邮电中专函授试用教材

数学

上册

北京邮电函授学院编

人民邮电出版社

邮电中专函授试用教材

数　　学

上　　册

北京邮电函授学院　编

人民邮电出版社

内 容 提 要

本书是在1960年人民教育出版社出版的中等专业学校函授教材《代数》、《几何与三角》和《解析几何与微积分》的基础上进行修订的。现作为邮电中等专业学校函授试用教材，分上、下册出版。

上册包括《代数》和《几何与三角》两部分，其特点是教材、学习指导书与习题三者合并在一起。为便于函授自学，书中重点比较突出，对难点内容有较清楚的解释，有启发性的问题、文字叙述比较通俗，并在每章末有小结。

本书对其他中等专业学校的函授生和青年职工也有参考价值。

邮电中专函授试用教材

数 学

上 册

北京邮电函授学院 编

人民邮电出版社出版
北京东长安街27号
河北省邮电印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行
各地新华书店经售

开本：787×1092 1/32　1981年6月 第一版
印张：14 8/32 页数：228　1981年6月河北第一次印刷
字数：324 千字　印数：1—26,000 册

统一书号：15045·总2507-有5214

定价：1.15 元

编 者 的 话

本书为邮电中等专业学校函授试用教材。

本书原是前北京邮电学院函授部数学教研室石坤锐、刘保璋和梅克仁同志编写的，由人民教育出版社1960年出版的中等专业学校函授数学教材《代数》、《几何与三角》和《解析几何与微积分》。现由北京邮电函授学院数学教研室对全书作了修订，分上、下册出版。参照目前邮电中等专业学校数学的教学大纲，上册删去了近似计算和计算尺等章节，下册由原编者石坤锐同志补编了微分方程一章，由梅克仁同志补编了无穷级数、线性代数初步、逻辑代数初步和概率初步等四章内容。

为了保证学习质量，我们在代数部分第一章之前着重复习了初中代数中和以后学习有关系的部分，这样，就可以使函授生在复习完这一部分以后，能够顺利地转入新课学习。

本教材的特点是在每章里有：学习目的与要求；学习方法的指导；对难点有较清楚的解释；有启发性的问题；重点比较突出；文字叙述比较通俗；并在每章末有小结。

由于时间仓促，本教材内容难免有不够妥善之处，希望各地教师和读者给以批评指正，来信请寄北京邮电函授学院。

北京邮电函授学院

一九八〇年九月

目　　录

预　　篇

第一篇　代　　数

第二篇 几何与三角

预　　篇

代数式的恒等变换与一次方程

这里主要是复习初中代数中和以后学习有关部分的内容，以便转入中专数学的学习。

Ⅰ．因式分解

§1．因式和因式分解

因式　整式 a 如果能整除 b，那么整式 a 叫做整式 b 的因式。

例　a 是 $3a^2$ 的因式；$x+1$ 是 x^2-1 的因式。

质式　一个整式如果除了 1 和本身外不再有其他的因式，那么这个整式叫做质式。

例　x；a^2+1；$x-1$ 等都是质式。

因式分解　把一个整式表示为几个因式的连乘积叫做因式分解。通常要把因式分解到质式为止。

例　$a^2-1=(a+1)(a-1)$；

$x^4-y^4=(x^2+y^2)(x+y)(x-y)$。

但 $3x^2-3=3(x^2-1)$ 时，我们说它尚未分解完。

因式分解的方法通常有以下三种：（1）提取公因式法；

（2）应用公式分解法；（3）分组分解法。

§2. 提取公因式法

如果多项式的各项中有相同的因式，就可以把它分解为这个因式和多项式除以公因式所得的商的乘积。

例 $$ax+bx-cx=x(a+b-c);$$

$$6ab^2-10a^2b^3+4a^2b^2=2ab^2(3-5ab+2a).$$

§3. 应用公式分解法

根据简乘公式，我们可以把某些多项式很快地分解因式。

（1）平方差公式：

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b).$$

（2）二项式平方公式：

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2;$$

$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2.$$

（3）立方和与立方差公式：

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2);$$

$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2).$$

（4）二项式立方公式：

$$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=(a+b)^3;$$

$$a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=(a-b)^3.$$

例 $$9x^2-\frac{1}{4}=(3x)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$=\left(3x+\frac{1}{2}\right)\left(3x-\frac{1}{2}\right).$$

$$a^4-1=(a^2)^2-1^2$$

$$=(a^2+1)(a^2-1)$$

$$=(a^2+1)(a+1)(a-1)。$$

$$a^3b-ab^3=ab(a^2-b^2)$$
$$=ab(a+b)(a-b)。$$

$$8x^3-1=(2x)^3-1^3$$
$$=(2x-1)(4x^2+2x+1)。$$

$$a^6-b^6=(a^3)^2-(b^3)^2$$
$$=(a^3+b^3)(a^3-b^3)$$
$$=(a+b)(a^2-ab+b^2)(a-b)(a^2+ab+b^2)$$
$$=(a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)。$$

$$y^4+2b^2y^2+b^4=(y^2)^2+2(y^2)(b^2)+(b^2)^2$$
$$=(y^2+b^2)^2。$$

$$8x^3-24x^2+18x=2x(4x^2-12x+9)$$
$$=2x[(2x)^2-2(2x)\cdot 3+3^2]$$
$$=2x(2x-3)^2。$$

$$8z^3-12z^2+6z-1=(2z)^3-3(2z)^2\cdot 1+3\cdot(2z)\cdot 1^2-1^3$$
$$=(2z-1)^3。$$

正确的理解和熟记简乘公式当然是应用公式进行因式分解的关键，然而仅注意了公式的记忆，而不善于把所给代数式中的各项变换为简乘公式中各项的形式，那要把上述各例进行分解还是有困难的，因此我们必须通过练习，做到灵活应用公式，才能掌握应用公式的分解法。

§4. 分组分解法

如果某个多项式分为若干组后，各组里面都有公共的因式，就可以利用提取公因式的方法来进行分解因式。

例 $2x^3-5x^2+2x-5=(2x^3-5x^2)+(2x-5)$

$$=x^2(2x-5)+(2x-5)$$

$$=(2x-5)(x^2+1)。$$

$$\begin{aligned} x^2+5x+6 &= x^2+2x+3x+6 \\ &= x(x+2)+3(x+2) \\ &= (x+2)(x+3)。\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2-3x-4 &= x^2+x-4x-4 \\ &= x(x+1)-4(x+1) \\ &= (x+1)(x-4)。\end{aligned}$$

后面两个例子说明二次三项式利用分组分解法一般的都可以分解为两个因式。而且二次三项式的第一项等于它的两个因式中第一项之积；第二项等于它的两个因式中第二项之积；第三项等于它的因式中两个单项的交叉乘积之和。

这种关系可以表示为

x^2……………两个因式中第一项之积＝二次三项式的第一项

$+6$……两个因式中第二项之积＝二次三项式的第三项

$(x \quad +2)$……二次三项式的第一个因式

$(x \quad +3)$……二次三项式的第二个因式

$+2x \quad +3x$

$+5x$ ………因式中两个单项的交叉乘积之和＝二次三项式的第二项

x^2……………两个因式中第一项之积＝二次三项式的第一项

-4……两个因式中第二项之积＝二次三项式的第三项

$(x \quad +1)$……二次三项式的第一个因式

$$
\begin{array}{l}
\underline{(x \quad -4)}\cdots\cdots\text{二次三项式的第二个因式} \\
\ \ \downarrow \quad\ \ \downarrow \\
+x \quad -4x \\
\quad\ \searrow\swarrow \\
\quad -3x \ \cdots\cdots\cdots\text{因式中两个单项的交叉乘积之和=二次三项式的第二项}
\end{array}
$$

根据这个表示法，二次三项式可以利用下法来分解因式。

第一、因为二次三项式的第一项等于它两个因式中第一项之积，所以在分解因式时，就要把它的第一项分解为两个单项因式。

第二、因为二次三项式的第三项等于它两个因式中第二项之积，所以在分解因式时，就要把它的第三项分解为两个因数，并且如果第三项为负，那么两个因数的符号该是一正一负；如果第三项为正，则两个因数的符号相同。而且当第二项为负数时，两个因数均为负，当第二项也为正时，两个因式均为正。

第三、二次三项式的第一项和第三项分别分解为两个单项因式时，一般的总不只是一种分法，但是分解的结果必须要求第一项的两个单项因式和第三项的两个单项因数交叉乘积之和等于二次三项式的第二项。

例1. 分解$x^2-8x+12$的因式。

解 第一项分解成两个单项因式，得

$$x,\ x。$$

第三项分解成两个因数，有三种

$$-1,\ -12;\ -2,\ -6;\ -3,\ -4$$

（∵第三项为正，第二项为负，∴两因数均为负）。

把第一项和第三项的各种分法结合起来就有三种：

$$\begin{array}{cc} x & -1 \\ \multicolumn{2}{c}{\times} \\ x & -12 \\ \hline -x & -12x \end{array} \qquad \begin{array}{cc} x & -2 \\ \multicolumn{2}{c}{\times} \\ x & -6 \\ \hline -2x & -6x \end{array} \qquad \begin{array}{cc} x & -3 \\ \multicolumn{2}{c}{\times} \\ x & -4 \\ \hline -3x & -4x \end{array}$$

$-13x \neq$ 第二项　　$-8x =$ 第二项　　$-7x \neq$ 第二项

结果只有第二种是对的，

$$\therefore x^2-8x+12=(x-2)(x-6)。$$

例2.　分解x^2+x-6的因式。

解　第一项分解成两个单项因式，得

$$x，x。$$

第三项分解成两个因数，有四种

$$+1，-6；-1，+6；+2，-3；-2，+3$$

（∵第三项为负，∴两因数的符号应相反）。

把第一项和第三项的各种分法结合起来就有四种：

$$\begin{array}{cc} x & +1 \\ \multicolumn{2}{c}{\times} \\ x & -6 \\ \hline +x & -6 \end{array} \qquad \begin{array}{cc} x & -1 \\ \multicolumn{2}{c}{\times} \\ x & +6 \\ \hline -x & +6x \end{array} \qquad \begin{array}{cc} x & +2 \\ \multicolumn{2}{c}{\times} \\ x & -3 \\ \hline +2x & -3x \end{array} \qquad \begin{array}{cc} x & -2 \\ \multicolumn{2}{c}{\times} \\ x & +3 \\ \hline -2x & +3x \end{array}$$

$-5x \neq$ 第二项　　$+5x \neq$ 第二项　　$-x \neq$ 第二项　　$+x =$ 第二项

结果只有最后一种是对的，

$$\therefore \quad x^2+x-6=(x-2)(x+3)。$$

例3.　分解$6x^2+29x+35$的因式。

解　第一项分解成两个单项因式，有两种

$$x，6x；3x，2x。$$

第三项分解成两个因数，有两种

$$1，35；5，7。$$

把第一项和第三项的各种分法结合起来，就有8种：