

裴鹿成 张孝泽 著

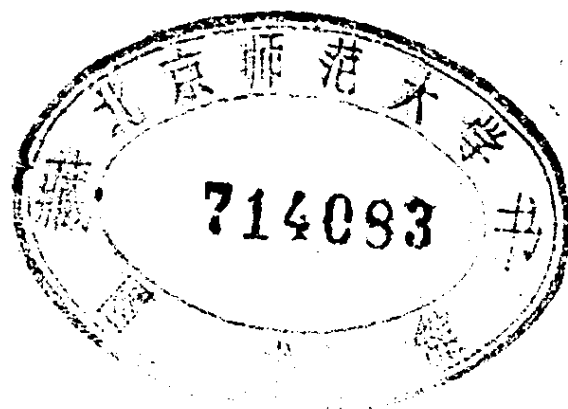
蒙特卡罗方法及其 在粒子输运问题中的应用

科学出版社

蒙特卡罗方法及其在粒子输运 问题中的应用

裴鹿成 张孝泽 著

J411/361/3



科学出版社

1980

内 容 简 介

本书比较全面和详细地阐述了蒙特卡罗方法的基本思想、方法、误差和改进等问题,并介绍了该方法在粒子输运问题中的各种应用。全书共分十二章:蒙特卡罗方法概述;伪随机数;由已知分布的随机抽样;蒙特卡罗方法在积分计算中的应用;蒙特卡罗方法解辐射屏蔽问题;输运方程的蒙特卡罗解;伴随蒙特卡罗方法;蒙特卡罗方法在通量计算中的应用;蒙特卡罗方法在核临界安全计算中的应用;蒙特卡罗方法在解微扰问题中的应用;蒙特卡罗方法在其它方面的应用;蒙特卡罗方法在电子计算机上的实现。

本书可供核物理、计算数学研究人员和大专院校有关专业师生参考。

蒙特卡罗方法及其在粒子输运 问题中的应用

裴鹿成 张孝泽 著

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1980年10月第一版 开本:850×1168 1/32

1980年10月第一次印刷 印张:17 7/8

印数:0001—2,610 字数:462,000

统一书号:13031·1313

本社书号:1827·13—3

定价: 3.30 元

序

科学技术的发展需要数学的帮助，反过来又促进和推动了数学的发展。计算数学作为数学的一个重要分支，正是随着科学技术的迅速发展而发展起来的。

蒙特卡罗方法属于计算数学的一个分支，它是在本世纪四十年代中期为了适应当时原子能事业的发展而发展起来的，但它与一般计算方法有很大区别，一般计算方法对于解决多维或因素复杂的问题非常困难，而蒙特卡罗方法对于解决这方面的问题却比较简单。因而蒙特卡罗方法在近十年来发展很快，已成为计算数学中不可缺少的组成部分。

蒙特卡罗方法可以解决一些典型的数学问题，如多重积分计算、线代数方程组和线性积分方程求解、齐次线性积分方程本征值计算、微分方程边值问题等。它在统计力学和排队论等方面也有广泛应用，不过蒙特卡罗方法最为广泛的应用还是在原子能科学技术方面。考虑到有的读者可能只需要掌握本书的一部分内容，我们在按章节分头撰写时尽量保持全书内容既有一定的连贯性，又使各章具有一定的相对独立性。因此，读者可以根据自己的需要学习有关的内容。本书只要求读者具有概率统计的基础知识，根据本书便可以掌握蒙特卡罗方法的基础，从事理论计算工作。本书可供计算数学工作者，高等院校计算数学专业师生，从事原子能工作的物理工作者参考。

本书第一、四、五（其中 5.6.3, 5.7.3, 5.12.2 节由裴鹿成写的）、六和十二章由张孝泽负责写成。第二、三、七、八（其中 8.8.6 节由张孝泽写的）、九和十章是由裴鹿成负责写成，第十一章是两人合写的，张孝泽负责 § 11.1 和 § 11.3，裴鹿成负责 § 11.2 和 § 11.4。

本书初稿完成后，曾分章请有关同志进行讨论和审查，提出了

不少宝贵意见.金星南同志也参加了对初稿的审查,在本书定稿时吸收了这些意见;中国科学院计算技术研究所徐钟济等同志审阅了全稿,阮可强同志审阅了第九章,谨向以上同志表示感谢.由于作者水平有限,从事蒙特卡罗方法计算工作时所涉及的面又比较窄,本书一定存在很多缺点和错误,希望读者批评指正.

裴鹿成 张孝泽

于中国科学院原子能研究所

1978年7月1日

目 录

第一章 蒙特卡罗方法概述.....	1
§ 1.1 蒙特卡罗方法的基本思想.....	1
1.1.1 频率近似概率	1
1.1.2 蒲丰氏问题	2
1.1.3 射击问题(打靶游戏)	2
1.1.4 蒙特卡罗方法与电子计算机	3
§ 1.2 蒙特卡罗方法解题的一般手续.....	4
1.2.1 构造或描述概率过程	4
1.2.2 实现从已知分布抽样	4
1.2.3 建立各种估计量	6
1.2.4 蒙特卡罗方法解蒲丰氏问题	6
§ 1.3 蒙特卡罗方法的收敛性和误差估计.....	9
1.3.1 蒙特卡罗方法的收敛性	9
1.3.2 蒙特卡罗方法的收敛速度	9
1.3.3 蒙特卡罗方法的误差	10
1.3.4 减小方差的各种技巧	11
§ 1.4 蒙特卡罗方法的改进.....	12
1.4.1 利用非独立随机变数序列	12
1.4.2 序列蒙特卡罗方法 (Sequential Monte Carlo Method)	13
1.4.3 蒙特卡罗方法与解析(或数值)方法的组合技巧	14
1.4.4 拟蒙特卡罗方法	15
§ 1.5 蒙特卡罗方法的特点.....	16
1.5.1 收敛速度与问题维数无关	16
1.5.2 受问题的条件限制的影响小	17
1.5.3 程序结构简单	18
§ 1.6 粒子输运问题.....	18

1.6.1	粒子输运与马尔科夫过程	18
1.6.2	粒子输运中的主要问题	19
1.6.3	蒙特卡罗方法的几何能力和截面能力	19
1.6.4	蒙特卡罗方法的局限性	20
第二章	伪随机数	22
§ 2.1	随机数	22
2.1.1	随机数	22
2.1.2	随机数的性质	23
2.1.3	随机数表	23
2.1.4	产生随机数的物理方法	24
§ 2.2	伪随机数	24
2.2.1	伪随机数	24
2.2.2	伪随机数的周期和最大容量	25
2.2.3	伪随机数的均匀性	26
2.2.4	伪随机数的独立性	27
§ 2.3	产生伪随机数的乘同余方法	31
2.3.1	乘同余方法	31
2.3.2	乘同余方法的最大容量	31
2.3.3	乘同余方法的均匀性	33
2.3.4	乘同余方法的独立性	34
§ 2.4	产生伪随机数的乘加同余方法	36
2.4.1	乘加同余方法	36
2.4.2	乘加同余方法的最大容量	36
2.4.3	乘加同余方法的均匀性	38
2.4.4	乘加同余方法的独立性	38
§ 2.5	产生伪随机数的其他方法	41
2.5.1	取中方法	41
2.5.2	取中方法的最大容量	42
2.5.3	产生伪随机数的加同余方法	43
2.5.4	加同余方法的最大容量	43
2.5.5	取中方法与加同余方法的均匀性和独立性	44
§ 2.6	伪随机数的统计检验	46

2.6.1	统计检验	46
2.6.2	统计检验的必要性	47
2.6.3	统计检验方法的选择	47
§ 2.7	伪随机数的均匀性检验	48
2.7.1	频率检验	48
2.7.2	累积频率检验	49
2.7.3	矩检验	49
§ 2.8	伪随机数的独立性检验	50
2.8.1	多维频率检验	50
2.8.2	联列表独立性检验	51
2.8.3	多维矩检验	52
2.8.4	连法检验	53
第三章	由已知分布的随机抽样	56
§ 3.1	由已知分布的随机抽样	56
3.1.1	随机抽样	56
3.1.2	随机抽样的特点	57
3.1.3	直接抽样方法	57
3.1.4	挑选抽样方法	58
3.1.5	复合抽样方法	60
3.1.6	抽样费用	61
§ 3.2	随机抽样的一般方法	62
3.2.1	加抽样方法	62
3.2.2	减抽样方法	63
3.2.3	乘抽样方法	64
3.2.4	乘加抽样方法	65
3.2.5	乘减抽样方法	67
3.2.6	对称抽样方法	68
3.2.7	积分抽样方法	69
§ 3.3	随机抽样的其他方法	70
3.3.1	直接抽样方法的推广	70
3.3.2	复合抽样方法的推广	71
3.3.3	近似抽样方法	72

3.3.4	近似-修正抽样方法	76
3.3.5	偏倚抽样方法	77
3.3.6	多维分布抽样方法	78
§ 3.4	粒子位置分布的随机抽样	78
3.4.1	圆均匀分布	78
3.4.2	环均匀分布	79
3.4.3	球均匀分布	80
3.4.4	球壳均匀分布	80
3.4.5	指数分布	81
3.4.6	截尾指数分布	83
3.4.7	指数分布(续)	84
3.4.8	自由程分布	85
§ 3.5	粒子能量分布的随机抽样	88
3.5.1	光子散射能量分布	88
3.5.2	光子伴随散射能量分布	92
3.5.3	光子伴随散射波长分布	93
3.5.4	非弹性散射能量分布	96
3.5.5	$C^{12}(n, n', 3\alpha)$ 反应的能量分布	97
3.5.6	裂变谱分布	98
§ 3.6	粒子方向分布的随机抽样	100
3.6.1	平行束入射角余弦分布	100
3.6.2	散射方位角余弦分布	101
3.6.3	各向同性散射角余弦分布	103
3.6.4	质心系各向同性散射角余弦分布	106
3.6.5	中子与氢核碰撞时的散射角余弦分布	107
3.6.6	中子弹性散射角余弦分布	109
§ 3.7	若干常见分布的随机抽样	110
3.7.1	β 分布	110
3.7.2	倒数分布	111
3.7.3	柯西分布	112
3.7.4	正态分布	114
3.7.5	拉普拉斯分布	116
3.7.6	麦克斯韦分布	117

3.7.7 对数分布	117
3.7.8 指数函数分布	118
第四章 蒙特卡罗方法在积分计算中的应用	120
§ 4.1 蒙特卡罗方法求积分	120
4.1.1 蒙特卡罗方法求积分	120
4.1.2 无偏估计	121
4.1.3 收敛性及误差估计	121
4.1.4 方法的效率比	122
4.1.5 蒙特卡罗方法应用的范围	122
§ 4.2 重要抽样	123
4.2.1 偏移抽样和权重因子	123
4.2.2 重要抽样和零方差技巧	123
§ 4.3 多段抽样	125
4.3.1 单参数密度函数族 $h(P, \alpha)$ 中的重要抽样	125
4.3.2 两段抽样	126
§ 4.4 俄国轮盘赌和分裂	128
4.4.1 俄国轮盘赌和分裂	128
4.4.2 重要区域和不重要区域	129
4.4.3 方差与费用	130
4.4.4 选取最优的 $n(x)$ 、 $q(x)$	131
§ 4.5 相关方法	132
4.5.1 相关	132
4.5.2 最优型估计	133
§ 4.6 对偶变数技巧	134
4.6.1 对偶变数技巧	134
4.6.2 利用被积函数的对称化	135
§ 4.7 半解析(数值)方法	137
§ 4.8 系统抽样	138
4.8.1 系统抽样的概念	138
4.8.2 系统抽样与矩形求积公式	139
§ 4.9 分层抽样	140
4.9.1 简单分层抽样	140

4.9.2 最优分层抽样	141
§ 4.10 条件蒙特卡罗方法	142
4.10.1 问题	142
4.10.2 一般原理	143
4.10.3 条件蒙特卡罗方法	144
4.10.4 首阶正齐次条件	145
4.10.5 例子	146
§ 4.11 拟蒙特卡罗方法与数论方法	148
4.11.1 拟蒙特卡罗方法与数论方法	148
4.11.2 一致分布的概念	149
4.11.3 哈顿序列	150
4.11.4 极值系数法	152
4.11.5 华罗庚-王元序列	155
4.11.6 实际计算的若干问题	159
第五章 蒙特卡罗方法解辐射屏蔽问题	163
§ 5.1 屏蔽问题	163
5.1.1 屏蔽问题	163
5.1.2 物理假定	163
5.1.3 蒙特卡罗模拟	163
5.1.4 平板屏蔽模型	164
§ 5.2 直接模拟方法	164
5.2.1 状态参数与状态序列	164
5.2.2 模拟运动过程	166
5.2.3 记录结果	170
§ 5.3 加权方法	172
5.3.1 简单加权法	172
5.3.2 简单加权法的方差	173
5.3.3 权重方法的其它应用	174
§ 5.4 统计估计法	175
5.4.1 穿透概率的分解式	175
5.4.2 统计估计方法	175
5.4.3 对第 m 次碰撞点积分	178

§ 5.5 碰撞密度方法	180
5.5.1 散射密度抽样	180
5.5.2 权重因子的形成	181
5.5.3 中子历史的充分利用	182
§ 5.6 统计估计法(续)	185
5.6.1 首次飞行估计	185
5.6.2 首次碰撞点积分	186
5.6.3 历次飞行估计方法	187
§ 5.7 半解析方法和半数值方法	190
5.7.1 半解析方法	190
5.7.2 注意事项	192
5.7.3 半数值方法	193
§ 5.8 相关方法与相似轨道方法	197
5.8.1 相关方法	198
5.8.2 研究不同屏蔽厚度的相似轨道方法	198
5.8.3 研究不同介质屏蔽的纠偏方法	200
§ 5.9 指数变换	200
5.9.1 伪过程	200
5.9.2 平板几何的指数变换	201
5.9.3 球形几何的指数变换	202
§ 5.10 俄国轮盘赌和分裂	204
5.10.1 层分裂方法	204
5.10.2 无吸收无漏失随机游动的截断	206
5.10.3 分枝轨道的舍弃	206
§ 5.11 限制抽样技巧	207
5.11.1 源分布的分层抽样和系统抽样	207
5.11.2 空间位置限制抽样	208
§ 5.12 对偶变数技巧	209
5.12.1 方向变数的对偶技巧	209
5.12.2 空间位置的对偶变数方法	210
第六章 输运方程的蒙特卡罗解	213
§ 6.1 粒子输运方程的数学描述	213

6.1.1	玻耳兹曼方程	213
6.1.2	定态问题	214
6.1.3	等价的积分方程	215
6.1.4	积分方程的其它形式	217
§ 6.2	积分方程的核函数	219
6.2.1	迁移核	219
6.2.2	碰撞核的一般表示	221
6.2.3	光子的碰撞机构	223
6.2.4	中子碰撞核的机构	225
§ 6.3	积分方程的形式解	231
6.3.1	诺伊曼级数解	231
6.3.2	$\chi_m(P)$ 的物理意义	232
6.3.3	其它型积分方程的诺伊曼级数解	233
§ 6.4	蒙特卡罗方法解输运问题 (I): 逐项求积法	234
6.4.1	积分方程解的线性泛函	234
6.4.2	级数解	234
6.4.3	通项 I_m 的蒙特卡罗求积	235
6.4.4	泛函 I 的蒙特卡罗估计	239
§ 6.5	蒙特卡罗方法解输运问题 (II): 输运游戏	241
6.5.1	输运游戏	241
6.5.2	无偏估计的证明	242
6.5.3	输运游戏与逐项求积法的关系	243
6.5.4	严格的数学描述	245
6.5.5	解非齐次线性积分方程	247
§ 6.6	解屏蔽问题的各种技巧的统一描述	248
6.6.1	屏蔽问题的数学描述	248
6.6.2	平板几何下的核函数	249
6.6.3	平板几何的屏蔽问题	251
6.6.4	关于直接模拟法	252
6.6.5	关于简单加权法	255
6.6.6	关于统计估计法	257
§ 6.7	常用物理量的表示与计算	258

6.7.1	通量权重积分	258
6.7.2	常用物理量的表示与计算	260
6.7.3	简短的结论	263
§ 6.8	解屏蔽问题的重要抽样	265
6.8.1	伴随方程的解	265
6.8.2	屏蔽问题的重要抽样	265
6.8.3	最优重要函数	267
6.8.4	分裂作为重要抽样	268
§ 6.9	指数变换作为重要抽样	270
6.9.1	玻耳兹曼方程的模拟步骤	270
6.9.2	一般指数变换	272
6.9.3	指数变换作为重要抽样	273
6.9.4	两种特殊情况	275
第七章	伴随蒙特卡罗方法	278
§ 7.1	引言	278
7.1.1	无限源对点通量的影响	278
7.1.2	有限源对点通量的影响	279
7.1.3	逆过程的优点	280
§ 7.2	伴随蒙特卡罗方法	281
7.2.1	粒子输运的发射密度方程	281
7.2.2	伴随发射密度方程	282
7.2.3	发射密度方程的伴随原理	283
7.2.4	发射密度方程的伴随蒙特卡罗方法	284
7.2.5	粒子输运的碰撞密度方程	285
7.2.6	伴随碰撞密度方程	286
7.2.7	碰撞密度方程的伴随蒙特卡罗方法	286
7.2.8	粒子输运的通量方程	288
7.2.9	伴随通量方程	288
7.2.10	通量方程的伴随蒙特卡罗方法	289
7.2.11	发射密度、碰撞密度和通量的关系	290
7.2.12	伴随发射密度、伴随碰撞密度和伴随通量的关系	290

7.2.13	逆过程	291
7.2.14	伪物理过程	293
7.2.15	伴随蒙特卡罗方法的一个特例	293
§ 7.3	光子问题的伴随随机游动	294
7.3.1	光子问题的核函数	294
7.3.2	光子问题的伴随散射截面	295
7.3.3	光子问题的伴随散射能量和方向分布	297
7.3.4	光子问题的伴随随机游动	297
7.3.5	光子问题的核函数(续)	297
7.3.6	光子问题的伴随散射截面(续)	298
7.3.7	光子问题的伴随散射能量和方向分布(续)	299
§ 7.4	中子问题的伴随截面与伴随能量方向分布	299
7.4.1	中子问题的核函数	299
7.4.2	中子问题的伴随散射能量方向分布	302
7.4.3	伴随弹性散射	303
7.4.4	伴随弹性散射(续)	304
7.4.5	离散能级情况的伴随非弹性散射	304
7.4.6	关于 $Q_{\pm}^{-1}(E', \mu_c, \varepsilon_i)$	306
7.4.7	离散能级情况的伴随非弹性散射(续)	307
7.4.8	关于 $L(E', \varepsilon_i)$ 和 $R(E', \varepsilon_i)$	308
7.4.9	连续能级情况的伴随非弹性散射	309
7.4.10	伴随 $n-2n$ 反应	309
7.4.11	伴随裂变反应	310
§ 7.5	中子问题的伴随随机游动	310
7.5.1	引言	310
7.5.2	伴随弹性散射的乘抽样方法	311
7.5.3	离散能级的伴随非弹性散射的乘抽样方法	312
7.5.4	连续能级伴随非弹性散射的乘抽样方法	313
7.5.5	伴随 $n-2n$ 反应的乘抽样方法	314
7.5.6	伴随散射的近似抽样方法	315
§ 7.6	实现伴随随机游动的偏倚抽样方法	316
7.6.1	偏倚抽样方法	316
7.6.2	伴随弹性散射偏倚抽样	317

7.6.3	离散能级伴随非弹性散射偏倚抽样	318
7.6.4	连续能级伴随非弹性散射偏倚抽样	318
7.6.5	伴随 $n-2n$ 反应的偏倚抽样	319
§ 7.7	实现伴随随机游动的其他方法	319
7.7.1	概述	319
7.7.2	实现伴随随机游动的混合方法	320
7.7.3	实现伴随随机游动的位置移动方法	322
§ 7.8	多群近似下的伴随随机游动	323
7.8.1	多群近似下的粒子输运方程	323
7.8.2	$\Sigma_i' \rightarrow 1(Q' \rightarrow Q \mathbf{r})$ 的进一步简化	325
7.8.3	输运截面与输运方程的进一步简化	326
7.8.4	关于 $p_{A,j}(\mathbf{r})$	327
7.8.5	多群近似下的粒子输运问题的积分方程	328
7.8.6	多群近似下的诸伴随量	329
7.8.7	多群近似下的伴随随机游动	330
§ 7.9	广义伴随蒙特卡罗方法	330
7.9.1	广义伴随蒙特卡罗方法	330
7.9.2	光子问题	333
7.9.3	中子问题	334
7.9.4	多群近似下的广义伴随蒙特卡罗方法	335
第八章	蒙特卡罗方法在通量计算中的应用	338
§ 8.1	通量计算	338
8.1.1	通量的定义	338
8.1.2	条件期望值	339
8.1.3	发射密度表示的通量	340
8.1.4	碰撞密度表示的通量	342
8.1.5	通量的能谱和角分布	342
§ 8.2	计算点通量的指向概率方法	343
8.2.1	指向概率方法的一般形式	343
8.2.2	关于零次指向概率	344
8.2.3	指向概率方法的简化形式	346
8.2.4	光子问题的指向概率方法	346

8.2.5	中子问题的指向概率方法	347
8.2.6	关于估计量无界问题	351
8.2.7	最大截面方法	352
§ 8.3	计算点通量的碰撞概率方法	353
8.3.1	碰撞概率方法的一般形式	353
8.3.2	碰撞概率方法的简化形式	357
8.3.3	方向偏倚抽样方法	358
§ 8.4	多群近似下的点通量计算	359
8.4.1	多群近似	359
8.4.2	多群近似下的指向概率方法	360
8.4.3	多群近似下的碰撞概率方法	361
8.4.4	多群近似下的方向偏倚抽样方法	362
§ 8.5	计算点通量的有界估计方法	363
8.5.1	估计量无界问题	363
8.5.2	再选择方法	364
8.5.3	重要抽样方法	366
§ 8.6	计算点通量的倒易方法	368
8.6.1	倒易原理	368
8.6.2	常截面近似	369
8.6.3	无限均匀介质情况	371
8.6.4	应用例子	372
§ 8.7	伴随蒙特卡罗方法在计算点通量中的应用	374
8.7.1	计算点通量的伴随蒙特卡罗方法	374
8.7.2	应用例子	375
8.7.3	人工阈探测器计算	377
§ 8.8	面通量的计算方法	379
8.8.1	统计估计方法	379
8.8.2	加权方法	380
8.8.3	点通量代替方法	381
8.8.4	体通量代替方法	382
8.8.5	伴随蒙特卡罗方法	382
§ 8.9	体通量的计算方法	383