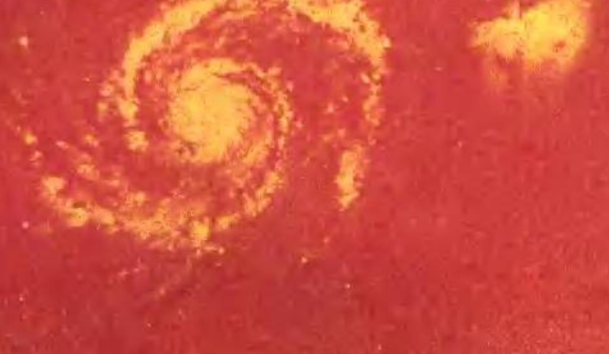
美国M·I·T·物理学导论丛书

A·P·弗伦奇 著



牛顿力学 2

郭敦仁 何成钧 译

人民教育出版社

美国M·I·T·物理学导论丛书

牛 顿 力 学

2

A·P·弗伦奇 著
郭敦仁 何成钧 译

人民教育出版社

内容简介

本书根据美国 W. W. Norton & Company. Inc. 出版的 A. P. French 著《牛顿力学》(Newtonian Mechanics) 一书 1971 年版译出.

《牛顿力学》为美国麻省理工学院教育研究中心的《M. I. T. 物理学导论丛书》(M. I. T. Introductory Physics Series) 中的一卷. 中译本按原书的三个部分分成三册出版, 第一册为"牛顿动力学入门"; 第二册为"经典力学的运用"; 第三册为"专题". 第二册内容包括五章: 运用牛顿定律; 万有引力; 碰撞和守恒定律; 动力学中的能量守恒、振动运动; 保守力和空间中的运动.

本书可作为高等学校物理学课程的教学参考书, 也可供有关科技人员、电大和中专学生、教师参考.

美国M·I·T·物理学导论丛书

牛 顿 力 学

2

A·P·弗伦奇 著

郭敦仁 何成钧 译

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民教育出版社印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 9.75 字数 226,000

1982 年 2 月第 1 版 1983 年 5 月第 1 次印刷

印数 00,001—16,500

书号 13012·0721 定价 0.88 元

目　录

第二篇　经典力学的运用

第七章　运用牛顿定律

值得重新强调的事实是，牛顿定律可以用在两个主要方面：

1. 知道所有作用在一物体上的力，我们可以计算出它的运动.

2. 知道一物体的运动，我们可以推断出必然有些什么力在作用着①.

这样来分类也许似乎是非常明显的和相当平凡的，但实际并不如此. 第一类代表一种纯粹**演绎**的过程——运用已知的力的规律，并由此作出明确的预见. 第二类则包括力学的**归纳性**和**探索性**运用——利用观测到的运动去获悉迄今未知的、物体间相互作用的特点. 精于牛顿定律的演绎用法，对于在物理学和工程学上作出成功的分析和设计工作当然是基本的，并能带来巨大的智力上的满足. 但对于物理学家来说，真正使人兴奋的因素来自归纳过程，即通过对运动的研究，探索自然界的力. 正是通过这条道路，牛顿发现了万有引力定律，卢瑟福发现了原子核，而粒子物理学家探索着核子的结构(固然，最后这一领域需要用量子力学而不是牛顿力学来分析).

§1　几个引例

在第八章中我们将要说到一些关于牛顿如何从行星运动的研究达到他对引力的洞察的事情. 但首先我们要讨论的是关于如何

① 如果力的规律也是已知的，这可以用来获得关于一未知质量的知识. 在前页的引文中把这归于第二类.

由给定的力计算运动. 某些最初的工作在某种程度上缺乏魅力——但同其他任何事物一样,那是科学的一个逃避不了的方向. 而开始时的某些系统的基础工作，以后是会得到丰厚的酬偿的. 我们先限于力是常量的情形. 这样我们就能够运用匀加速度的运动学方程［(3-10)式]. 为了方便，我们在这里把那些方程再引述一下:

$$\text{运动学方程:（只适于匀加速度）}\left\{\begin{aligned} v&=v_0+at \\ s&=s_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2 \\ v^2&=v_0^2+2a(s-s_0) \end{aligned}\right. \qquad (7\text{-}1)$$

在任何给定问题中，我们的步骤总是首先分清所有作用于一物体上的力，并由 $F_{总}=ma$ 计算总加速度. 然后我们用这些运动学方程去描述此后的运动. 一般地说，这后一步骤只是一个数学练习；这个问题的真正的“物理”在于分析有哪些力出现. 不要被这些初等问题的表面平凡性所迷惑. 从表面上看，它们确实是无趣的和无关紧要的. 但用来分析它们的**方法**却具有突出的重要性——在很高级的问题中也采用与此完全相同的方法. 我们有意选择比较初级的体系作为开始来阐明其中的步骤，因而问题是陈旧的. 但如果你着眼于方法,它却是强有力的.

例1　光滑桌面上的物块　所谓“光滑”面是指它不能沿它的切向施加任何力. 实际不存在这种面,但作为有用的理想化,某些面是足够地接近于光滑面的.

考虑一块质量为 m 的物体水平地沿一无摩擦的表面被拉着. 问题：这物块的运动如何？[①]

首先我们必须确定有些什么力作用于这块物体上. 为了帮助

① 在这一个例子和下一个例子中,我们作这样的假设：相对于地面静止着的物体,其加速度为零. 这只是近似地正确——有关的充分讨论见第十二章.

分析，在脑子里把这块物体同设想的边界面[见图 7-1(a)]“隔离”开，并作一草图表明所有从外面通过这界面作用**于这块物体上**的力①. 它们是:

$\mathbf{F}_g$ = 重力

$\mathbf{T}$ = 绳中张力（一接触力）

$\mathbf{N}$ = 桌子施加于这块物体的接触力，与桌面垂直

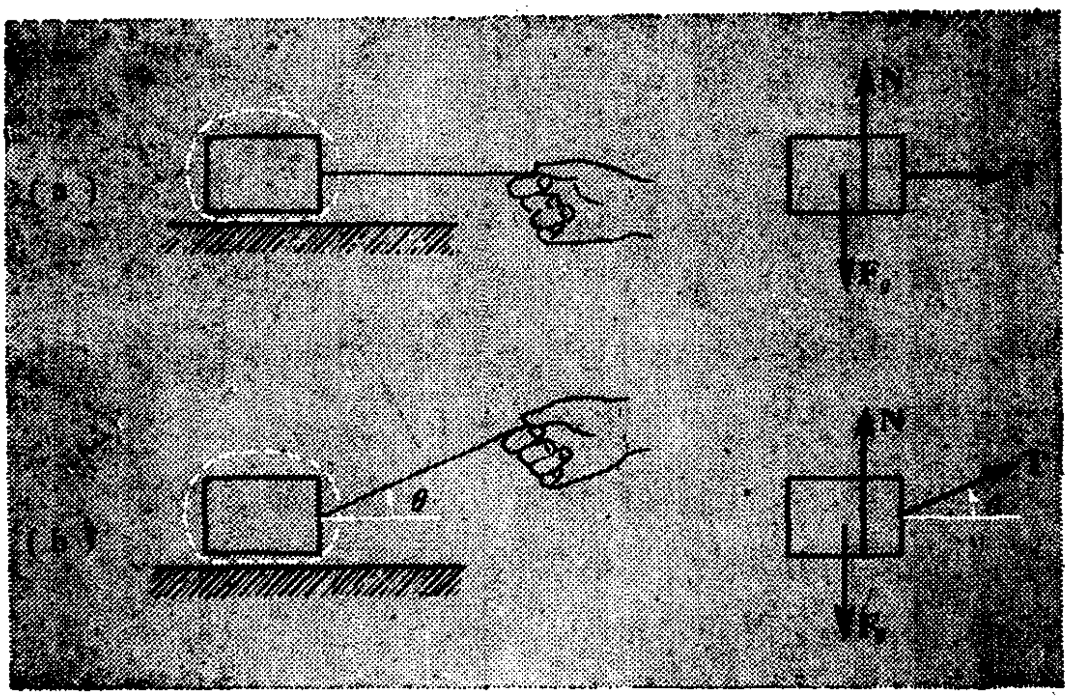


图 7-1 (a) 一块物体在一完全光滑的表面上水平地被拉着.
(b) 同一块物体由一条绳沿一任意方向被拉着.

我们在此引用了矢量记号，因为牵涉到的力显然不止一个方向. 在这一情形下，牛顿定律的完整表述是 $\mathbf{T}+\mathbf{N}+\mathbf{F}_g=m\mathbf{a}$. 由于假定这块物体沿竖直方向没有加速度，我们推断 $\mathbf{N}$ 和 $\mathbf{F}_g$ 是相等反向的矢量；换言之，

$$\mathbf{N}+\mathbf{F}_g=0$$

用另一方式表示，我们可以说 $\mathbf{F}_g$ 的大小 F_g 等于 $\mathbf{N}$ 的大小 N，因

① 在这些例子中，我们将把每一物体当作一个点状粒子，因而所有的力都作用在一单个点上.

为一个矢量的大小，不论矢量的方向为何，总是一个正的量．于是，沿 y 方向，合力的分量为零的条件可以表示为 $N-F_g=0$．作用于这块物体上的合力——“净”力——因此（按矢量加法）等于 **T**，而有 $T=ma$（**T** 和 **a** 都在水平方向上）．

如果我们假设绳子不是沿水平方向拉着[图 7-1(b)]，问题就变得更有实际价值一些．牛顿定律最初的矢量表述形式上同前，但在把它分析为竖直和水平分量时，我们得到下列方程：

竖直方向上：$N+T\sin\theta-F_g=0$

水平方向上：$T\cos\theta=ma$

第一个方程告诉我们N的大小：

$$N=F_g-T\sin\theta$$

（绳中张力的竖直分量帮助支持这块物体，因而N小于 F_g.）第二个条件直接告诉我们水平加速度的大小．

对这一分析，有一物理限制要注意．除非桌子能够把这块物体向下拉，如同能够向上支承物体的重量那样，力**N**必然是如图所示向上的，因而标量N总是正的．因此，如果 $T\sin\theta>F_g$，我们就不能满足所设条件．那么会出现什么情况呢？

例 2　在粗糙桌子上的物块　如例 1 一样，我们假设这块物体被绳子用力**T**拉着，并且，为简单起见，令拉力在水平方向上（见图 7-2）．虽然这肯定不是一个难题，但除非我们对摩擦力 **f** 的性

图 7-2　一块物体在一粗糙表面上被拉着．

质有某些知识，我们是说不出会发生些什么的. 如果是“干摩擦”，可令 $f \leqslant \mu N$，其中 μ 是摩擦系数. 在这情形下，N 等于 F_g，因之，把 F_g 写为 m 乘重力加速度 g，有 $f \leqslant \mu mg$. 不等式表明，摩擦力会自动调整，直到某一极限，以平衡力 **T**. 因此，确定水平加速度的方程 $\mathbf{T}+\mathbf{f}=m\mathbf{a}$ 导致两种不同的表述：

如果 $T<\mu mg$：$T-f=0$ （因而 $a=0$）

如果 $T>\mu mg$：$T-\mu mg=ma$ ［因而 $a=(T/m-\mu g)$］

我们将不详细考虑如果 **T** 的作用方向与水平成一角度会发生些什么情况. 但可以看出，这将改变 **N** 的大小，因而也改变了 **f** 的极限值. 读者应当自己分析这一情况.

例 3　在光滑斜面上的物块　有两个力作用于这块物体上(图 7-3)：力 **N**，垂直于(无摩擦的)斜面，和重力 $\mathbf{F}_g$. 这些力方向不同，因而一定有不为零的合力，而物体一定要加速. 如果我们愿意的话，可以引进水平和竖直坐标 x 和 y 而把 $\mathbf{F}=m\mathbf{a}$ 写成确定加速度 **a** 的分量 a_x 和 a_y 的方程：

$$N\cos\theta-F_g=ma_y$$

$$N\sin\theta=ma_x$$

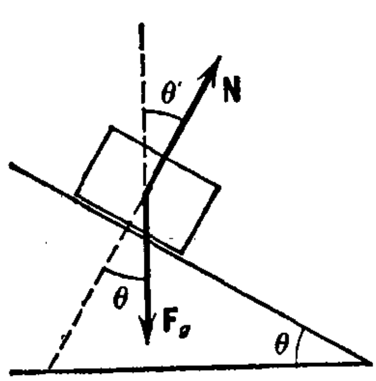


图 7-3　作用于放在完全光滑斜面上的一块物体上的力.

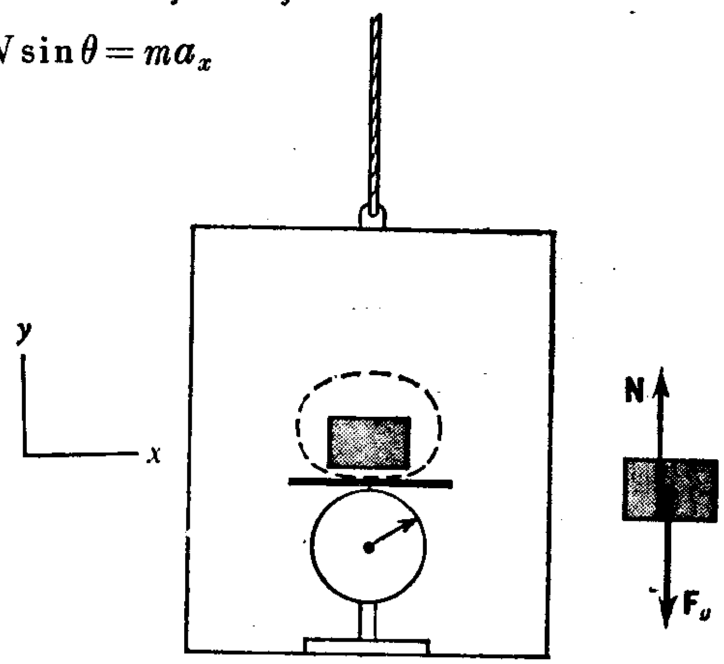


图 7-4　在一加速的升降机中静止着的物块；弹簧秤上记录的是它的表观重量.

然而，很清楚，$\mathbf{a}$ 是平行于倾斜方向的，因此，在这情形下引进坐标 s 以表示沿斜面向下的距离会简单一些. 把各个力分解为沿 s 的和垂直于 s 的，我们得

$$F_g \sin\theta = ma$$

$$N - F_g \cos\theta = 0$$

如果把重力的大小写成 m 乘重力加速度 g，第一个方程给出

$$a = g\sin\theta$$

例 4　在升降机中的物块　在升降机里有一块物体放在一行李秤(弹簧秤)上(图 7-4). 问题：当升降机升和降时，秤上的读数如何？

心里把这块物体隔离开，我们就认出只有两个力作用于其上. 它们是

$\mathbf{F}_g$ = 重力 (向下)

$\mathbf{N}$ = 秤施加于物块的接触力(向上)

行李秤上记录的是 $\mathbf{N}$ 的大小，因为按相接触的物体的作用与反作用相等，施加于秤上的力是 $-\mathbf{N}$. 这读数之值在任何情形下都是我们所称的这块物体的**重量测值**(W).

如果升降机(连同物块和秤一起)有一加速度 $\mathbf{a}$，以向上为正，则牛顿定律要求

$$\mathbf{N} - \mathbf{F}_g = m\mathbf{a}$$

因此，如果升降机不动**或者以匀速向上或向下运动**，秤上的读数都等于作用于这块物体上的重力. 但是如果升降机有一正的(向上的)加速度，则

$$N = m(g + a)$$

这时，用这秤量出的物体的重量比作用于其上的重力要大. 人们常常亲身感受到这一效应，好象是脚底下增加了作用力. 这效应发生在升降机的两种情形中：(a) 当升降机加速上升时，和(b)当

它减速下降时．两种情形都包含向上的加速度．类似地，如果升降机在上升时减慢下来或者正在开始向下运动，**a** 都向下，因而测出的重量小于 F_g．（顺带说一下，在升降机里人们有时感到的内部不舒服是直接与牛顿定律相连的．如果升降机获一正的（向上的）加速度，人们的心脏和胃必然——字义上的——会在感受到周围组织的额外作用力以使它们随着加速之前略为下沉．）

例 5　两相连质量　这里是一个简单的例子，设计来说明一个要点，即人们可以自由地用自己的设想去隔离开一完整体系的**任何部分**，然后只在这部分上应用 $\mathbf{F}=m\mathbf{a}$．图 7-5 所示是在一光滑（无摩擦力）面上的两质量，由一根轻的（无质量的）绳子相连着．一水平力 P 拉着右方的质量．关于这一情况，我们能作出什么推论呢？

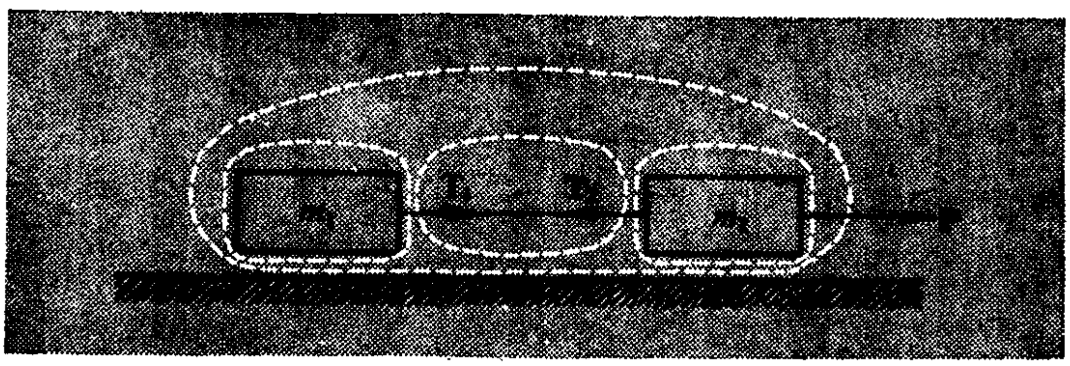


图 7-5　两相连物体在一完全光滑面上被水平地拉着．牛顿定律必须应用于我们选来考虑的、这体系的任何部分．

首先，我们可以设想一隔离边界画在 m_1 和 m_2 以及连结它们的绳的周围．作用于这体系的唯一的水平外力是 P，而总质量是 m_1 加 m_2．因此有

$$P=(m_1+m_2)a$$

这立刻告诉我们两质量所公有的加速度．其次，我们可以设想一个只围绕着连结绳的隔离边界．在图 7-5 中我们指出绳拉质量的力 $\mathbf{T}_1$ 和 $\mathbf{T}_2$；由作用同反作用相等，绳的两端受到的力是 $-\mathbf{T}_1$ 和

$-\mathbf{T}_2$. 这两个力之和一定要等于绳的质量乘它的加速度 $\mathbf{a}$. 已设绳的质量可略而不计，这就意味 $\mathbf{T}_1$ 和 $\mathbf{T}_2$ 有相同的大小 T，我们称之为绳中的张力.（这一理想化结果当然是相当明显的；值得注意的是，在任何真实情形中，绳两端的张力会有差别，足以对绳本身的质量提供所需的加速力.）

最后，我们可以设想分别画在 m_1 和 m_2 周围的隔离边界，并应用牛顿定律于每一个质量的水平运动：

$$T = m_1 a$$

$$P - T = m_2 a$$

把这两个方程加起来，我们再次得到整个体系的运动方程. 但如果我们单看其中的一个方程，把已确定的 a 值代入，将得到用 P 和质量表出的张力 T.

我们再次承认这些问题的简单性. 但如果按照把这些问题提出来的精神——即，不是为了问题本身的目的，而是为了举例说明牛顿定律的系统运用方式——来研究它们，就会发现它们启示了一条可靠的途径，用以处理差不多任何包含直接应用 $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ 的问题.

§2 二维运动

所有上节中的例子都是处理只沿着一个方向的运动. 这并不是一个严格的限制，因为根据"运动的独立性"，我们总是能够对任何给定时刻的情况，将力和加速度按照沿着分开的坐标方向的分量予以分析的. 其中最简单的是加速度 $\mathbf{a}$ 为一常矢量的情形. 这时，把加速度本身的方向选作一个坐标最方便；沿任何与此垂直的方向，加速度的分量按定义为零，而相应的速度分量一定是常数. 这一步骤的最为熟知的例子也许是在空气的阻力可以不计的理想化情形中对重力作用下的运动的分析. 在第三章中我们把它考虑

为一个纯粹运动学问题．另一个例子是一电子束在阴极管中的运动，这里多了一个特点，就是我们能控制作用力．下面我们将它作为动力学问题来考虑①．

图 7-6(a)是一个阴极射线管的草图，图 7-6(b)则是某些主要

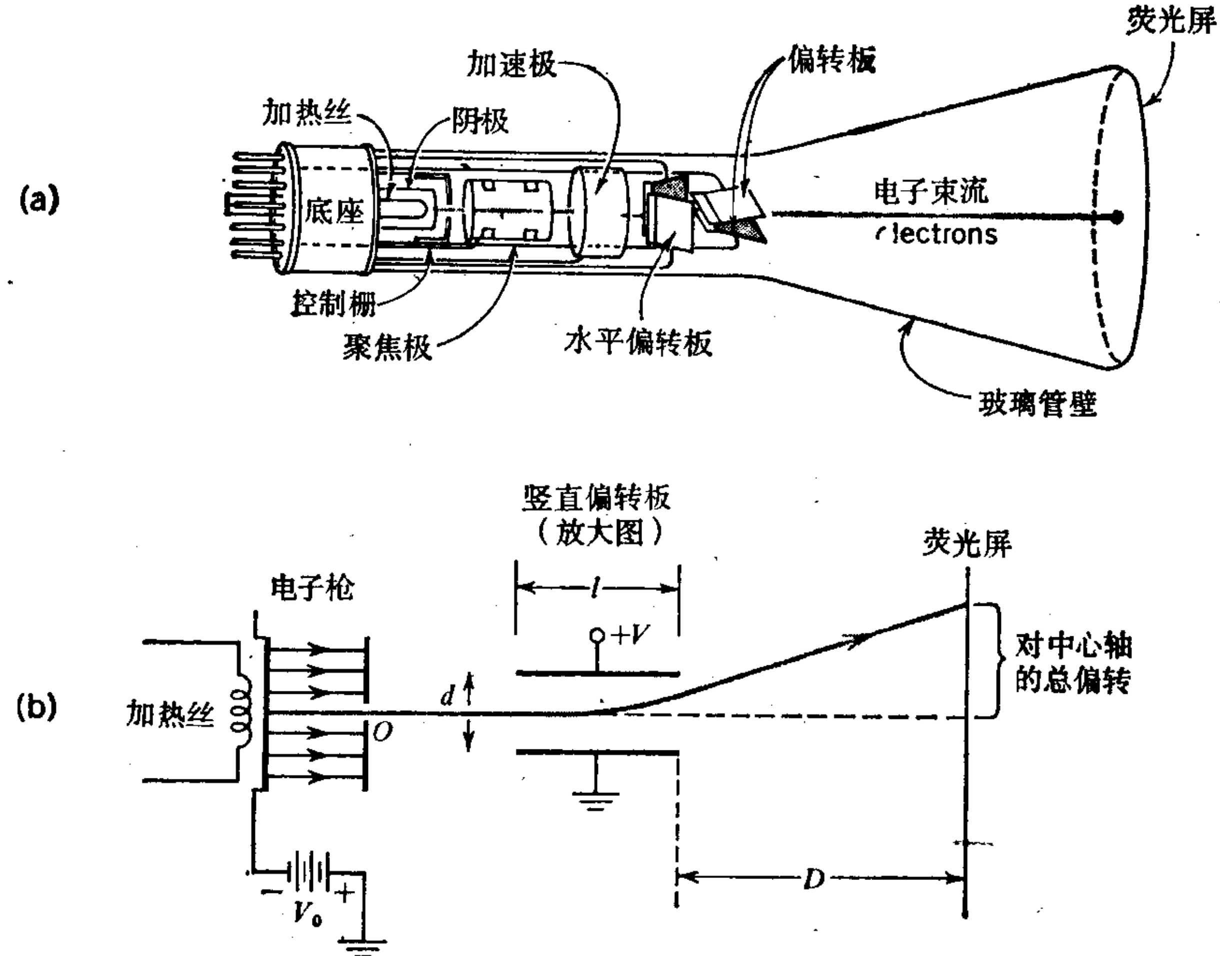


图 7-6 (a) 一简单阴极射线管主要面貌图.
(b) 电路和电子轨道简图.

特点的示意图．从电子枪中发出的、聚焦得很好的一束电子，在两对偏转板之间通过，这些板，如果适当地充电，将使电子束横向地偏转，离开中心轴而打到荧光屏的任一特定点上．我们取中心轴

① 我们要用到有关电力效应的某些结果．如果你对此不怎么熟悉，可参看，例如，PSSC, Physics (2 nded.), Part Ⅳ, Heath, Boston, 1965. 已有中译本，由科学出版社于 1978 年到 1979 年分四册出版．

为 z 方向，从而取垂直于 z 并互相垂直的两横向偏转方向为 x 和 y，如同在一个真的示波器中那样.

电子枪通过一电位差 V_0 使电子加速. 这给每一电子以动能 eV_0(其中 e 是基元电荷)，因而电子获得一纵向速度分量 v_z，由下式给出:

$$\frac{1}{2}mv_z^2 = eV_0 \tag{7-2}$$

因此，

$$v_z = \left(\frac{2eV_0}{m}\right)^{1/2}$$

离开电子枪之后，电子在 z 方向不再经受加速或减速，因而它的 z 坐标继续按变化率 v_z 变化.

我们将假定 y-偏转板的上板和下板之间加上了电位差 V. 这意味着，如果一电子从一个板飞行到另一板，它将由于横向电力 F_y 作功的结果而获得能量 eV. 如果设两板平行，相距为 d，而且 d 比板的长度小，那么，在两板之间的所有各点上，力 F_y 都有相同的值，因而电子所获能量也等于 F_yd. 因此，有

$$F_y = \frac{eV}{d}$$

给了这个 F_y 之值，电子在这两板之间通过的全程中将有一向上的加速度，由下式给出，

$$a_y = \frac{F_y}{m} = \frac{eV}{md}$$

在竖直方向上电子将偏转多少呢？这与它在偏转板之间所费的时间有关. 如果板的水平方向长度为 l，而电子速度的水平分量为常数 v_z，则所费时间简单地为

$$t = \frac{l}{v_z}$$

由(7-1)式我们可以确定在这向上的力的作用时间内所产生的横

向位移：

$$s_y = v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2$$

$$y = 0 + \frac{1}{2}\frac{eV}{md}\left(\frac{l}{v_z}\right)^2$$

但由(7-2)式，mv_z^2/e 正好是 $2V_0$，所以我们得到

$$y = \frac{Vl^2}{4V_0d} \tag{7-3}$$

这一表达式给出电子从偏转板间穿出来时的横向位移．打到荧光屏上那一点离开中心轴的总位移可以根据三角运算求出．当电子处在两板之间的时候，它的位移的 z 和 y 分量是

$$z = v_zt$$

$$y = \frac{1}{2}a_yt^2$$

由此消去 t，得 y 与 z^2 成正比，因此轨道是一抛物线．

一旦电子离开两板间的区域，不再有力作用于它，因而它将沿着一直线飞行，直线的倾角等于 $\arctan(v_y/v_z)$，其中 v_y 是向上离开两板时的横向速度分量．由于

$$v_y = a_yt = \frac{eV}{md}\frac{l}{v_z}$$

$$\frac{v_y}{v_z} = \frac{eVl}{mdv_z^2} = \frac{Vl}{2V_0d}$$

当电子从偏转板到屏上走了距离 D 时，所增加的横向偏转 Y 为

$$Y = D\frac{v_y}{v_z} = \frac{VlD}{2V_0d} \tag{7-4}$$

如果象通常实际情形那样，$D \gg l$，总的横向偏转绝大部分包含于 Y 中，因此我们可以用(7-4)式来估计一实际的示波器的近似灵敏度[灵敏度＝(斑点偏转)/(偏转电压)]．

我们可能会顺便地注意到(7-3)式和(7-4)式的一个显著特