

孙兴运 著

数系趣谈

趣味数学小丛书

— = ≡ ≡ × ∩ ∩

Υ ΥΥ ΥΥΥ

inc $\frac{1}{2}$ $\int$ ∞ ∞

$$\frac{27401}{1000} = 27 + \frac{4}{10} + \frac{1}{1000} = 27 \text{ ④ } 4 \text{ ① } 0 \text{ ② } 1$$

$$\sqrt{a^2} = a?$$

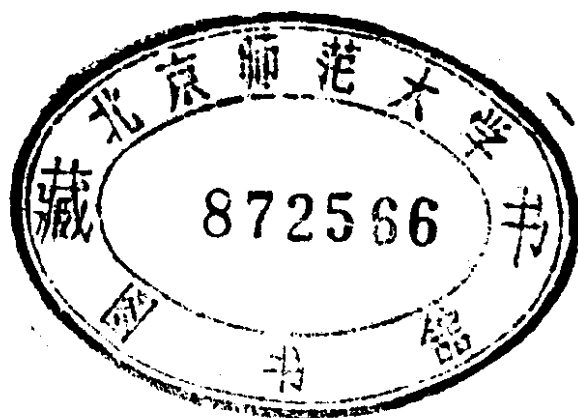
科学普及出版社

7911178/07

趣味数学小丛书

数系趣谈

孙兴运 著



科学普及出版社

内 容 提 要

《数系趣谈》一书是采用故事的形式，从自然数、零和分数谈起，经过有理数、实数……，一直谈到复数。

本书首先介绍“数”是怎样产生的和数字的有趣旅行；着重指出“数”每发展一步，都将遇到一些困境，并描述如何克服困境又继续前进。

本书可作为广大青少年的课外补充读物以开阔眼界，提高分析问题和解决问题的能力，增强他们对数学的爱好与兴趣。

趣味数学小丛书

数 系 趣 谈

孙 兴 运 著

责任编辑：纪 思

封面设计：窦桂芳

科学普及出版社出版（北京白石桥紫竹院公园内）
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
89920部队印刷厂印刷

开本：787×1092毫米 1/32 印张：2⁷/₈ 字数：58 千字

1981 年 9 月第 1 版 1981 年 9 月第 1 次印刷

印数：1—48,000册 定价：0.27元

统一书号：13051·1238 本社书号：0298

“趣味数学小丛书”编者的话

数学与人类生活紧密地联系在一起，可以说，它无处不在，无人不用，谁也离不开它。但是，现行的中小学数学书籍偏重理论，不少青少年觉得它枯燥无味、艰深难学；而课外数学读物也绝大部分着眼于题解，仍不免乏味。

我们有鉴于此，编辑出版“趣味数学小丛书”，目的在于引起青少年读者对数学的兴趣，增长数学知识，了解数学包含的内容，培养他们爱好数学、学习数学、钻研数学的情趣。

本丛书的对象是中小學生、青少年和具有中等文化水平的工农兵读者。

目 录

一、自然数的家史	(1)
数是从哪里来的?	(1)
追根溯源	(3)
自然数问世	(6)
数字旅行家	(8)
数学史上的奇迹	(11)
二、内容丰富的“鸭蛋”	(14)
“鸭蛋”的来历	(14)
一场悲剧	(15)
“零”的座谈会	(17)
粗枝大叶害死人	(20)
三、第一次扩张	(24)
度量中遇新问题	(24)
向前跨进了一步	(25)
光辉的一页	(27)
斯蒂文的创造	(29)
分数再发展	(32)
四、正负数的来龙去脉	(34)
更上一层楼	(34)
漫长的道路	(37)
数轴之上论短长	(39)
奇妙的性质	(42)
五、研究数的新“武器”	(45)

韦达的发明	(45)
新“武器”妙用	(47)
错在哪里?	(52)
六、无理数的趣史	(56)
一个闷葫芦	(56)
拜访数伯伯	(57)
神秘的学派	(60)
希伯斯冤案	(61)
古怪的名字	(63)
开花结果	(66)
七、王教授谈复数	(69)
“报告会”后话方程	(69)
勇士卡尔丹	(72)
披上了神秘的面纱	(74)
喜讯处处传	(76)
海岛探宝的故事	(79)
告读者	(84)

一、自然数的家史

数是从哪里来的？

古老的沂水河那边，一座座陡峭的蒙山群峰后面，月亮露出了圆圆的脸盘，渐渐地升到中天，月光如水，倾泻在金雀山中学的校园里。

今儿是星期天，在初二（甲）班的教室里，为啥依然是灯光通明？

噢！原来是数学课外小组的同学，正围着一个满头银发、戴着眼镜的老人，静静地听他讲述着：“黄河，象一条长龙般横卧在我国的北方。早在五、六十万年前，我们的祖先就在这里生息繁衍。大约在公元前2,500多年的时候，黄帝族击败了炎帝族，逐渐在黄河流域定居下来，开始了中华民族灿烂的古代文化。

“在我国的一部古书《世本》里，曾记载了一个有趣的传说：部落联盟的领袖黄帝，在天下称王之后，曾命令他的臣子羲和去观测太阳，常仪去测量月亮，伶伦去编制音乐……后来又叫一个大臣隶首去创造数……”

“丁老师，原来数是隶首创造的？”高原迷惑不解地问。

丁老师回答关于数的起源，要追溯到遥远遥远的古代，因为年代太久了，自然会有各种各样的猜测和幻想。

有人认为，“上帝”是万物的起源，他创造了地球和人，也把数赐给了人间。直到十九世纪七十年代，德国有个名字叫克隆尼克的人还说：“整数是被亲爱的上帝造成的，其它都是人的工作。”●

也有人认为，数是人类从感性经验中提炼和概括出来的。它既不是“上帝”的恩赐，也不是“天才”人物的发现。恩格斯曾经说过：“数和形的概念不是从其它任何地方，而是从现实世界中得来的。”●

“到底哪一种说法对呀？”性急的山英插嘴问。

“我认为恩格斯的论述是正确的。无数历史事实都证明了，数的概念不是从天上掉下来的，数的系统也不是一朝一夕形成的。人们在认识数的漫长岁月中，付出了巨大的劳动，出现过许多聪明而又有才干的人物。”

听了老师这么一讲，高原记得爸爸常说，“数”是数学中主要的也是基本的概念之一。如果一个人缺乏数的概念，不但不能更好的学习数学，而且在工作和生活中，都会感到极大的不便。所以，对于数的研究，不但有助于科学的发展，而且还能帮助我们认识周围实际中的量。想到这里，高原提议说：“老师，给我们讲讲数的历史，好吗？”

“好。要讲数的发展史，还得从自然数说起，因为它是‘资格’最老的数了。”

“自然数是从哪里来的？”李明望着丁老师问。

丁老师把座位向前挪了挪，便很有风趣地讲起自然数的故事来。

● <反杜林论中的自然科学>中国青年出版社第46页

● 恩格斯：<反杜林论>第35页

教室里静悄悄的，只有校园里蝈蝈的鸣叫声不断从窗口传来，仿佛在一个劲地唱着“数、数——”悦耳的歌曲。

追 根 溯 源

人自从造出了第一件石器，就开始挣脱了大自然强加在他们身上的锁链。

在远古时代，原始人过着穴居野处的生活，根本谈不上什么文化。但是为了生存，就要和大自然斗争。在最近十几万年中，人在跟自然界的斗争中，取得了一个又一个的胜利：学会了种植五谷、饲养牲畜、开垦田地……，也就渐渐有了数的蒙昧概念了。

“数的蒙昧概念？”同学们觉得这句话很陌生。

“那时候，有，或没有（无）野兽、鱼和果实，是原始人最关心的问题。‘有’，就可以把食物分配给大家饱餐一顿；‘无’，只好饿着肚子，找有食物的地方去。因此，人类很早就有了‘有与无’的概念了。‘数’就是从认识‘有’中开始的，这就是它的蒙昧时期。”

“‘有’中还能产生数吗？”山英感到疑惑。

丁老师说：“‘有’总是以一个个的个体存在着。例如，一堆梨是由一个个的梨组成的；一群鹿是由一只只的鹿组成的。仰观天空，白天只能看到一个太阳；晚上只有一个月亮。人只长着一个脑袋……，这种现象在人的脑子里反复了亿万次，于是在‘计数’的过程中，首先有了‘一’的概念。”

“什么是计数？”高原瞪着两只长睫毛的大眼睛问。

“计数就是通常所说的数（shǔ）数（shù）的意思。原

始人要数一数牛羊的头数，要知道一群鹿的多少……，这一切问题都引起了他们对‘数数’的足够重视。”

这时，山英象是想起了什么，冷不丁地站起来说：“数一数人的两只耳朵，两个眼睛……能不能产生数‘二’的概念呢？”

“山英挺会动脑筋。”丁老师夸奖说，“起初，人们的确总是把数的概念和具体的事物联系在一起的。说来也巧，我国的‘二’和‘耳’是同音字，这大概不是偶然的。据说，古代的印度人曾经用过‘眼睛’代表‘二’呢！”

听到这儿，大伙儿都不由地大笑起来。

“原始人能知道天上的星星有多少吗？”李明歪着头又提出了个问题。丁老师的两眼透过镜片，望着李明那付认真的神态，笑咪咪地说：“原始人对于数的需要是很少的。最初甚至只知道两个数：一和二。如果要数的东西多于二个时，就笼统地用‘许多’表示。当然，缀满天空的星星，他们只能叫做‘许多’了。”

“几十万年前的事，现在怎么能知道呢？”高原突然插嘴问。

丁老师解释说：“十九世纪末，有些数学史研究工作者，曾对澳洲一些还处在落后状态的部落进行了调查。结果表明，有些部落确实只有‘一’和‘二’两个数的名称。如果有人问：‘你家的羊有多少？’当他的羊的只数多于‘三’时，就回答：有‘许多’。由此可以推想，人类的祖先对数的认识，也会经历了类似的过程。可以说，从‘有’中揭示出‘一’和‘多’的概念，是人类认识数的一个大飞跃啊！”

讲到这里，丁老师喝了一口茶，润了润嗓子，接着又兴

致勃勃地讲下去：“原始人中的能工巧匠打制了一堆石斧。部落的首长要把这批石斧分配给一群猎人，问这堆石斧够不够用？”

同学们争先恐后地说：“把石斧和猎人分别数一数，不是知道了吗！”

丁老师摇了摇头，说：“刚才已经说过，原始人知道的数是很少的，他们还不能象现在这样分别数一数，再进行比较，而是使用着一个古老的比较法。”

“什么方法呀？”机灵的高原闪动着两只聪慧的大眼睛问。

丁老师看到同学们都眼巴巴地望着他，正了正眼镜说：应用了“一对一”的配搭法，所谓“一对一”就是把石斧和猎人一一配搭起来，然后再作出判断。部落的首长命令猎人群里走出一个人来，到石斧堆里取一把石斧，第二个人再走过来，也取一把石斧……如果石斧堆先被取空了，就说它是“少”了，而猎人群自然是“多”了。如果二者同时被取空了，就意味着石斧和猎人数是“一样多”。

人们经过了许多类似的比较，渐渐地又有了“多、少”（或一样多）的概念。这种比较法是很重要的。有了比较，才能把不同的“多”区分开，才会有不同的数，在这个基础上，自然数的概念也开始孕育形成了。

同学们全神贯注地听着，山英忽然问：“老师，他们怎样把比较的结果告诉别人呢？”

丁老师看了看表，说：“时间不早了，明天还要上课呢，下星期天再讲吧！”

“好！”大家异口同声地回答。

自然数问世

星期天一大早，高原就起床了，早饭后领着数学课外小组的同学，向丁老师家走去。

丁老师的宿舍坐落在一个幽静的小院子里。两棵合抱粗的大树盘根错节，象两把雨伞一样，把整个小院子遮掩起来。高原看看这，望望那，情不自禁地说：“嘿！真是个好读书的好地方！”

丁老师闻声走出门来，把小客人迎到屋里去。他对同学们的这种认真学习的精神表示非常满意，等大家坐好后，又接着讲起那个自然数的故事来。

十九世纪末叶，在我国科学史上发生了一件耸人听闻的大事，轰动了全世界。消息说，在河南省安阳县的小屯村附近（现在叫殷墟，就是古代商朝的旧都），有许多一向无人问津的土丘，引起了考古学家的注意。经过多年来的细心发掘，终于揭开了埋藏在地下的秘密。原来在这些土丘下面，埋藏着公元前十四世纪商朝时代的大批刻有文字的龟甲和牛的肩胛骨，在许多甲骨上刻有形如： 一 二 三 三 X

∩ ∧ 等等奇怪的符号。这一重大发现，不仅震动了考古学界，就是对考古很少感兴趣的数学家们，也纷纷远道而来。据历史学家分析，这些刻有文字的甲骨，是我国现知的文字记数的最早的历史资料。

高原听得入了迷，等不及地问：“这些奇怪的符号有什么用处呢？”

丁老师略微思忖了一下说：“人们为了把比较所得的结果

告诉别人，就要记数。‘记数’就是把数记下来的意思。在使用文字以前，许多民族是用一条绳子打成各式各样的结扣来记数的：事情大就打一个大结扣；事情小就打一个小结扣，结扣的多少就表示数量的多少。后来逐渐有了代替实物的符号，用刀在实物上刻道道来代替实物打结。比如说，三头牛，三根木棒，三把石斧……是不同质的事物，但它们却有一个共同的特点，就是都能和三个手指头‘一对一’的配搭起来。如果把牛、木棒、石斧等等的具体的属性暂时撇开，就可以用符号‘≡’来表示它们的共同特性。象河南省安阳县小屯村发现的甲骨文，就是用刀刻在甲骨上的符号。而记数符号——≡……，叫做象形记数法。”

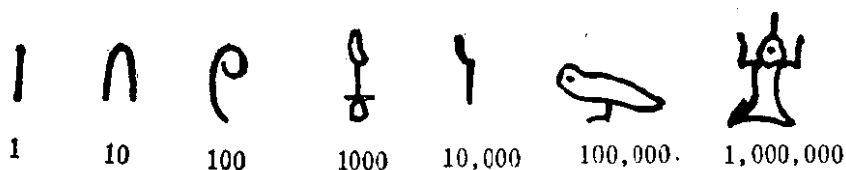
“照此说来，象形记数法一定是多种多样的了。”高原猜测说。

“正是这样，”丁老师说，“几乎每一个民族都有过自己的记数符号。早在四、五千年前的巴比伦人，曾用有棱角的木片在泥板上压出各种有棱角的符号记数。”这时，丁老师从书架上拿出一本书来给大家看，上面印着：

Y Y Y Y Y Y ...
— = 三

同学们都好奇地围拢过来。丁老师指着这些符号说：“这种怪模怪样的‘小鞋钉’，就是巴比伦时代的钉头文字。”

山英从老师手里要过那本书来，在另外一页上，又发现了一排引人注目的符号：



山英看了很风趣地说：“这个小人真好看啊！”

丁老师说：“古埃及人把这些象形数字雕刻在石器或木器上，比如说，‘一’的记号象一根木棒；一百万的记号是一个人高高地举起双臂，好象是说这个数真大啊！”

听到这儿，小听众们都称心地笑了。

丁老师总结说：“随着语言、文字的日渐进化，象形文字也在不断地发展变化着，经过了漫长的岁月后，才出现了今天所使用的数字符号，象1，2，3，4，5……，这样的数叫做自然数。自然数的问世，是从现实世界中得出的第一个‘数的系统’。”

高原一边听着，一边想：差不多所有民族都有自己的数字符号，为什么世界各国都采用阿拉伯数字呢？当他把这个问题提出来以后，丁老师侧首想了一会儿说，事情原来是这样的……。

数 字 旅 行 家

最初，世界各民族采用过各种象形记数法。有些符号用起来不方便，逐渐被淘汰了。就是那些切合实用的数字符号也在由繁到简，由难到易地演化着。

从历史上来看，被保留下来的数字是丰富多采的，例如：

中国数字（小写）：○一二三四五六七八九十

罗马数字： I II III IV V VI VII VIII IX X

阿拉伯数字： 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

这时丁老师提高了嗓门说：“谁知道阿拉伯数字的来历呀？”

“当然是从阿拉伯人那里传来的了。”山英不假思索地说。

“不是，”丁老师纠正说：“提起这十个数字来，在数学史上还真有点来历呢。这些数码不是阿拉伯人的创造，而是起源于印度，叫它印度数字更为合适。”

山英听了，很不好意思地问：“这是怎么一回事？”

丁老师用他那特有的舒缓的语调，讲起了阿拉伯数字的故事。

在一千多年以前，印度人就已经采用了一种特殊的数字来表示数，这些数字总共十个：

1 𐀀 𐀁 𐀂 𐀃 𐀄 𐀅 𐀆 𐀇 𐀈 𐀉 。

那时正是阿拉伯帝国的强盛时期，阿拔斯王朝侵占了几个邻国，掌握了东西方邻国的先进文化。阿拉伯人于巴格达建伊斯兰教庭，首都巴格达越来越繁荣，科学文化获得了蓬勃的发展，被称为“世界文明的首都”。因此，许多国家的商人、学者，纷纷从世界各地聚集到那里。

那时，印度有一位名字叫堪克的数学家，他访问了阿拔斯王朝。堪克把印度的天文图表和印度数字带到了巴格达。阿拔斯王朝的统治者，对他带来的数学书很感兴趣，于是下令把那些书翻译成阿拉伯文。随着这部书的流行，印度数字就在伊斯兰世界广泛传播开了。

丁老师说着，喝了一口茶，在屋子里踱了几步，很有兴味地说：

后来有一个阿拉伯学者，名叫哈瓦尔扎米。他领会了印度数字的技巧，写了一本算术书，进一步介绍了印度数字的使用方法。由于当时东西方往来频繁，哈瓦尔扎米的数学著作传到了西班牙并译成了拉丁文，慢慢地又传到了欧洲各地。

从另一方面说，中世纪西欧经济开始繁荣，西方商人到东方经商的越来越多。意大利有个商人数学家斐波那契，幼年跟他的父亲在非洲北部蒲其亚地方，曾受过当地伊斯兰学校的教育。青年时又旅行到地中海各地，熟悉各种商业算术。他认为应用印度数字最为方便，于1202年写成一本《算法书》，详细地论述了应用“十进位记数法”的优越性。斐波那契的书不同于前一世纪的各个翻译本，他针对当时商业社会的迫切需要，介绍了适合的算法，引起了算术课程的革新运动。此后，印度数字便普及于意大利各城市。由于在使用中不断改进，到了十四世纪，欧洲通用的数字已演变得和现在的差不多了。

丁老师拿出一张卡片，同学们都挤上来看：

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

他指着卡片说：“从历史上来看，凡是一个新生事物的成长，都有一个发展过程。这十个数字早在二千多年前就有了萌芽，一直到十七世纪后，才被普遍地采用。由印度到阿拉伯，又传到了欧洲，终于在全世界普遍开花。”

讲到这里，孩子们的话题可就来了，他们把丁老师“包

围”起来，指指划划，纷纷嚷着：

“以前我总认为阿拉伯数字是一个聪明的数学家想出来的，看来这个想法不对了！”

“‘十进位记数法’是什么意思？”

“表示数字的符号是多种多样的，为什么独有印度数字传遍了全世界？”

听了大家的议论，丁老师正想讲下去，忽然有人敲门，原来是丁老师的朋友来了。丁老师说：“这些问题不是一两句话可以说清楚的，等有时间再讲吧！”

数学史上的奇迹

“当、当、当！”放学的钟声响了。在校门口的布告栏处，挤满了许多同学，正在看一个通知：

今晚七点钟，在我校一楼会议室举行“数字讨论会”，希望数学课外小组的全体同学按时参加！

金雀山中学数学组

山英看了通知，真是高兴极了，晚饭后约了高原、李明等人来到了学校。

晚自习的钟声刚响过，他们疾步向灯光通亮的一楼会议室走去。嘿！在会议室的黑板上，用彩笔写着“数字讨论会”五个大字。深受同学们爱戴的丁老师，早已到了。大家围坐在丁老师周围，一边喝着茶水，一边又热烈地讨论起印度数字的问题来了。

丁老师发问似地说：“大家考虑过吗？为什么印度数字能通行于全世界呢？”