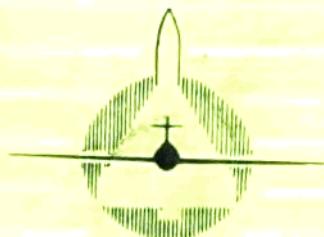


航空动力装置控制

(元件部分)

南京航空学院 顾民 曾俊英 梁万云 陈铮 编

606682



国防工业出版社

606682

V245/10

航空动力装置控制

(元件部分)

南京航空学院

顾民 曾俊英 梁万云 陈铮 编

165115



国防工业出版社



10232531

内 容 简 介

本书讲述航空动力装置控制中常用的油泵、测量元件、液压放大元件以及执行元件。

本书取材尽量适应航空动力装置控制的特点，阐述各类元件的工作原理、构造特点、着重对其作静态、动态特性的计算与分析。

本书是高等航空院校航空动力装置控制工程专业的教材，可供从事航空和航天及其它与动力装置控制工程有关的工程技术人员参考。也可供有关大专院校作教学参考。

航空动力装置控制

(元件部分)

南京航空学院

顾 民 曾俊英 梁万云 陈 锋 编

*

国防工业出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

787×1092 1/16 印张17 390千字

1984年12月第一版 1984年12月第一次印刷 印数：0,001—1,700册

统一书号：15034·2827 定价：2.60元

前　　言

本书是根据高等航空院校“航空动力装置控制工程专业”专业课教学大纲而编写的统编教材。

本书讲述航空动力装置控制中的元件。第一章讲述油泵的工作原理、结构特点、性能及其设计；第二章讲述压力、压比、温度及转速等测量元件；第三章讲述液压放大元件，其中包括分油活门、喷嘴-挡板活门及由它们组成的液压放大器、电液伺服阀；第四章讲述油缸、油马达、气缸及步进马达等执行元件。第二至四章介绍工作原理、结构特点及分析其静、动态特性。

本书编写中，尽量结合航空动力装置控制系统的特点的同时，注意加强基础理论知识，反映国内外先进技术和理论联系实际，也注意到学科性和体系的完整性。在编写中，努力做到由浅入深，讲清概念，着眼于提高读者选用和分析、设计元件的能力。

第一章第一、三节和第三章第二节一、二、三由曾俊英编写；第一章第二、四节和第四章第二、三、四节由梁万云编写；第二章、第三章其余部分和第四章第一节由顾民编写。最后由陈铮对全书统一修改后定稿。

本书由西北工业大学张嘉桢主审。

薛秋农对前三章的编写和修改做了大量指导工作，在此表示感谢。

对所有为本书提出宝贵意见以及在编写出版过程中给以热情帮助和支持的同志们，在此一并表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，时间仓促、书中缺点和错误在所难免，殷切希望使用本书的师生及其它读者给予批评指正。

编　　者

主要符号

- A ——面积; 系数
 a ——加速度; 系数
 B ——齿宽; 旋板宽度; 粘性阻尼系数
 C_{tP} ——泵总泄漏系数
 C_{tm} ——马达总泄漏系数
 c ——系数; 比热; 绝对速度
 D, d ——直径
 E ——材料弹性模数; 热电势
 e ——偏心距
 F ——力
 f ——啮合线长度; 磁阻系数
 G ——重量流量
 H ——压头; 高度
 h ——齿高; 旋板高度; 薄膜厚度
 I_0, i ——电流
 J ——转动惯量
 K ——放大系数; 刚度; 绝热指数
 K_e ——流量-压力系数
 K_f ——流量增益
 K_p ——压力增益
 K_s ——弹簧刚度
 K_v ——速度放大系数
 K_{av} ——伺服放大器增益
 K_{cv} ——伺服阀增益
 k ——系数
 L ——长度
 M ——力矩
 m ——质量; 齿轮模数
 N ——功率
 n ——转速
 n_r ——比转速
 p ——压力
 Q ——供油量 (流量)

- q —— 排量
 R —— 半径；电阻；气体常数
 r —— 半径
 S —— 行程；油膜厚度；运算子
 s —— 灵敏度
 T —— 时间常数；温度
 U —— 活门预开口量
 U_m —— 磁动势
 u —— 牵连速度
 V —— 容积；体积
 v —— 速度
 W —— 面积梯度
 w —— 相对速度
 x, y —— 位移
 Z —— 柱塞数；齿数；旋板数；叶片数
 Δ —— 供油量脉动系数
 Φ —— 贴紧系数
 ϕ —— 角度；磁通
 α —— 转子转角；齿轮啮合角；温度系数
 β —— 容积弹性模数；角度
 γ —— 重度；角度
 δ —— 间隙；供油量相对脉动幅度
 δ_r —— 相对滞环误差
 ε —— 重叠系数；相对偏心距；压力比
 η —— 效率
 θ —— 柱塞锥角；旋板安装角
 λ —— 传热系数
 μ —— 流量系数；泊松比
 μ_t —— 动力粘性系数；导磁系数
 γ —— 运动粘度
 ξ —— 阻力系数；相对阻尼系数
 ρ —— 密度
 σ —— 应力
 ϕ —— 斜盘倾角
 ψ —— 角度；系数
 ω —— 角速度；频率

注脚符号

- T —— 理论的
 t —— 瞬时的

目 录

第一章 油泵	1
第一节 柱塞泵		1
一、柱塞泵的工作原理	1
二、柱塞泵运动分析	6
三、泵的效率、功率和特性	11
四、柱塞泵受力分析	14
五、柱塞泵主要元件的设计计算	22
六、滑靴柱塞	29
第二节 轮泵		38
一、齿轮泵供油原理	38
二、齿轮泵的液压关死及卸荷槽设计	39
三、供油量计算	41
四、影响实际供油量的因素分析	46
五、齿轮泵汽蚀分析	49
六、齿轮泵主要构件分析和设计计算	51
七、摆线转子泵	62
第三节 旋板泵		65
一、单作用旋板泵	65
二、双作用旋板泵	70
第四节 离心泵与汽心泵		77
一、离心泵的过流部件和整体结构	77
二、离心泵的工作原理	79
三、离心泵的损失和效率	84
四、离心泵的相似定律和比转速	86
五、离心泵的特性曲线	89
六、离心泵的汽蚀	92
七、离心泵流量调节	92
八、汽心泵	93
第二章 测量元件		96
第一节 压力测量元件		96
一、薄膜	96
二、膜片	100
三、膜盒及膜盒组	113
四、波纹管	114
五、活门式压力测量元件	102
六、有关压力测量元件设计的说明	108
第二节 压力比测量元件		109
一、压力比测量元件的工作原理	110
二、分压器的静态和动态特性	117

三、压力比测量元件的静态特性	114
四、压力比测量元件的动态特性	116
五、压力比测量元件的设计计算	117
六、压力比控制装置	118
第三节 温度测量元件	118
一、热电式温度测量元件	119
二、双金属式温度测量元件	121
三、电阻式温度测量元件	127
四、充填式温度测量元件	129
第四节 转速测量元件	130
一、机械离心式转速测量元件	130
二、液压离心式转速测量元件	146
第三章 液压放大元件	148
第一节 分油活门	149
一、分油活门的结构特点	150
二、节流口的流量特性	152
三、分油活门静态特性分析	155
四、分油活门的力特性	170
五、分油活门的设计	181
第二节 分油活门式液压放大器	183
一、简单的分油活门式液压放大器	183
二、带比例反馈的分油活门式液压放大器	186
三、带速度反馈的分油活门式液压放大器	189
四、分油活门式液压放大器主要构件分析	191
五、实际分油活门式液压放大器动态计算方法	194
第三节 喷嘴-挡板活门	201
一、喷嘴-挡板活门的静态特性	204
二、双喷嘴-挡板活门的静态特性	205
三、挡板的液动力特性	207
四、喷嘴-挡板活门的结构和参数选择	209
第四节 喷嘴-挡板式液压放大器	213
一、单喷嘴-挡板式液压放大器的静态特性	213
二、喷嘴-挡板式液压放大器的动态特性	214
三、反馈装置	217
第五节 电液伺服阀	218
一、电液伺服阀的工作原理及分类	218
二、力矩马达的特性分析	221
三、力反馈两级电液伺服阀分析	226
第四章 执行元件	234
第一节 油缸	234
一、油缸的工作原理	234
二、分油活门-油缸及负载机构的动态特性分析	235
第二节 油马达	245
一、油马达的工作原理	246
二、油马达的主要性能参数	246

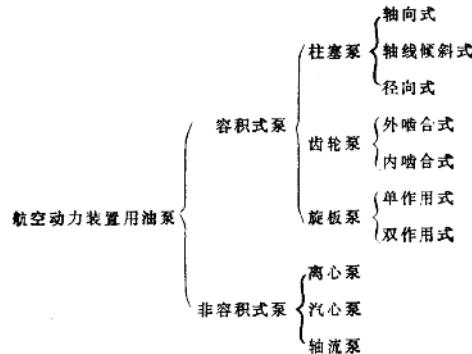
三、油马达的特点	244
四、油马达的设计计算	250
五、泵控油马达的动态特性	259
第三节 气缸和气马达	253
一、气缸	253
二、气马达	258
三、液压机构和气动机构的比较	259
第四节 步进马达	260
一、步进马达概述	260
二、步进马达的工作原理	260
三、步进马达的特点和性能指标	262
参考文献	263

第一章 油 泵

油泵是一种将原动机的机械能转换成液压能的机械，是液压控制系统中的能源元件。航空动力装置中所用的油泵，就其用途而言，可分为燃油泵、滑油泵及液压泵等。其中，燃油泵在航空动力装置燃油控制系统中功能较为重要，素有发动机“心脏”之称。

油泵有多种分类方法，按工作原理可分为容积式油泵和动力式（非容积式）油泵；按工作压力的大小可分为低压油泵 ($p_{out} \leq 25$ 巴)、中压油泵 (25 巴 $< p_{out} < 80$ 巴)、中高压油泵 (80 巴 $< p_{out} < 160$ 巴) 和高压油泵 (160 巴 $< p_{out} < 320$ 巴)。容积式油泵，按旋转方向是否可变分为单向油泵和双向油泵；按每一转的理论供油量是否可变分为定量油泵和变量油泵等。同一种供油原理的泵，按其结构特点又可分为不同的类型。

航空动力装置中所用油泵，按其结构型式分类如下：



第一节 柱 塞 泵

柱塞泵在航空动力装置中主要用作燃油泵和液压泵。目前我国航空动力装置燃油控制系统中，主燃油泵和加力燃油泵大多数采用柱塞泵。柱塞泵的寿命可达 3000 小时以上，容易做成变量泵，便于对供油量进行控制。它的主要缺点是结构比较复杂，尺寸、重量相对较大，耦合件精密度要求高，对使用条件要求也较高。这些缺点给生产、使用和维护带来困难，也使柱塞泵的进一步发展受到限制。

柱塞泵有多种结构型式，本节主要介绍图 1-1 所示轴线倾斜式结构的柱塞泵。

一、柱塞泵的工作原理

(一) 基本构件

柱塞泵的基本构件有转子、柱塞、斜盘、分油盘和调节活塞等，采用滑靴柱塞的泵都带有柱塞的返回盘（图 1-1）。

转子是一个截去尖头的圆锥体，在锥体上沿圆周均匀分布有若干柱塞腔孔。柱塞安装在转子的柱塞腔里。斜盘是一块具有球形或锥形工作面的圆盘，它可以绕垂直于转子

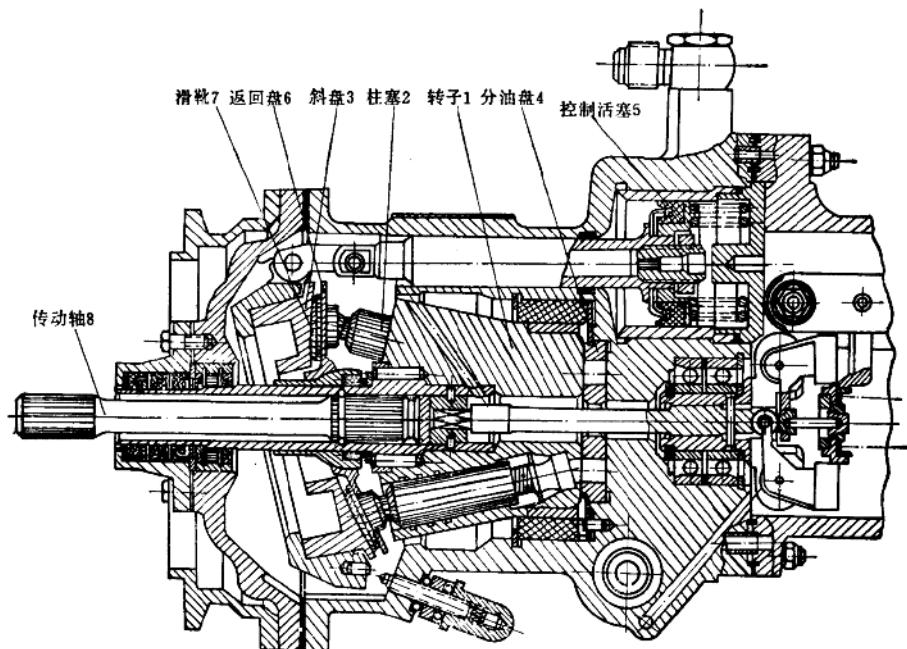


图1-1 带滑靴柱塞的柱塞泵

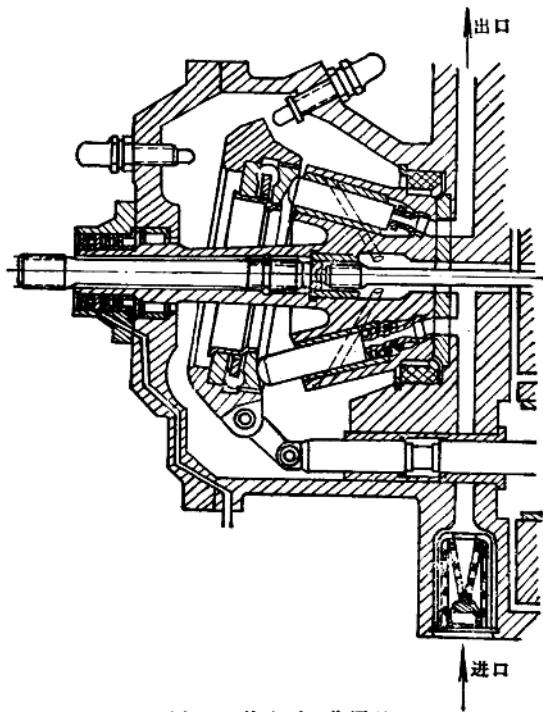


图1-2 柱塞泵工作原理

轴线的斜盘轴转动一定角度。斜盘的倾斜角度由调节活塞来操纵。分油盘工作面上开有两个月牙形窗孔，两窗孔分别与吸油道及排油道相通，称为吸油窗和排油窗。分油盘通过定位销装于泵壳体中。

(二) 工作原理

柱塞泵工作时，由于弹簧力及油压力的作用，使柱塞始终顶紧在斜盘工作面上，同时使转子小端面和分油盘工作表面紧密贴合（图 1-2）。转子旋转时，柱塞随之转动。若斜盘有一倾斜角 ϕ ，则柱塞在旋转运动中将受到斜盘工作面的约束，从而产生相对转子在柱塞腔内的直线往复运动。

当柱塞向转子外移动，柱塞腔的容积不断增大，而此时使柱塞腔孔刚好和分油盘吸油窗相通，便将燃油吸进柱塞腔；当柱塞反向移动，柱塞腔的容积不断减小，此时使柱塞腔孔和分油盘排油窗相通，燃油就被挤往出口处。由于转子中的全部柱塞都在同时工作，因此在转子连续运转中，泵出口将形成连续的油流。

由上述工作原理可见，柱塞泵之所以能连续地吸油、供油，是由于转子转动时柱塞相对转子作直线往复运动，造成柱塞腔工作容积的周期性变化。凡是依靠相对运动元件间工作容积的周期性改变来压送液体的泵，都称之为容积式泵，如齿轮泵、旋板泵等也都属于容积式泵。

柱塞泵工作时，在出口处可获得一定流量的油液，但供油并不等于就建立了压力。如果泵出口无阻力，油液可以畅通无阻地流动，那么出口处尽管有油流，仍不能建立压力。假若出口处设置一个流通面积很小的喷嘴，油液的流动将受阻塞而被挤压形成压力。因此柱塞泵油压的建立是由泵连续向出口供油和出口存在阻力（负载）两个条件共同决定的。若改变泵的供油量或改变出口阻力（负载）都可以改变供油压力，而在一定的供油量下，出口压力的大小则完全取决于出口阻力（负载）的大小。其它容积式泵压力建立的道理也都是这样。由上述可见，容积式泵具有压力可独立于转速的重要特性。容积式泵在低转速下，只要改变出口的阻力或负载，仍可得到高的压力。

(三) 理论供油量的计算

油泵的供油量是指单位时间（分、时）泵输出液体的重量或容积量（公斤或升、厘米³、米³）。供油量是油泵的一个重要性能参数。根据上述工作原理，柱塞泵每转、每个柱塞的供油量取决于柱塞在一次往复运动时柱塞腔工作容积的改变量，亦即取决于柱塞的直径和柱塞往复运动的行程。所以柱塞泵每转的理论供油量（又称排量）应为

$$q = \frac{\pi}{4} d_z^2 S_{\max} Z$$

式中 d_z ——柱塞直径；

Z ——柱塞数；

S_{\max} ——柱塞的行程，即柱塞在柱塞腔内作直线往复运动时两个极限位置间的距离。

若泵的转速为 n ，则理论供油量为

$$Q_T = \frac{\pi}{4} d_z^2 S_{\max} Z n \quad (1-1)$$

上式中行程 S_{\max} 的计算取决于泵的结构和斜盘倾角。图 1-3 表示一种带锥面斜盘的柱塞泵示意图。 $O A$ 代表转子轴线， O 点为柱塞轴线与转子轴线的交点， A 点是斜盘转轴与转子轴线的交点并与斜盘锥形工作面的锥顶点重合。 a 表示 O 、 A 两点间的距离 θ 角为柱塞轴线与转子轴线的夹角。 M_0AN_0 表示斜盘工作面在 $\phi = 0^\circ$ 的位置， M

表示斜盘转过 ϕ 角时的位置。这种泵还有一特点，在 $\phi=0^\circ$ 时柱塞轴线与斜盘的锥形工作面垂直。

由图1-3可见，M点是柱塞向外移动的极限位置，即柱塞的上死点；N点是柱塞向内移动的极限位置，即柱塞的下死点。所以柱塞在 ϕ 角下的行程为

$$S_{\max} = \overline{MM_0} + \overline{NN_0}$$

由图可以得出

$$\overline{MM_0} = \overline{NN_0}$$

$$\overline{MM_0} = M_0 A \operatorname{tg} \phi = a \sin \theta \operatorname{tg} \phi$$

$$\text{所以 } S_{\max} = 2 a \sin \theta \operatorname{tg} \phi$$

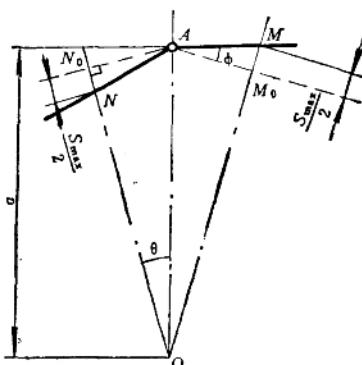


图1-3 锥面斜盘柱塞泵示意图

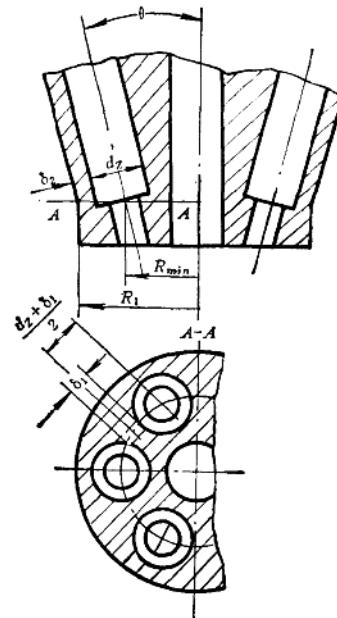


图1-4 确定转子小端尺寸

代入(1-1)式得

$$Q_T = \frac{\pi}{2} d_z^2 Z n a \sin \theta \operatorname{tg} \phi \quad (1-2)$$

式(1-2)也可用来近似估算其它斜柱塞结构的理论供油量。由于这个公式比较简单明确地表示了理论供油量与泵的结构参数及转速之间的关系，对于分析影响供油量的因素有一定的实用意义。

(四) 影响理论供油量的参数及其选择

从式(1-2)看，影响柱塞泵供油能力的主要参数是 d_z 、 Z 、 θ 、 ϕ 以及 n 。设计泵时，为了在不增加或少增加体积(重量)的情况下，尽量提高柱塞泵的供油量，并使泵的性能符合设计要求，必需合理地选取上述各参数。

1. 柱塞直径 d_z 和柱塞数 Z

d_z 和 Z 直接影响柱塞腔的总有效工作容积。增大 d_z 和 Z 均可提高供油量，但同时引起泵体积、重量增加，使零件的动力负荷增大。所以 d_z 和 Z 的取值受一定限制。这种柱塞泵转子呈锥形，其小端径向尺寸最小。在转子小端的A-A截面上(图1-4)，必须能排得下全部柱塞孔，并且孔与孔之间必须有一定的壁厚 δ_1 。可以近似写成下面的等式：

$$R_{\min} = \frac{(d_z + \delta_1) Z}{2\pi}$$

式中 R_{\min} —— $A-A$ 截面上转子轴到柱塞轴线的距离。

在 $A-A$ 截面上，转子的半径 R_1 为

$$R_1 = R_{\min} + \left(\frac{d_z}{2} + \delta_z \right) \frac{1}{\cos \theta}$$

式中 δ_z —— 柱塞腔到转子外表面的壁厚。

从上述可以看出，转子的径向尺寸主要取决于柱塞直径 d_z 和柱塞数 Z 。在转子轴向尺寸不变时，其体积（重量）将随径向尺寸呈平方关系增加。可见增加 d_z 或 Z 都会引起转子体积（重量）的增加。若 d_z 和 Z 增加相同的倍数，它们所引起的转子体积的增加是差不多的，但 d_z 对供油量的影响比 Z 大。所以，从提高泵的供油能力看，增大 d_z 比增大 Z 有利。目前使用中的航空柱塞式燃油泵， d_z 在（14~18）毫米范围内， Z 为 7 或 9 个。

2. 柱塞锥顶角 θ

柱塞轴线倾斜式柱塞泵，柱塞分布在以转子轴线为中心线，柱塞轴线为母线，二者夹角为 θ 的圆锥面上。 θ 角常称为柱塞锥顶角。为什么采用这种结构型式呢？由图 1-5 可看出，在相同 ϕ 角和 R_{\min} 下，斜柱塞结构比平行柱塞结构具有较大的柱塞行程（供油量）。这是因为平行柱塞结构的柱塞行程 $S_1 = \overline{A_1B_1} + \overline{C_1D_1}$ ，而斜柱塞结构的柱塞行程 $S_2 = \overline{A_2B_2} + \overline{C_2D_2}$ ，显然 $\overline{A_2B_2} > \overline{A_1B_1}$ ， $\overline{C_2D_2} > \overline{C_1D_1}$ ，所以 $S_2 > S_1$ 。此外，由于存在 θ 角，转子旋转时，柱塞所产生的离心力有一个沿柱塞轴线的分力，该分力帮助柱塞压紧在斜盘面上，从而可减轻柱塞弹簧的负荷。

采用具有 θ 角结构可以增加柱塞的行程，从而增大泵的供油量。但若 θ 角过大，会使柱塞与斜盘的接触角 γ 过小（由图 1-5 可见 $\gamma = 90^\circ - \phi - \theta$ ），造成二者接触状况恶化，并使斜盘对柱塞的侧向力增大，严重时可能使转子柱塞腔出口处材料被挤坏。另外， θ 角过大，转子大端径向尺寸增大，带来重量上的不利。因此 θ 角不能任意加大，目前航空柱塞式燃油泵常取 $\theta = (13^\circ \sim 15^\circ)$ 。

3. 斜盘倾角 ϕ

适当地增大 ϕ 角，可在尺寸、重量不变情况下增大泵的供油量。对于变量泵来说， ϕ 角是可以改变的。但 ϕ 角的最大值却不允许过大，因为 ϕ 的增大受许多条件的限制：

(1) ϕ 角增大同样会使柱塞与斜盘的接触角 γ 减小，导致接触条件变差。

(2) ϕ 角增大将使柱塞外伸于转子体外的长度增加，而柱塞的长度是有限的，故柱塞留在柱塞腔内的长度必然缩短，这将使柱塞与柱塞腔沿接触长度上的单位压力增大。

(3) 斜盘转轴与转子端面间的距离是一定的， ϕ 角增大到一定程度将使斜盘与转子相碰， ϕ 角的增大也受这一具体结构条件的限制。

(4) ϕ 角的增大还受控制精度的限制。从图 1-6 可看出：当 ϕ 角较小时，柱塞行程与 ϕ 角接近线性关系；但当 ϕ 角过大时，随着 ϕ 增大柱塞行程将很快增加，即 ϕ 角的变化对供油量的影响很灵敏。这样一来，为了精确地保证给定的供油量，对 ϕ 角的控制精度就要求很高。

目前，航空柱塞式燃油泵 ϕ 角的最大值均不超过 16° 。

4. 泵的转速 n

在一定范围内增加泵的转速 n ，可使供油量成正比地增加，且不影响泵的体积、重

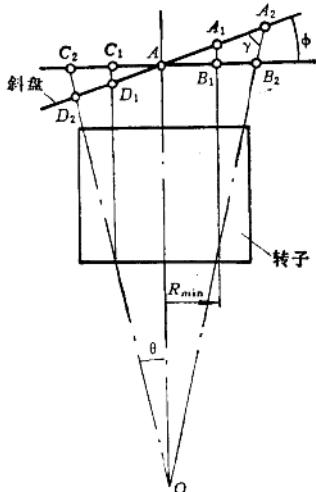


图1-5 平行柱塞与斜柱塞行程比较

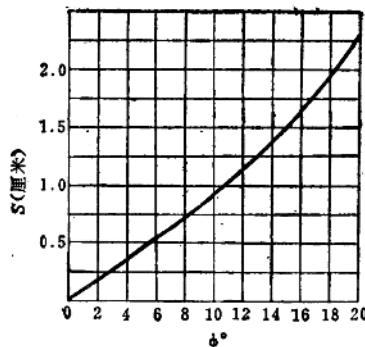


图1-6 斜盘倾角与行程的关系曲线

量。然而 n 过高也会带来不利的影响。例如, n 增加使转子支承轴承切线速度、相对运动零件的运动速度增加, 导致摩擦、磨损和发热加剧, 降低泵的使用寿命。转速 n 过分增大, 在进口油压不足的情况下, 还会出现充填不足, 造成油泵容积效率下降, 严重时会发生汽隙现象, 使泵不能正常工作。所以目前航空柱塞式燃油泵的转速一般都限制在(30000~5000)转/分的范围内。

目前航空柱塞泵的最大供油量不超过 12000 升/时, 但有些发动机需油量已达 20000 升/时以上。由于柱塞泵供油能力的发展受结构、寿命、材料、工艺等方面限制, 它现有的供油能力已不能适应发动机对供油量进一步增长的要求。

二、柱塞泵运动分析

柱塞泵工作时, 柱塞一方面随转子旋转, 一方面又相对转子沿柱塞腔作直线往复运动, 另外还有其自身的旋转。泵的供油状况和有关元件的受力状况都与柱塞相对转子的运动密切相关。要深入讨论柱塞泵的这些问题, 就必须对柱塞的相对运动作一分析。斜柱塞式柱塞泵有多种不同的结构形式, 现以斜盘具有球形工作面, 柱塞带有滑靴的结构型式为例, 建立运动学公式。以此为基础, 可推广到其它结构型式。

在图 1-7(b) 中, 规定通过柱塞轴线和转子轴线的平面为柱塞平面 W ; 柱塞处在下死点位置时的那个柱塞平面为起始平面(图 1-7(a)); 沿转子转动方向任意位置的柱塞平面与起始平面间的夹角 α 为转子转角。这样一来, 柱塞处在下死点时的转子转角 $\alpha = 0^\circ$, 柱塞处在上死点时的转子转角 $\alpha = 180^\circ$ 。转子转一圈, α 从 0° 到 360° 。

运动都是相对的, 研究运动时必须选定一个参考坐标。柱塞的运动是空间运动, 参考坐标系须用空间直角坐标系(图 1-7(b))。坐标系中

原点 O ——柱塞轴线与转子轴线的交点。

Z 坐标轴——转子轴线, 指向斜盘方向为正。

X 坐标轴——在起始平面上, 过原点 O 垂直于 Z 轴, 朝向下死点一侧为正。

Y 坐标轴——过原点 O 垂直于 Z 轴和 X 轴, 朝吸油一侧为正。

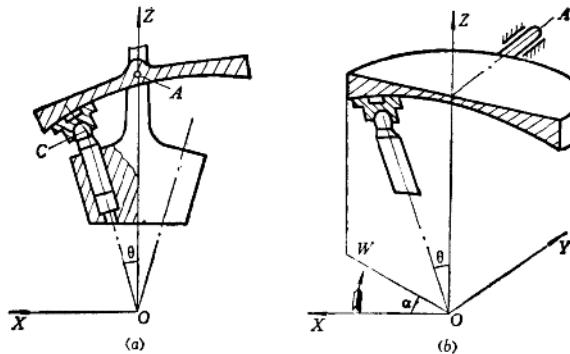


图1-7 柱塞泵运动分析的坐标系

下面分别讨论柱塞沿其轴线相对于转子的位移、速度和加速度。

(一) 柱塞相对运动的位移

图 1-8 中标出了在某一斜盘倾角 Φ 时，柱塞泵的主要几何参数。

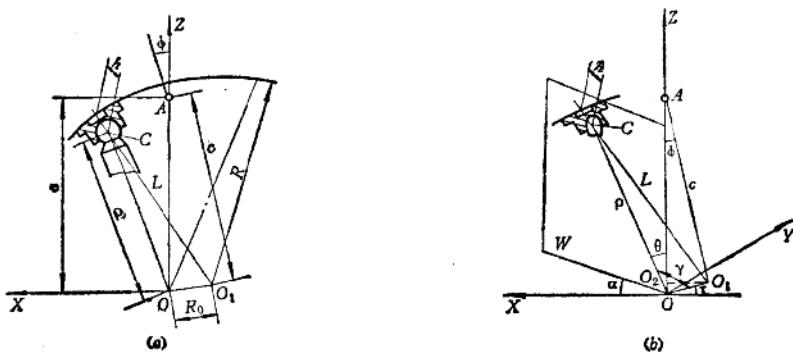


图1-8 柱塞泵主要几何参数

a —柱塞锥顶点 O 至斜盘旋转轴线 A 的距离，即 $a = \overline{OA}$ ；

R —斜盘球形工作面半径；

c —斜盘球面中心 O_1 至斜盘旋转轴线 A 的距离，即 $c = \overline{O_1A}$ ；

L —斜盘球面中心 O_1 至柱塞球头中心 C 的距离，即 $L = \overline{O_1C}$ ；

R_0 —斜盘球面中心 O_1 至柱塞锥顶点 O 的距离，即 $R_0 = \overline{O_1O}$ ；

h — C 点至滑靴上表面的距离；

ρ —柱塞锥顶点 O 至柱塞球头中心 C 的距离，即 $\rho = \overline{OC}$ ；

γ —空间直线 ρ 与 R_0 的夹角；

τ — R_0 与负 X 坐标轴的夹角。

柱塞的位移是指在某一斜盘倾角 Φ 时，柱塞在任意转子转角 α 下，相对于起始位置($\alpha=0^\circ$)沿柱塞腔移动的距离。

在讨论柱塞相对于转子沿柱塞腔轴线作往复直线运动时，可以柱塞球头中心 C 点的

运动为代表。对应于一定的 ϕ 角，当柱塞平面 W 处于不同 α 角时，柱塞有不同的位置，C点到原点的距离不同，故 ρ 值的大小亦不同。所以柱塞的位置可用 ρ 值的大小来表示。求出 ρ 随 α 的变化关系，便可求出在不同 α 角时柱塞的位移。 $\rho = f(\alpha)$ 的函数关系的推导比较复杂，这里直接引出其结果：

$$\rho = L \left(D + E \cos \alpha + \frac{1}{4} F \cos 2\alpha \right) \quad (1-3)$$

式中 $D = 1 + \lambda A - \frac{1}{2} \lambda^2 \left(1 - A^2 - \frac{1}{2} B^2 \right)$,

$$E = \lambda B (1 + \lambda A),$$

$$F = \lambda^2 B^2;$$

$$\lambda = R_0/L,$$

$$A = \cos \theta \sin \tau,$$

$$B = -\cos \tau \sin \theta.$$

其中 R_0 和 τ 可由图1-8(b)中的几何关系确定：

$$R_0 = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac \cos \phi}$$

$$\tan \tau = \frac{a - c \cos \phi}{c \sin \phi} = \frac{1}{\sin \phi} \left(\frac{a}{c} - \cos \phi \right)$$

根据式(1-3)所确定的 ρ 值，便可以求出在任一 α 角下，柱塞相对于 $\alpha=0^\circ$ 的位移量 S 。 $\alpha=0^\circ$ 时的 ρ 值为

$$\rho_0 = L \left(D + E + \frac{1}{4} F \right)$$

而柱塞的位移量为

$$S = \rho - \rho_0 = L \left[E (\cos \alpha - 1) + \frac{1}{4} F (\cos 2\alpha - 1) \right] \quad (1-4)$$

柱塞的最大位移称之为柱塞的行程。当转子相对起始位置转动了 180° 时，柱塞由下死点移动到上死点，此时有最大位移，故柱塞的行程为

$$S_{\max} = \rho_{180} - \rho_0 = -2LE$$

(二) 柱塞相对运动的速度和加速度

速度是单位时间内的位移量。故柱塞的相对运动速度可将表示位移量的公式(1-4)对时间取一次导数求得

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt}$$

其中 $\frac{d\alpha}{dt} = \omega$ ——转子的转动角速度。

所以

$$v = \omega \frac{ds}{d\alpha} = -L\omega \left(E \sin \alpha + \frac{1}{2} F \sin 2\alpha \right) \quad (1-5)$$

同理，将式(1-5)对时间取一次导数，即得柱塞相对运动的加速度

$$a = \frac{dv}{dt} = \omega \frac{dv}{d\alpha} = -L\omega^2 (E \cos \alpha + F \cos 2\alpha) \quad (1-6)$$

柱塞相对运动的 S 、 v 和 a 随 α 角的变化关系曲线如图1-9所示。