

邮电中专函授试用教材

数 学

上 册

北京邮电函授学院编

人民邮电出版社



邮电中专函授试用教材

数 学

上 册

北京邮电函授学院 编

July 11/29/05

1904



人民邮电出版社

内 容 提 要

本书是在1960年人民教育出版社出版的中等专业学校函授教材《代数》、《几何与三角》和《解析几何与微积分》的基础上进行修订的。现作为邮电中等专业学校函授试用教材，分上、下册出版。

上册包括《代数》和《几何与三角》两部分，其特点是教材、学习指导书与习题三者合并在一起。为便于函授自学，书中重点比较突出，对难点内容有较清楚的解释，有启发性的问题、文字叙述比较通俗，并在每章末有小结。

本书对其他中等专业学校的函授生和青年职工也有参考价值。

邮电中专函授试用教材

数 学

上 册

北京邮电函授学院 编

•

人民邮电出版社出版

北京东长安街27号

河北省邮电印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

•

开本：787×1092 1/32 1981年6月 第一版

印张：14 8/32 页数：228 1981年6月河北第一次印刷

字数：324 千字 印数：1—26,000 册

统一书号：15045·总2507-有5214

定 价：1.15 元

编 者 的 话

本书为邮电中等专业学校函授试用教材。

本书原是前北京邮电学院函授部数学教研室石坤锐、刘保璋和梅克仁同志编写的，由人民教育出版社1960年出版的中等专业学校函授数学教材《代数》、《几何与三角》和《解析几何与微积分》。现由北京邮电函授学院数学教研室对全书作了修订，分上、下册出版。参照目前邮电中等专业学校数学的教学大纲，上册删去了近似计算和计算尺等章节，下册由原编者石坤锐同志补编了微分方程一章，由梅克仁同志补编了无穷级数、线性代数初步、逻辑代数初步和概率初步等四章内容。

为了保证学习质量，我们在代数部分第一章之前着重复习了初中代数中和以后学习有关系的部分，这样，就可以使函授生在复习完这一部分以后，能够顺利地转入新课学习。

本教材的特点是在每章里有：学习目的与要求；学习方法的指导；对难点有较清楚的解释；有启发性的问题；重点比较突出；文字叙述比较通俗；并在每章末有小结。

由于时间仓促，本教材内容难免有不够妥善之处，希望各地教师和读者给以批评指正，来信请寄北京邮电函授学院。

北京邮电函授学院

一九八〇年九月

目 录

预 篇

代数式的恒等变换与一次方程.....	(1)
Ⅰ. 因式分解.....	(1)
§ 1. 因式和因式分解(1)	§ 2. 提取公因式法(2)
§ 3. 应用公式分解法(2)	§ 4. 分组分解法(3)
习题一(8)	
Ⅱ. 分式.....	(8)
§ 5. 分式及其基本性质(8)	§ 6. 分式的加减(9)
§ 7. 分式的乘除(11)	习题二(12)
Ⅲ. 一次方程.....	(13)
§ 8. 方程的性质及增减根(13)	§ 9. 一元一次方程的解法(14)
§ 10. 二元一次方程组(16)	§ 11. 二元一次方程组的解法(18)
§ 12. 三元一次方程组(21)	习题三(23)

第一篇 代 数

第一章 幂与根.....	(25)
Ⅰ. 正整指数幂.....	(26)
§ 1. 正整指数幂的定义(26)	§ 2. 幂的符号法则(27)
§ 3. 幂的运算法则(28)	习题一(30)
Ⅱ. 根.....	(31)
§ 4. 根的定义(31)	§ 5. 根的符号法则(32)
§ 6. 算术根(32)	§ 7. 积、分式与幂的开方(33)
Ⅲ. 实数.....	(35)

§ 8. 无理数的定义(35) § 9. 无理数在数轴上的位置(37) § 10. 实数的运算(38)

IV. 根式..... (39)

§ 11. 根式(40) § 12. 根式的基本性质(40)

§ 13. 根式的化简(42) § 14. 根式的加法和减法(44) § 15. 根式的乘法和除法(47) § 16. 根式的乘方(50) § 17. 单项根式的开方(51) § 18. 分母的有理化(52) 习题二(55)

V. 幂的概念的推广..... (57)

§ 19. 零指数幂(57) § 20. 负指数幂(58) § 21.

分指数幂(60) § 22. 有理指数幂的运算(62) 习题三(65) § 23. 无理指数幂(66) 24. 小结(67)

第二章 不等式..... (70)

§ 1. 数的大小的比较(70) § 2. 不等式的定义及其

主要性质(71) § 3. 一元一次不等式及其解法(73)

§ 4. 小结(76) 习题(76)

第三章 二次方程..... (77)

I. 一元二次方程..... (78)

§ 1. 一元二次方程的概念(78) § 2. 完全一元二次方程的解法(80) § 3. 不完全一元二次方程的解

法(86) § 4. 虚数的概念(87) § 5. 一元二次方程的根的判别式(90) § 6. 一元二次方程的应用问题(92) 习题一(97)

II. 可化为二次方程的方程..... (98)

§ 7. 左端可以分解为因式而右端为零的方程(98)

§ 8. 双二次方程(100) § 9. 无理方程(103) § 10. 二元二次方程组(108) 习题二(115) § 11. 小结(116)

第四章 函数及其图象..... (118)

I. 函数及其表示法	(118)
§ 1. 常量与变量	(118)
§ 2. 变量可能取的值	(120)
§ 3. 函数与自变量	(120)
§ 4. 直角坐标系	(123)
§ 5. 函数的三种表示法	(126)
§ 6. 函数图象作法	(128)
习题一	(129)
II. 简单的函数及其图象	(130)
§ 7. 正比例	(130)
§ 8. 正比例函数 $y = kx$ 的图象	(132)
§ 9. 反比例	(134)
§ 10. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象	(136)
§ 11. 一次函数	(138)
§ 12. 一次函数 $y = kx + b$ 的图象	(140)
§ 13. 二次函数	(142)
§ 14. 二次函数的图象	(143)
§ 15. 函数根的概念	(147)
§ 16. 小结	(149)
习题二	(149)
第五章 指数函数、对数函数、对数	(151)
I. 指数函数	(152)
§ 1. 指数函数的定义	(152)
§ 2. 指数函数的图象	(152)
§ 3. 底数大于 1 的指数函数的性质	(154)
II. 对数函数	(156)
§ 4. 反函数的概念	(156)
§ 5. 正函数图象及反函数图象之间的相依关系	(159)
§ 6. 对数函数及其图象	(161)
§ 7. 底数大于 1 的对数函数的性质	(163)
习题一	(164)
III. 对数	(165)
§ 8. 对数的概念	(165)
§ 9. 积、分式、幂以及方根的对数	(166)
§ 10. 单项式的取对数法	(168)
§ 11. 对数式还原法	(169)
习题二	(171)
§ 12. 十进对数及其性质	(171)
§ 13. 对数表	(177)
§ 14. 反对数表	(179)
习题三	(181)
§ 15. 对数的变形	(181)
习题四	(182)
§ 16. 对数的运算	(183)
习题五	(186)
§ 17. 应用对数作计算的例子	(186)
习题六	(191)

IV. 自然对数	(191)
§ 18. 自然对数(191) § 19. 自然对数和十进对数的 互换(192) § 20. 小结(193)	
第六章 级数	(194)
I. 数列概念	(194)
§ 1. 数列(194) § 2. 数列的分类(196) 习题一 (198)	
II. 等差级数	(198)
§ 3. 等差级数定义(198) § 4. 等差级数的一般项公 式(199) § 5. 等差级数前 n 项和的公式(201) 习题 二(204)	
III. 等比级数	(205)
§ 6. 等比级数定义(205) § 7. 等比级数的一般项公 式(206) § 8. 等比级数前 n 项和的公式(209) 习题三 (211) § 9. 小结(212)	
第七章 复数	(214)
I. 复数的概念及其基本运算	(214)
§ 1. 复数(214) § 2. 复数的几何表示法(215) § 3. 复数的加法和减法(217) § 4. 复数加法及减法的 几何解释(217) § 5. 复数的乘法(221) § 6. 复 数的除法(221) § 7. 复数的乘方(222) 习题一 (223)	
II. 复数的三角形式及其运算	(224)
§ 8. 复数的三角形式(224) § 9. 复数的代数形式与 三角形式的互化(225) 习题二(229) § 10. 三角形 式复数的乘法(230) § 11. 三角形式复数的除法(231) § 12. 三角形式的复数的乘方(232) § 13. 三角形式 的复数的开方(234) 习题三(239)	

Ⅲ. 复数的指数形式及其运算	(239)
§ 14. 复数的指数形式	(239)
§ 15. 复数的指数形式	
的运算	(242)
习题四	(244)
§ 16. 小结	(244)
第八章 排列、组合和二项式定理	(246)
I. 排列、组合	(246)
§ 1. 排列、组合的意义	(246)
§ 2. 计算排列数的公	
式	(248)
§ 3. 计算组合数的公式	(253)
习题一	(256)
II. 二项式定理	(257)
§ 4. 第一项相同而第二项不同的若干个二项式的积	(257)
§ 5. 二项式定理	(259)
§ 6. 二项展开式的性质	(261)
习题二	(265)
§ 7. 小结	(265)

第二篇 几何与三角

第一章 线段的度量、比例线段	(267)
I. 线段的度量	(267)
II. 比例线段	(269)
III. 关于比例线段的定理及其应用	(273)
IV. 小结	(281)
习题	(281)
第二章 相似形	(284)
I. 相似多边形的定义	(284)
II. 相似三角形	(286)
III. 相似多边形	(294)
IV. 小结	(296)
习题	(297)
第三章 关于三角形的圆的度量关系	(300)

I. 三角形的度量关系	(300)
II. 和圆有关的度量关系	(304)
III. 小结	(306)
习题	(307)
第四章 锐角三角函数	(309)
§ 1. 锐角三角函数的定义(309) § 2. 同一锐角三角函数间的关系(315) § 3. 30° 、 45° 和 60° 的三角函数值(318) § 4. 互余两角三角函数间的关系(321)	
§ 5. 角由 0° 变化到 90° 时三角函数值的变化(322)	
§ 6. 三角函数表(323) § 7. 直角三角形的解法(326)	
§ 8. 小结(330) 习题(331)	
第五章 角的概念的推广、角的测量法	(335)
§ 1. 角的概念的推广(335) § 2. 角的测量法(336)	
§ 3. 度与弧度的相互换算(338) § 4. 圆弧长(340)	
§ 5. 小结(341) 习题(342)	
第六章 任意角三角函数	(343)
§ 1. 三角函数概念的推广(343) § 2. 三角函数值的符号(345) § 3. 三角函数线(346) § 4. 0 、 $\frac{\pi}{2}$ 、 π 、 $\frac{3\pi}{2}$ 、 2π 各角的三角函数值(349) § 5. 三角函数的周期性(352) § 6. 三角函数的递增与递减(354)	
§ 7. 基本恒等式(358) § 8. 小结(360) 习题(361)	
第七章 任意角三角函数的简化公式、三角函数的图象	(363)
§ 1. 负角的三角函数的简化公式(363) § 2. 角的形状为 $90^\circ + \alpha$ 的三角函数的简化公式(365) § 3. 角的形状为 $90^\circ - \alpha$ 、 $180^\circ - \alpha$ 、 $180^\circ + \alpha$ 、 $270^\circ - \alpha$ 、 $270^\circ + \alpha$ 、 $360^\circ - \alpha$ 、 $360^\circ + \alpha$ 的三角函数的简化公式(366) § 4.	

任意角的三角函数化成锐角的三角函数(369) §5. 三角函数的图象(370) §6. 小结(377) 习题(377)

第八章 三角函数的恒等交换……………(379)

§1. 两角和或差的正弦与余弦(379) §2. 两角和或差的正切(383) §3. 二倍角的正弦(385) §4. 二倍角的余弦(385) §5. 二倍角的正切(387) §6. 二倍角三角函数公式的活用(387) §7. 半角的正弦、余弦、正切(390) 习题(393) §8. 两角的正、余弦的和差化积(394) §9. 两角的正、余弦的积化和差(398) 习题(400) §10. 由角的已知三角函数值求作该角(401) §11. 三角方程(406) §12. 最简单的三角方程(406) §13. 含同一自变量的三角方程(413) 习题(415) §14. 反三角函数概念(416) §15. 关于反三角函数计算的其他例题(424) 习题(427) §16. 小结(428)

第九章 斜三角形的解法……………(430)

§1. 斜三角形各元素间的相互关系(430) §2. 斜三角形的解法(436) §3. 三角函数对数表(438) §4. 小结(442) 习题(443)

预 篇

代数式的恒等变换与一次方程

这里主要是复习初中代数中和以后学习有关部分的内容，以便转入中专数学的学习。

I. 因式分解

§ 1. 因式和因式分解

因式 整式 a 如果能整除 b ，那么整式 a 叫做整式 b 的因式。

例 a 是 $3a^2$ 的因式； $x+1$ 是 x^2-1 的因式。

质式 一个整式如果除了 1 和本身外不再其他的因式，那么这个整式叫做质式。

例 x ； a^2+1 ； $x-1$ 等都是质式。

因式分解 把一个整式表示为几个因式的连乘积叫做因式分解。通常要把因式分解到质式为止。

例 $a^2-1=(a+1)(a-1)$ ；

$$x^4-y^4=(x^2+y^2)(x+y)(x-y)。$$

但 $3x^2-3=3(x^2-1)$ 时，我们说它尚未分解完。

因式分解的方法通常有以下三种：(1)提取公因式法；

(2)应用公式分解法; (3)分组分解法。

§ 2. 提取公因式法

如果多项式的各项中有相同的因式,就可以把它分解为这个因式和多项式除以公因式所得的商的乘积。

例 $ax+bx-cx=x(a+b-c);$
 $6ab^2-10a^2b^3+4a^2b^2=2ab^2(3-5ab+2a)。$

§ 3. 应用公式分解法

根据简乘公式,我们可以把某些多项式很快地分解因式。

(1)平方差公式:

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)。$$

(2)二项式平方公式:

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2;$$

$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2。$$

(3)立方和与立方差公式:

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2);$$

$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)。$$

(4)二项式立方公式:

$$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=(a+b)^3;$$

$$a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=(a-b)^3。$$

例 $9x^2-\frac{1}{4}=(3x)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2$

$$=\left(3x+\frac{1}{2}\right)\left(3x-\frac{1}{2}\right)。$$

$$a^4-1=(a^2)^2-1^2$$

$$=(a^2+1)(a^2-1)$$

$$=(a^2+1)(a+1)(a-1)。$$

$$a^3b-ab^3=ab(a^2-b^2)$$

$$=ab(a+b)(a-b)。$$

$$8x^3-1=(2x)^3-1^3$$

$$=(2x-1)(4x^2+2x+1)。$$

$$a^6-b^6=(a^3)^2-(b^3)^2$$

$$=(a^3+b^3)(a^3-b^3)$$

$$=(a+b)(a^2-ab+b^2)(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

$$=(a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)。$$

$$y^4+2b^2y^2+b^4=(y^2)^2+2(y^2)(b^2)+(b^2)^2$$

$$=(y^2+b^2)^2。$$

$$8x^3-24x^2+18x=2x(4x^2-12x+9)$$

$$=2x[(2x)^2-2(2x) \cdot 3+3^2]$$

$$=2x(2x-3)^2。$$

$$8z^3-12z^2+6z-1=(2z)^3-3(2z)^2 \cdot 1+3 \cdot (2z) \cdot 1^2-1^3$$

$$=(2z-1)^3。$$

正确的理解和熟记简乘公式当然是应用公式进行因式分解的关键，然而仅注意了公式的记忆，而不善于把所给代数式中的各项变换为简乘公式中各项的形式，那要把上述各例进行分解还是有困难的，因此我们必须通过练习，做到灵活应用公式，才能掌握应用公式的分解法。

§ 4. 分组分解法

如果某个多项式分为若干组后，各组里面都有公共的因式，就可以利用提取公因式的方法来进行分解因式。

$$\begin{aligned}\text{例 } 2x^3-5x^2+2x-5 &= (2x^3-5x^2)+(2x-5) \\ &= x^2(2x-5)+(2x-5)\end{aligned}$$

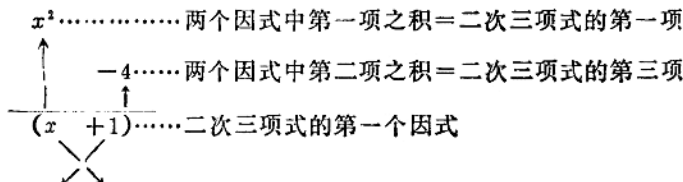
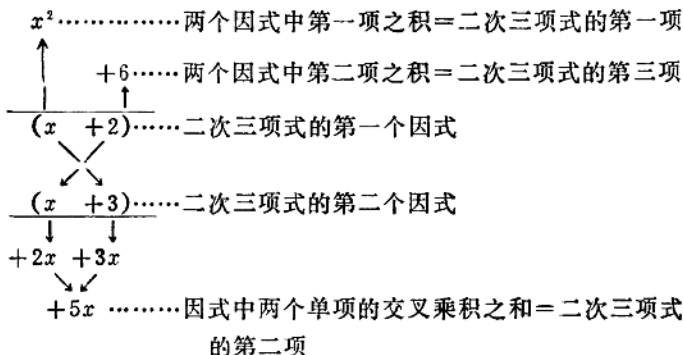
$$=(2x-5)(x^2+1)。$$

$$\begin{aligned}x^2+5x+6 &= x^2+2x+3x+6 \\&= x(x+2)+3(x+2) \\&= (x+2)(x+3)。$$

$$\begin{aligned}x^2-3x-4 &= x^2+x-4x-4 \\&= x(x+1)-4(x+1) \\&= (x+1)(x-4)。$$

后面两个例子说明二次三项式利用分组分解法一般的都可以分解为两个因式。而且二次三项式的第一项等于它的两个因式中第一项之积；第二项等于它的两个因式中第二项之积；第三项等于它的因式中两个单项的交叉乘积之和。

这种关系可以表示为



$(x \quad -4) \cdots \cdots$ 二次三项式的第二个因式

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ +x & -4x \end{array}$$

$-3x \cdots \cdots$ 因式中两个单项的交叉乘积之和 = 二次三项式的第二项

根据这个表示法，二次三项式可以利用下法来分解因式。

第一、因为二次三项式的第一项等于它两个因式中第一项之积，所以在分解因式时，就要把它的第一项分解为两个单项因式。

第二、因为二次三项式的第三项等于它两个因式中第二项之积，所以在分解因式时，就要把它的第三项分解为两个因数，并且如果第三项为负，那么两个因数的符号该是一正一负；如果第三项为正，则两个因数的符号相同。而且当第二项为负数时，两个因数均为负，当第二项也为正时，两个因式均为正。

第三、二次三项式的第一项和第三项分别分解为两个单项因式时，一般的总不只是一种分法，但是分解的结果必须要求第一项的两个单项因式和第三项的两个单项因数交叉乘积之和等于二次三项式的第二项。

例1. 分解 $x^2 - 8x + 12$ 的因式。

解 第一项分解成两个单项因式，得

$$x, x。$$

第三项分解成两个因数，有三种

$$-1, -12; -2, -6; -3, -4$$

($\because$ 第三项为正，第二项为负， $\therefore$ 两因数均为负)。

把第一项和第三项的各种分法结合起来就有三种：

$$\begin{array}{r} x \quad -1 \\ \swarrow \quad \searrow \\ x \quad -12 \\ \hline -x \quad -12x \\ \swarrow \quad \searrow \\ -13x \neq \text{第二项} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \quad -2 \\ \swarrow \quad \searrow \\ x \quad -6 \\ \hline -2x \quad -6x \\ \swarrow \quad \searrow \\ -8x = \text{第二项} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \quad -3 \\ \swarrow \quad \searrow \\ x \quad -4 \\ \hline -3x \quad -4x \\ \swarrow \quad \searrow \\ -7x \neq \text{第二项} \end{array}$$

结果只有第二种是对的，

$$\therefore x^2 - 8x + 12 = (x-2)(x-6)。$$

例2. 分解 $x^2 + x - 6$ 的因式。

解 第一项分解成两个单项因式，得

$$x, x。$$

第三项分解成两个因数，有四种

$$+1, -6; -1, +6; +2, -3; -2, +3$$

($\because$ 第三项为负， $\therefore$ 两因数的符号应相反)。

把第一项和第三项的各种分法结合起来就有四种：

$$\begin{array}{r} x \quad +1 \\ \swarrow \quad \searrow \\ x \quad -6 \\ \hline +x \quad -6 \\ \swarrow \quad \searrow \\ -5x \neq \text{第二项} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \quad -1 \\ \swarrow \quad \searrow \\ x \quad +6 \\ \hline -x \quad +6x \\ \swarrow \quad \searrow \\ +5x \neq \text{第二项} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \quad +2 \\ \swarrow \quad \searrow \\ x \quad -3 \\ \hline +2x \quad -3x \\ \swarrow \quad \searrow \\ -x \neq \text{第二项} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \quad -2 \\ \swarrow \quad \searrow \\ x \quad +3 \\ \hline -2x \quad +3x \\ \swarrow \quad \searrow \\ +x = \text{第二项} \end{array}$$

结果只有最后一种是对的，

$$\therefore x^2 + x - 6 = (x-2)(x+3)。$$

例3. 分解 $6x^2 + 29x + 35$ 的因式。

解 第一项分解成两个单项因式，有两种

$$x, 6x; 3x, 2x。$$

第三项分解成两个因数，有两种

$$1, 35; 5, 7。$$

把第一项和第三项的各种分法结合起来，就有 8 种：