

数理经济学

朱建中
高汝熹

编

武汉大学



中财 B0014273

数理经济学

高汝熹 朱建中 编

CD268/07

中央财经学院图书馆藏书章

总号 422898

书号 Free Libry

武汉大学出版社

1992

80855A

数理经济学

©高汝熹 朱建中 编

*

武汉大学出版社出版发行

(430072 武昌 珞珈山)

沙市印刷一厂印刷

*

850×1168 1/32 11 印张 279 千字

1993 年 6 月第 1 版 1993 年 6 月第 1 次印刷

印数:1—2000

ISBN 7-307-00099-7/O · 124

定价:6.25

内 容 提 要

本书介绍数理经济学基本理论、方法及应用,全书共分七章:第一章介绍单个市场的均衡;第二章、第三章讨论消费者和生产者行为;第四章为一般均衡理论;第五章是投入产出分析;第六章是可计算一般均衡模型;第七章研究经济增长问题。

本书可作为经济、管理类专业研究生和高年级本科生的教材,亦可作为数量经济模型工作者的参考书。阅读本书的基础只需高等数学和线性代数的基本知识;经济学基础只需微观经济学的基本常识。

(鄂新登字 09 号)

序 言

随着我国改革开放的进一步深化,对经济机制进行深入的研究已为大多数经济学界人士所共识。对经济机制的研究,在改革开放前,我国经济学界大多采用文字描述的方法;改革开放以来,大家逐渐认识到经济分析中数量方法研究的重要性,从而使数量经济模型在我国得到了广泛的研究和运用。然而仅用统计方法、计量经济方法对经济问题进行实证研究还是不够的,还必须利用数学工具对经济系统中的变动机制进行深层次的分析 and 研究,这个任务就得由数理经济学来完成。这也是我们编写本书的初衷。现在,我国许多数量经济工作者、研究经济、管理的研究生和大学本科生对数理经济学很有兴趣,但目前国内尚缺乏合适的教材,本书的编写,希望能弥补这一缺陷。

数理经济学是经济理论的一个组成部分,它是用数学工具来表达经济理论,并进行演绎推理,以分析和建立经济理论体系,它是计量经济模型的理论基础之一,纵观诺贝尔经济学奖获得者,大多数是数理经济学家,或利用数理经济学的方法和理论进行研究的经济学家。例如,因研究一般均衡理论作出卓越贡献的就有:1970年获奖的萨缪尔逊、1972年获奖的阿罗和希克斯、1983年获奖的德布罗。列昂惕夫因在投入产出分析方面的成就获1973年奖,库普曼和康托洛维奇因在生产行为分析和线性规划方面的贡献而获1975年诺贝尔奖等。

数理经济学的内容非常广泛,在阿罗和英特里盖特主编的数理经济学名著《数理经济学手册》共有三大卷计34章,而其中的每

一章实际上就是一个研究领域。本书无意覆盖所有数理经济学的内容,而只选择介绍数理经济学中的一些最基本的理论和方法,并介绍复旦大学管理学院在应用数理经济学方法对中国或地区宏观经济问题研究的一些成果,为读者应用数理经济学方法对中国经济问题进行研究提供一些例子。

本书共分七章,第一章研究单个市场的均衡问题;第二章研究消费者行为,其中一些消费结构模型如几乎理想的需求系统是国外八十年代的成果;第三章研究生产者行为,其中成本函数、利润函数是较新的内容;第四章讨论一般均衡理论,完整地给出了一个一般均衡存在性的证明;第五章讨论投入产出分析的数理基础及其应用;第六章讨论可计算一般均衡模型,这是一般均衡理论应用的一个范例,其中包括作者构造的中国经济的可计算一般均衡模型;第七章为经济增长理论。

我国对数理经济学的研究还刚刚起步,有幸的是我国于1990年在中国数量经济学会中成立了数理经济学分会。我们希望本书的出版能起到抛砖引玉的作用。

尽管本书曾在复旦大学作为研究生和本科生高年级的教材讲授过多次,原稿也曾修改补充过多次,但限于作者的水平,书中的错误在所难免,恳请读者批评指正。

作 者

1992年6月于复旦大学

目 录

第一章 均衡价格.....	(1)
§ 1.1 需求函数	(1)
§ 1.2 供给函数.....	(11)
§ 1.3 静态均衡价格.....	(14)
§ 1.4 动态均衡.....	(23)
§ 1.5 蛛网模型.....	(26)
附录 A 线性常系数差分方程	(33)
参考文献	(36)
第二章 消费者行为	(38)
§ 2.1 偏好和效用函数.....	(38)
§ 2.2 消费者均衡.....	(45)
§ 2.3 间接效用函数与 AIDS	(51)
§ 2.4 需求系统的性质.....	(58)
§ 2.5 可加效用函数与线性支出系统.....	(72)
§ 2.6 动态需求系统与动态 LES	(80)
§ 2.7 中国消费结构的实证分析.....	(85)
附录 B 非线性规划初步	(93)
参考文献.....	(103)
第三章 生产者理论.....	(105)
§ 3.1 生产函数	(105)

§ 3.2 Cobb-Douglas 与 CES 生产函数	(112)
§ 3.3 生产者均衡	(120)
§ 3.4 利润函数	(127)
§ 3.5 成本函数	(133)
§ 3.6 多种产品的生产者行为	(140)
§ 3.7 不完全竞争市场中的企业行为	(147)
参考文献	(163)

第四章 一般均衡理论..... (164)

§ 4.1 一般均衡	(164)
§ 4.2 纯粹交换经济的一般均衡	(169)
§ 4.3 一般均衡的存在性	(176)
§ 4.4 一般均衡的稳定性	(190)
§ 4.5 帕累托最优境界与一般均衡	(205)
附录 C 不动点定理与分离定理	(211)
参考文献	(217)

第五章 投入产出分析..... (219)

§ 5.1 静态投入产出模型	(219)
§ 5.2 霍金斯-西蒙条件	(227)
§ 5.3 不可分解的投入产出系统与弗罗比尼斯定理	(234)
§ 5.4 动态投入产出模型	(243)
§ 5.5 经济增长与产业结构变动分析	(251)
参考文献	(266)

第六章 可计算一般均衡(CGE)模型 (268) |

§ 6.1 社会核算矩阵(SAM)	(269)
§ 6.2 一个闭经济系统的 CGE 模型	(272)

§ 6.3 开经济系统的 CGE 模型	(285)
§ 6.4 CGE 模型的求解	(293)
§ 6.5 中国经济的 CGE 模型	(299)
附录 D	(307)
参考文献	(314)
第七章 经济增长理论	(316)
§ 7.1 消费函数	(317)
§ 7.2 投资函数	(323)
§ 7.3 投资乘数和加速原理	(325)
§ 7.4 哈罗德-多马模型	(328)
§ 7.5 新古典经济增长模型	(330)
§ 7.6 考虑技术进步的索洛模型	(335)
§ 7.7 萨缪尔逊模型	(337)
参考文献	(341)

第一章 均衡价格

本章将研究市场中需求函数和供给函数,引入了均衡价格的概念,并讨论了动态情况下均衡价格的存在性和稳定性,为本书的后面几章打下基础.

§ 1.1 需求函数

需求是指消费者在一定价格条件下对商品的需要,也就是说消费者以一个可能的价格愿意且可能购买的一种商品的数量.影响商品需求的因素是很多的,除了消费者的收入和商品的价格外,还包括:消费者人数的多少;消费者的收入分配状况;消费者的偏好;其它相关商品的价格等等.本节主要研究需求量与商品的自身价格和消费者收入之间的关系,进一步的研究将在本书的其它各章中讨论.

一、静态需求函数

静态需求函数是讨论需求量与当期价格和收入之间的关系.设市场上有 n 种商品,第 i 种商品的价格为 $P_i (i=1, \dots, n)$,消费者的收入为 Y ,该商品的需求量为 $D_i (i=1, \dots, n)$. 则一般的静态需求函数可写成:

$$D_1 = f_1(P_1, \dots, P_n, Y),$$

$$D_2 = f_2(P_1, \dots, P_n, Y),$$

$$\dots,$$

$$D_n = f_n(P_1, \dots, P_n, Y).$$

如果用向量表示则是：

$$D = f(P, Y), \quad (1.1.1)$$

这里 $D = (D_1, D_2, \dots, D_n)'$, $P = (P_1, \dots, P_n)'$, $f = (f_1, \dots, f_n)'$.

如果收入比较稳定,则可看成是一个常量,需求函数就可写成更简单的形式：

$$D = f(P), \quad (1.1.2)$$

即需求量仅是价格的函数. 如果只有一种商品,则 P 为自身价格.

一般说来需求函数是自身价格的递减函数,设其他商品价格不变,则其相应的需求曲线是从左向右倾斜的,该曲线有负斜率,即 $f'(P) < 0$. 当自身价格上升时需求下降;价格下降时需求上升,表明价格与需求量之间存在着反向变动的关系. 价格变动与需求量之间关系的详细讨论见本书第二章.

需求函数一般具有负斜率,但有时也会发生例外,最著名的例外是由英国人 Giffen 发现的. Giffen 在考察 18 世纪英国某地区穷人的消费行为时发现,有些商品价格上升,消费者的需求却反而增加,这些商品后人就通称为 Giffen 品(Giffen goods). 我们举一个例子来说明这种 Giffen 品. 假设有一穷人,他一月的收入只能购买 30 斤米和 2 斤肉,而这些米和肉正好使他吃饱. 现在如果米的价格上涨,为使自已吃饱,他必须放弃一部分肉,多购买些米,他买米的总量将超过 30 斤,即米价的上升反而使他的米的需求量上升. 当然,在目前的经济条件下, Giffen 品是很少见的.

最简单的单商品关于价格的静态需求函数有如下几种：

1. 线性需求函数

$$D = b - aP \quad (a > 0, b > 0). \quad (1.1.3)$$

这里价格 P 前面的系数取负号意味着物价与需求之间呈反向变动的关系. 当 $P=0$ 时, $D=b$, 故称 b 为饱和需求量; 当 $P=b/a$ 时, $D=0$, 即在价格为 b/a 时, 消费者对此商品的需求为零, 意味着当价格超过 b/a 时, 消费者对此商品的需求为零, 即消费者对此商品

无需求. 需求曲线如图 1.1.1.

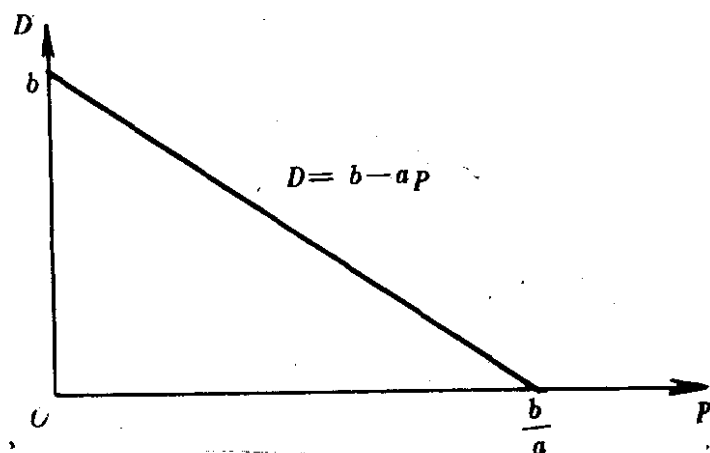


图 1.1.1 线性需求函数 $(0 < P < \frac{b}{a})$

2. 双曲线型需求函数

$$D = \frac{a}{P+c} - b \quad (a, b, c > 0). \quad (1.1.4)$$

这种需求函数当 $P \rightarrow -c$ 时, $D \rightarrow \infty$; 当 $P \rightarrow \infty$ 时, $D \rightarrow -b$. 故需求曲线有两条渐近线. $c > 0$ 的经济意义是: 这种商品有一饱和需求量 $D = \frac{a}{c} - b$; $b > 0$ 的经济意义是: 当价格 $P = \frac{a}{b} - c$ 时, 该商品的需求量为 0, 需求曲线如图 1.1.2.

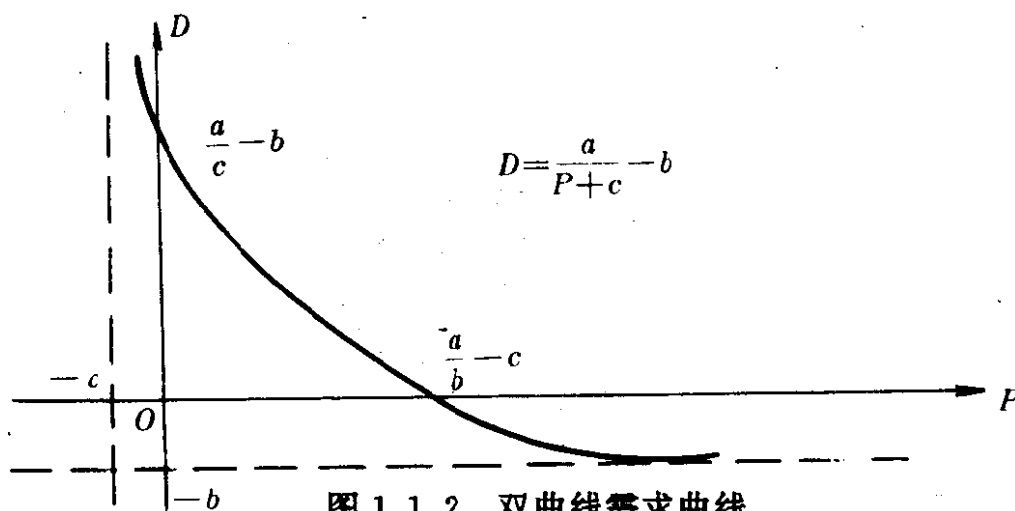


图 1.1.2 双曲线需求曲线

3. 三次需求函数

$$D = -aP^3 + bP^2 - cP + d \quad (a, b, c, d > 0). \quad (1.1.5)$$

对(1.1.5)式求导可得:

$$\frac{dD}{dP} = -3aP^2 + 2bP - c,$$

$$\frac{d^2D}{dP^2} = -6aP + 2b.$$

当 $P=0$ 时, $D=d$; 当 $P < \frac{b}{3a}$ 时, $\frac{d^2D}{dP^2} > 0$; 当 $P > \frac{b}{3a}$ 时, $\frac{d^2D}{dP^2} < 0$. 因而 $P = \frac{b}{3a}$ 为需求曲线的拐点, 当 $P < \frac{b}{3a}$ 时曲线为下凸的, 当 $P > \frac{b}{3a}$ 时, 曲线是上凸的. 这是一类很重要的需求函数, 许多耐用消费品的需求均具有这种规律. 当价格下降时, 该商品的销售量迅速上升; 但当价格下降到 $\frac{b}{3a}$ 附近时, 此时市场呈饱和状态, 亦即当价格变动时, 需求量变动不大. 此时实际上是一种相对饱和现象, 如果价格再大幅度下降而远离其拐点 $\frac{b}{3a}$ 时, 销售量又会大幅度上升.

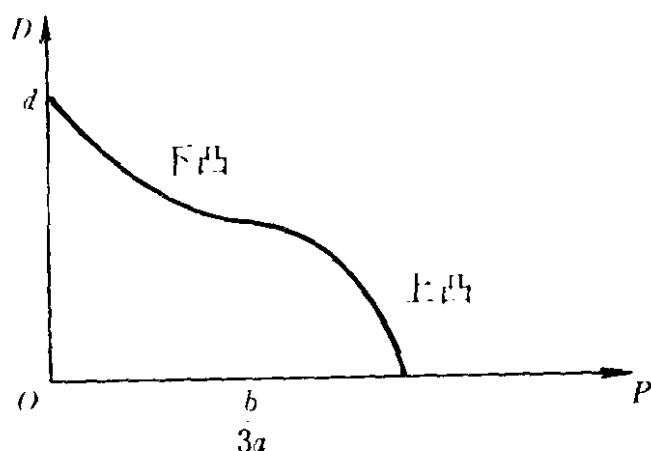


图 1.1.3 三次需求曲线

如果考虑收入的作用, 即选用 (1.1.1) 形式的静态需求函数, 一般有如下几种形式:

$$(i) \quad D = a + bY \quad (b > 0); \quad (1.1.6)$$

$$(ii) \quad D = a - bP + cY \quad (b, c > 0); \quad (1.1.7)$$

$$(iii) \quad D = a + b \frac{Y}{P} \quad (b > 0); \quad (1.1.8)$$

$$(iv) \quad D = a \exp(bY/P) \quad (b > 0). \quad (1.1.9)$$

需求函数 (1.1.6), (1.1.8) 是最简单的, 其中 b 为需求关于收入的偏导数. 在 (1.1.8) 中, Y/P 是实际收入, 方程 (1.1.8) 满足齐

次性条件,即当价格、收入同时增加一倍时,需求量不变,这也称为消费者无“货币幻觉”。(1.1.9)式中 $b = \frac{d \ln d}{d \ln(Y/P)}$ 是需求关于实际收入的弹性,(1.1.9)称为常弹性的需求函数。(1.1.7)式是普通的线性需求函数。

利用(1.1.8)式,可估计出我国农民对商品的需求函数,见本章参考文献[1]。

$$D = 3.55 + 0.52\left(\frac{Y}{P}\right) + 9.13D81,$$

$$(2.7) \quad (30.0) \quad (3.4)$$

$$R^2 = 0.995, \quad DW = 2.64, \quad (1967-1986)$$

这里 D 是农民人均实际商品支出, P 是商品价格指数, Y 是农民的人均收入, Y/P 实际上是农民的实际收入, $D81$ 是“哑变量”,在 1981 年以前是 0,以后是 1,农民的边际消费倾向是 0.52。

需求函数还有一种形式,将消费者在某一商品上的支出表示成收入的函数:

$$PD = \Phi(Y), \quad (1.1.10)$$

这里 PD 是消费者在某一商品的支出. 由这种方程作出的曲线称为恩格尔 (Engel) 曲线,这种形式的函数首先是由 Engel (1857) 运用并进行实证分析的. 恩格尔对不同的商品进行了大量的统计分析,得到如下三条结论:

- (i) 食品消费在家庭消费中占的份额最多;
- (ii) 食品消费支出占总支出的份额随收入的增加而递减;
- (iii) 随收入的增加,衣着消费和住房消费占总支出的份额几乎不变,而奢侈品 (Luxury) 占的份额将增加。

一般称上述三条结论为恩格尔定律. 在这三条规律中,目前引用最多的是第二条. 世界银行用一个国家中人均食品消费支出占总消费支出份额的大小来划分每个国家生活水平的高低程度;份额小的意味着生活水平高,反之则反。

常用的恩格尔曲线有如下几种:

$$(i) \quad PD = a + bY; \quad (\text{线性}) \quad (1.1.11)$$

$$(ii) \quad \log(PD) = a + b \log Y; \quad (\text{对数线性}) \quad (1.1.12)$$

$$(iii) \quad PD = a - b/Y \quad (b > 0); \quad (\text{双曲线}) \quad (1.1.13)$$

$$(iv) \quad PD = a + b \log Y. \quad (\text{半对数}) \quad (1.1.14)$$

在线性恩格尔曲线(1.1.11)中, $b = d(PD)/dY$ 称为商品的边际消费倾向.

利用方程(1.1.13)、(1.1.14)中的任何一个,可进行需求行为的实证分析.当然要看拟合的情况,我们曾利用方程(1.1.8)对中国城镇居民的消费行为进行分析.对方程(1.1.8)我们在形式上稍作修改:

$$E_i = \alpha_i + \beta_i Y, \quad (1.1.15)$$

这里 $E_i = PD_i$ 为在第 i 商品类上的支出, Y 是收入.利用1986年城镇居民家庭收支调查的截面数据(见《1987中国统计年鉴》),可得(1.1.15)的估计值.计算结果如表1.1.1:

表1.1.1 线性支出函数(中国城镇居民1986)

	α_i	β_i	R^2
总支出	68.578	0.800	0.99
食品	135.581	0.390	0.99
衣着	9.030	0.113	0.99
日用品	-27.042	0.126	0.99
文娱用品	-37.684	0.103	0.98
书报类	2.432	0.004	0.93
药及医疗用品	4.580	0.004	0.87
燃料	8.454	0.005	0.94
非商品支出	10.309	0.057	0.99

其中总支出 E 是: $E = \sum_i E_i$.

二、动态需求函数

在静态需求函数中,需求量只与当期的收入和价格有关,这蕴涵着假设当价格和收入改变时,消费者能瞬时调整到新的均衡需

求量. 这种静态方法在许多场合不能刻画消费者实际的需求行为. 因为消费者对价格和收入变动的反应常常会有一个时滞, 即当价格、收入变动时, 消费者不能立即将需求量调整到新的均衡值, 调整需要时间. 例如, 耐用消费品的需求就是这样. 假设有一消费者在 $t-1$ 期购买了一台彩电, 在 t 期他的收入增加了而彩电的价格保持不变. 按静态需求理论, 他将在彩电消费上多一点支出; 但由于他刚刚购买了彩电, 他将等待一段时期, 在这段时期他的需求量就小于“新的均衡量”, 这段时期就是调整时期. 等到收入达到一定水平, 他才可能购买新的彩电.

设均衡的需求量由如下方程决定:

$$D_t^* = a + bP_t + cY_t, \quad (1.1.16)$$

这里 D_t^* 是均衡的需求量, 或是希望购买的数量, Y_t, P_t 分别表示 t 时的收入和价格. (1.1.16) 是一线性方程, 假设实际的需求量 D_t , 按照下述方程调节:

$$D_t - D_{t-1} = k(D_t^* - D_{t-1}) \quad (0 < k < 1), \quad (1.1.17)$$

这里 k 称为调节系数, 上述方程刻画了实际的需求量 D_t 与均衡的(希望的)需求量 D_t^* 之间的偏差程度. 当 $k=1$ 时, $D_t = D_t^*$, 调节立刻完成, 这就是静态的情形. 当 k 越小时, 调节的能力越差. 综合 (1.1.16) 和 (1.1.17) 消去 D_t^* 可得

$$D_t - D_{t-1} = k(a + bP_t + cY_t - D_{t-1}),$$

或者

$$D_t = ka + kbP_t + kcY_t + (1-k)D_{t-1}, \quad (1.1.18)$$

这里 b, c 称为长期系数, kb, kc 称为短期系数. (1.1.18) 称为部分调节模型. 这是一种常用的动态模型. 经济学中对动态调节模型的研究始于本世纪40—50年代, 对于不同的调节方程 (1.1.17), 可得到不同的动态调节模型.

对于耐用消费品的需求分析, 是动态需求函数的一个重要方面. 在耐用消费品需求中, 存量是一个很重要的概念. 由于耐用消费品不象食品那样立即被消费掉, 在 t 期有一个存量 S_t . 将 t 时期

消费者均衡的存量记成 S_t^* , S_t^* 是价格和收入的函数, 即

$$S_t^* = a + bP_t + cY_t. \quad (1.1.19)$$

引入调节方程:

$$D_t = k(S_t^* - S_{t-1}) + \delta S_{t-1}, \quad (1.1.20)$$

这里 $0 < k, \delta < 1$, δ 是折旧率, k 是调节系数. $S_t^* - S_{t-1}$ 是 t 期的均衡需求. 将 (1.1.19) 代入 (1.1.20) 可得

$$D_t = ak + bkP_t + ckY_t + (\delta - k)S_{t-1}. \quad (1.1.21)$$

上式表示除了当期价格和收入对需求的影响外, 前期的存量 S_{t-1} 对需求亦有影响. 邹至庄 (见本章参考文献 [7]), 利用美国 1921—1953 年的时间序列数据对美国的汽车需求进行分析, 下面是他给出的实证模型:

$$D_t = 0.07791 - 0.030127P_t + 0.011699Y_t - 0.23104S_{t-1},$$

$$R^2 = 0.858.$$

前期存量 S_{t-1} 对需求是负的作用. 在假设折旧率 δ 为 0.25 的情况下, 计算出调节系数

$$k = \delta - (\delta - k) = 0.25 + 0.23 = 0.48.$$

方程 (1.1.21) 称为是存量调节型的需求函数.

消费者消费某些商品时, 习惯亦起着很重要的作用. 例如对烟、酒的消费. 在对这些商品消费时, 也有一个“存量”的概念. 但不象耐用消费品那样是实物形式的存量, 而是一种称为“习惯的心理存量” (psychological stock of habits). 现在我们用连续函数来分析消费者的习惯性消费. 记 $S(t)$ 为 t 时刻的存量, 在耐用消费品情形时就是实物存量. $D(t)$ 为 t 时刻的购买. 存量的折旧率假设为常数 δ . 于是存量与购买之间有如下关系:

$$\dot{S}(t) = D(t) - \delta S(t), \quad (1.1.22)$$

这里 $\dot{S}(t) = dS(t)/dt$. 方程 (1.1.22) 表示存量的增量等于当期的买购减去存量的折旧. 假设需求函数是 (1.1.21) 型的, 即存量调节型的, 需求函数可写成