某种意义上比原始信号更合乎要求．例如，我们可能希望设计一些变换，以分离两个(或多个)按某种方式合并在一起的信号，也可能希望增强一个信号的某一分量或参数，或者还可能希望估算信号的一个或几个参数．信号处理系统可以按照信号分类的同样原则进行分类．这就是说，*时域连续系统*是输入和输出都是时域连续信号的系统，而时域离散系统是输入和输出都是时域离散信号的系统．与此类似，*模拟系统*是输入和输出都是模拟信号的系统，而数字系统则是输入和输出都是数字信号的系统．因此，*数字信号处理*是对幅度和时间都是离散的信号进行变换．本章——事实上本书的大部分——是讨论时域离散信号和系统，而不是数字信号和系统．离散幅度的影响在第九章详细讨论．

时域离散信号可以通过对一个时域连续信号取样而得到，或者直接通过某种时域离散处理而产生．无论时域离散信号的来源如何，数字信号处理系统都具有许多引人注目的特征．它们可以采用通用数字计算机非常灵活地实现，或者用数字硬设备实现．如果必要的话，它们可以用来模仿模拟系统，更重要的是它可用来实现模拟硬件不可能实现的信号变换．因此，当需要进行复杂的信号处理时，常常要用到信号的数字表示法．

在这一章中，我们首先就一维信号讨论时域离散信号和信号处理系统的基本概念，然后讨论二维信号的这些基本概念．我们将特别注重线性非移变时域离散系统．读者从本章和以后各章将逐渐认识到，我们推导的许多特性和结果与几部名著[1-3]中阐述的线性非时变时域连续系统的特性和结果相似．事实上，可以将序列当作模拟信号的冲激串进行处理，以讨论时域离散系统．如果仔细处理的话，这种方法可以得到正确的结果，实际上许多经典的取样数据系统论证都是这样做的(例如参见参考文献[4—6])．然而，在许多现代数字信号处理的应用中，并非所有序列都是由一个时域连续信号的取样产生的．而且，许多时域离散系统并不近似于相应的模拟式系统．所以，与其将模拟系统的结果强加于离散体制，不如从一套适合于时域离散系统的体制和符号出发，推导出类似的结果．只有在必要时才将时域离散信号和模拟式信号联系起来．

1.1 时域离散信号——序列

在时域离散系统理论中，我们研究以序列表示之信号的处理问题．一个数字序列 x，它的第 n 个数字以 $x(n)$ 表示时，则可用公式写为

$$x = \{x(n)\}, \quad -\infty < n < +\infty \tag{1.1}$$

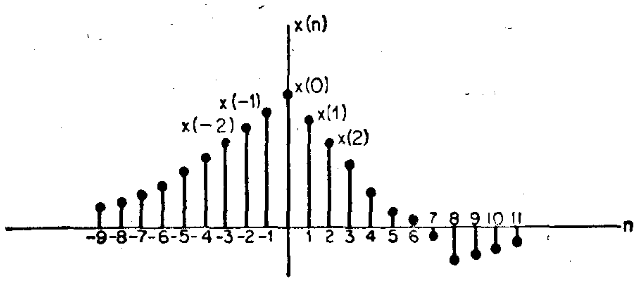


图 1.1 时域离散信号的图形表示

尽管序列并不总是由模拟波形取样产生的，但为方便起见，我们仍将 $x(n)$ 称为序列的“第 n 个取样”．同样，虽然严格地说 $x(n)$ 表示序列的第 n 个数字，但(1.1)式的符号往往显得过于烦琐，而直接将其称作“序列 $x(n)$”较为方便且不致引起混淆．时域离散信号(即序列)，也常常用图形描述，如图 1.1 所示．虽然横坐标画成一条连续的直线，但 $x(n)$ 仅仅对于整数 n 值才有定义．对于非整数的 n，将 $x(n)$ 想象为零是不正确的，$x(n)$ 对于非整数值的 n 是没有定义的．

图 1.2 示出了一些序列的例子．*单位取样序列* $\delta(n)$ 定义为如下取值的序列：

$$\delta(n) = \begin{cases} 0, & n \neq 0 \\ 1, & n = 0 \end{cases}$$

我们马上就会看到，单位取样序列在时域离散信号和系统中所起的作用和单位冲激函数在时域连续信号和系统中所起的作用相同．为方便起见，通常称单位取样序列为*时域离散冲激*，或简称为*冲激*．值得注意的是，在数学上时域离散冲激并不像时域连续冲激那样复杂．其定义是简单而精确的．单位阶跃序列 $u(n)$ 具有下列取值：

$$u(n) = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$

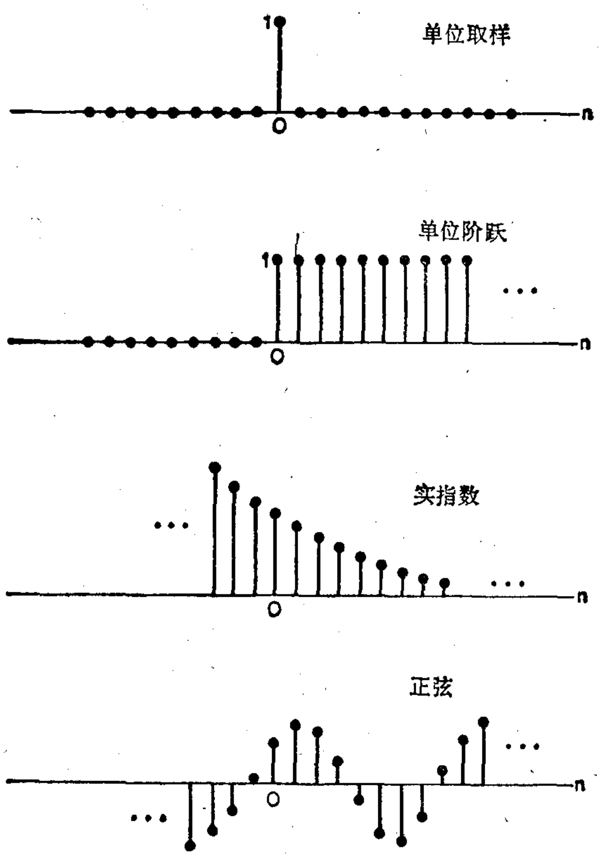


图 1.2 序列的一些实例. 图中所示序列在分析和表示时域离散信号与系统时起着重要的作用

单位阶跃与单位取样的关系为

$$u(n)=\sum_{k=-\infty}^{n}\delta(k) \tag{1.2}$$

类似地,单位取样与单位阶跃的关系为

$$\delta(n)=u(n)-u(n-1) \tag{1.3}$$

实指数序列是一个值为 a^n 的任意序列，此处 a 为实数. 正弦序列形式为 $A\cos(\omega_0 n+\phi)$. 复指数序列的形式为 $e^{(\sigma+j\omega_0)n}$.

如果对于所有 n 都满足 $x(n)=x(n+N)$，则定义 $x(n)$ 为周期序列，其周期为N. 对于 $\sigma=0$ 的复指数序列和正弦序列，只有当 $2\pi/\omega_0$ 为整数时，才具有周期 $2\pi/\omega_0$. 如果 $2\pi/\omega_0$ 不是整数而是一个有理数,则正弦序列仍然是周期性的,但其周期大于 $2\pi/\omega_0$. 如果 $2\pi/\omega_0$ 不是有理数,则正弦序列和复指数序列都不是周期性的. 无论它们是否为周期性的，参数 ω_0 皆称作正弦或复指数的频率. 频率 ω_0 可以在一个连续的数值范围内选取,然而，规定 ω_0 在区域 $0\leqslant\omega_0\leqslant 2\pi$ (或$-\pi\leqslant\omega_0\leqslant\pi$) 内为连续的并不失去一般性. 因为，在区域 $2\pi k\leqslant\omega_0\leqslant 2\pi(k+1)$ 内(对任意 k 值)，改变 ω_0 所得到的正弦或复指数序列和在区域 $0\leqslant\omega_0\leqslant 2\pi$ 内改变 ω_0 所得到的正弦或复指数序列完全相同.

有时引用序列的能量较为方便. 序列 $x(n)$ 的能量 $\mathscr{E}$ 定义为

$$\mathscr{E}=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}|x(n)|^2$$

在时域离散信号处理系统的分析中，序列有几种基本运算．两个序列 x 和 y 的积与和分别定义为其取样与取样的积与和:

$$x \cdot y = \{x(n)y(n)\} \text{ (积)}$$
$$x + y = \{x(n) + y(n)\} \text{ (和)}$$

序列 x 和一个数 α 相乘定义为

$$\alpha \cdot x = \{\alpha x(n)\}$$

如果序列 y 具有下列取值:

$$y(n) = x(n - n_0)$$

则序列 y 称为序列 x 的延迟序列或移位序列,式中 n_0 为整数.

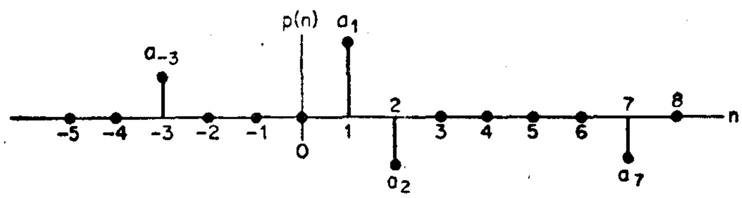


图 1.3　序列表示成各延迟单位取样的幅度加权和

任意序列皆可表示成各延迟单位取样的幅度加权和．例如，图 1.3 的序列 $p(n)$ 可以表示为

$$p(n) = a_{-3}\delta(n+3) + a_1\delta(n-1) + a_2\delta(n-2) + a_7\delta(n-7)$$

更一般地说，任意序列皆可表示为

$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)\delta(n-k) \tag{1.4}$$

1.2　线性非移变系统

系统在数学上定义为将输入序列 $x(n)$ 映射成输出序列 $y(n)$ 的唯一性变换或运算，记为

$$y(n) = T[x(n)]$$

通常绘如图 1.4。

图 1.4　将输入序列 $x(n)$ 映射成输出序列 $y(n)$ 的变换表示

对变换 $T[\ \ ]$ 加上种种约束条件，就定义出各类时域离散系统．由于线性非移变系统在数学上比较容易表征，还由于它们可以设计成实现多种有用的信号处理功能，因此，我们将广泛地研究这类系统．在第十章将讨论更普遍的一类系统，而线性系统只是它的一种特殊情况.

线性系统定义为满足叠加原理的系统，设 $y_1(n)$ 和 $y_2(n)$ 分别是对于输入 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 的响应，则当且仅当