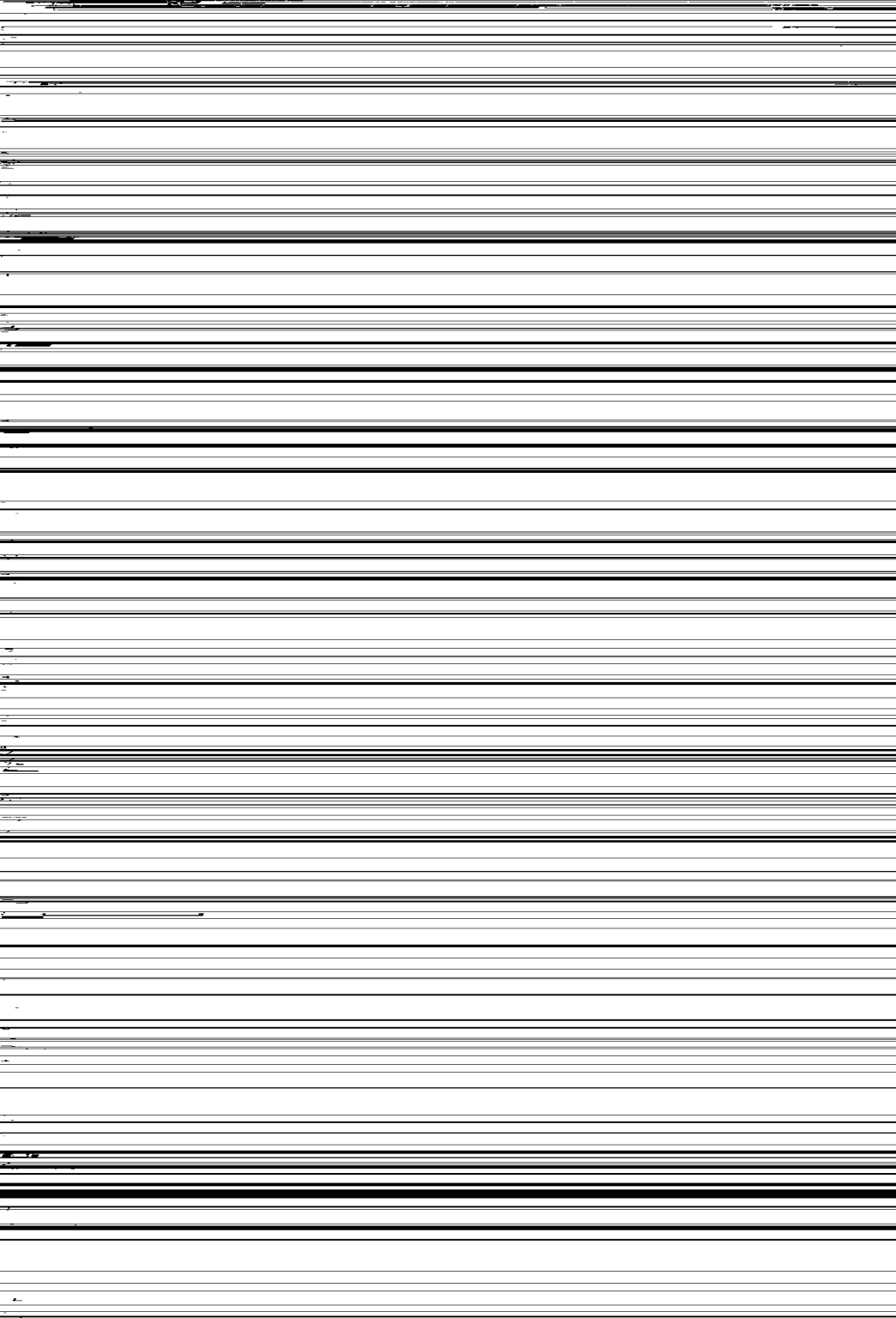




**A HISTORY
OF
MATHEMATICS**

**From Antiquity to the Beginning of
the Nineteenth Century**

by

J. F. Scott

Taylor & Francis Ltd.

London, 1958

数 学 史

〔英〕斯科特 著

侯德润 张兰译

商 务 印 书 馆 出 版

(北京王府井大街36号)

新华书店北京发行所发行

北京第二新华印刷厂印刷

850×1168 毫米 1/32 11¹/₄ 印张 277千字

1981年2月第1版 1981年2月北京第1次印刷

印数 1—4,000册

统一书号: 2017·246 定价: 1.45元

前 言

不管一个人对于数学史方面的书籍如何熟悉，他往往还是乐于发现一本新书，看看这个论题是怎样得到处理的。在这一方面，斯科特博士已毋须我们再进行介绍，通过他早年关于华莱士和笛卡儿的著作已显示出他在这一方面的专心致志和博学，这两本书是基于他对原始资料的系统研究而写成的。在写现在这本书的时候，他以范围更为广阔的兴趣遵循了同样的方针；他广泛地说明了一个数学家，特别是当他首次作出闻名于世的伟大发现和发明时，实际上说了些什么，并且是怎样说的。

于是我们就对从莱登纸草到现代计算方法的详细描述获得了栩栩如生的印象。高兴的是：斯科特博士对于埃及、巴比伦和中国最早期的数学作出了如此充分的说明。通过以往五十年来学者们的工作，关于这个古代时期，尤其是关于这一时期中的算术知识以及实际上的代数方法已为人们了解得很多。希腊人对数学的出色的贡献久已被人们所认识；而现在我们对他们在萌芽时期的发展又知道得更多了。作进一步说明用的插图的选择是恰当的，每一幅都经过了细致的审查，并给我们以更多的教益。这些插图反映了作者们的特色——例如巴罗对欧几里得 I.5 的富有生气的译文，当学童们学习欧几里得几何时，这个材料仍是一座“笨人难过的桥”^① 例如后来成为牛顿的分析方法之奠基石的欧几里得的著名引理；例如关于乌特勒的丰富多采的符号，这些符号是对他的许

① pons asinorum, 指欧几里得《几何原本》中命题“等腰三角形两底角相等”。
——译注

多学生(而且往往是有名的学生)的巨大启发的源泉。

有些地方斯科特博士离开了编年史的次序,细致地按照论题来汇集发展史实,一次只致力于一个分支;例如,一直到建立解析几何的历史谈完以后才提出关于对数的历史。这里极为清楚地看出了时间顺序上的间断,事实证明,这样的处理方法是有好处的,特别是对那些主要兴趣在于每次不停顿地探索一个分支的读者来说更是如此。人们对使二项式定理联系到《原理》一书的一章产生了深刻的印象,在一位大师手中这本书是说明物理概念和数学结构之间相互作用的有益的提示。斯科特博士依靠他对数学史的广阔的、驾驭自如的能力写出了一本富有激励性的好书,我把它推荐给学生,也包括教师。

H. W. 特恩布尔

作 者 序

人们曾经花费了辛勤而艰巨的劳动以建立一个巨大而宏伟的结构,在这个结构上出现了近代的数学,对建立这种结构的过程的考察不能不引起人们的惊奇和赞叹,不仅对专家来说是如此,就是对所有认识到数学史和文化史之间的联系是多么密切的人们来说也是如此。令人感到鼓舞的是:近年来对研究数学知识发展的兴趣已日益增长,这种兴趣反映在过去几十年中出现了这么多关于数学史的优秀论著。

循着我们前辈们在建成了数学的这样一座巍峨大厦中所从事的事业的历程前进,没有什么事比这个更令人高兴和具有诱惑力了。然而,并不是每个人都有机会或者空闲能查看原始的著作和手稿。承蒙皇家学会会长和委员会、剑桥大学高等学院和剑桥三一学院院长和研究员们,以及大英博物馆管理委员们的好意,作者才能够不受限制地利用他们所拥有的著作和文件,本书的问世是希望让它的出现会对那些不是有幸享受这些方便的人们有所帮助。

本书内容涉及到从上古时代到上一世纪开始这段时期。在过去大约一百年中,数学已经变得极为高度地专门化,发现数学新成就的步伐已经加快到这样一个程度,以致很少有人会贸然尝试涉猎近年来各种成就的所有方面。但是,在附录中仍然指出了某些主要的发展方向。虽然在人物小传中并未突出其细节,但我认为没有一些这样的细节也将会留下严重的缺陷。所以,在附录 I 中就包括本书提到的某些比较重要的人物的简略生平。

整个这本书的目的是为了跟踪过去两千年当中主要数学概念的发展。所以，在这本书的篇幅中几乎找不到孤立的事实。按照这个目的，作者认为，从过去的数学家们的著作中广泛地引用材料是合适的，因为只有用这种方法才能对他们在劳动中所碰到的巨大困难作出公正的评价。人们往往体会不到这些困难是多么巨大。我们有这样的倾向，就是忘记了自从人们第一次学会使用象小数和对数这样强有力的辅助计算工具以来，仅不过才经历了没有几个世纪，更不用说微积分和近代的几何方法了。说实在，用不着回溯多少世纪，就能找到这样的数学家，他还能接近一种精巧的记数制。一直到面对着我们的祖先用来完成最简单运算所使用的笨拙记号以前，我们还对在中世纪期间代数学的缓慢发展表示惊奇。本书插页中的几幅图版已充分说明了这一点。

作者觉得，对于说明从上古时代到十九世纪初期数学的发展史，这项工作规模如此宏大，以致于不可能要求写得很详尽。虽然如此，作者还是希望能解释得足够清楚，以便使得认真学习的学生的需要至少可以部分地得到满足。此外，作者还希望又一本数学史著作的问世将会刺激出其它的佳作以弥补本书之不足。关于数学的漫长历史的著作，书后列了一个范围较广的书目，其中大部分都不难找到，这个书目不仅对教师，而且对研究数学的学生也会有所帮助。

作者深深地感觉到，如果不是许多对数学史的兴趣和知识都很知名的人士的真诚帮助，这本书的出现是不可能的。对特恩布尔教授，作者深致谢意，不仅因为他为本书写了前言，而且因为他对原稿作了严格的批评，并因为他提出了许多很有价值的建议。阅读本书中的证明步骤这一艰难而又吃力的任务，由威斯敏斯特学院科学学士 E. E. 艾郎蒙哥欣然承担，加上他对本书提出了仔细斟酌了的意见，作者对此深表感谢。作者还要感谢科学学士

E. D. D. 斯科特，他帮助阅读了书中的证明并协助绘图，感谢英国皇家学会会员A. 里奇·斯科特博士，他对本书的兴趣曾经是对作者的巨大鼓励。

对于皇家学会过去和现在的职员，作者愿意表示最热烈的感谢。前图书管理员H. W. 鲁宾逊先生无保留地向作者提供他渊博的古籍知识。现任图书管理员 I. 凯伊先生和助理管理员 N. 鲁宾逊先生也都不辞劳苦地使编写本书的工作能尽量得到方便。

以上提出致谢的名单是不完整的，除非我们还得提到Taylor & Francis 有限公司的各位职员先生，作者感谢他们真诚的礼貌和耐心，以及他们对出版本书的关注。

J. F. 斯科特

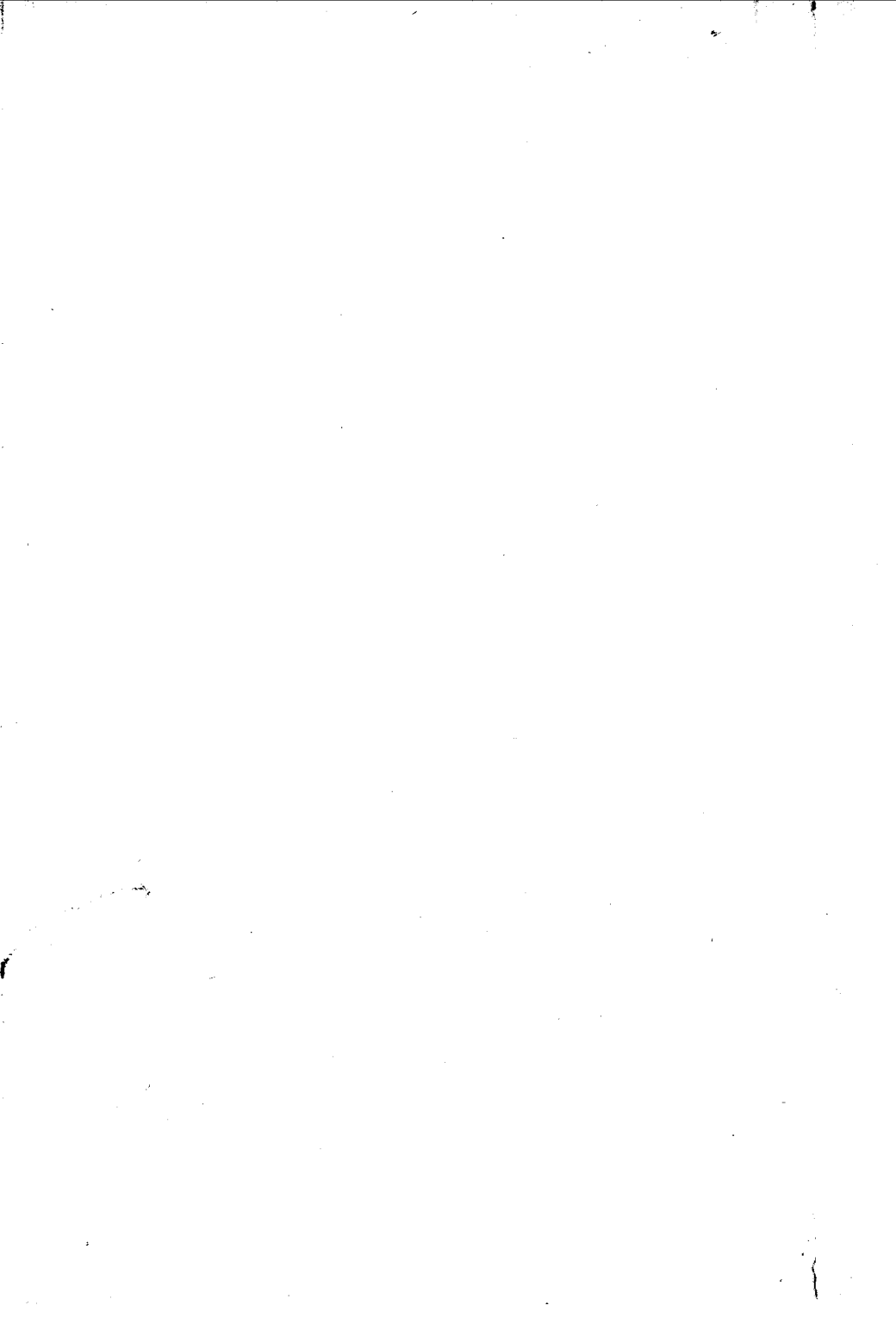
1957 年 12 月

目 录

前 言	3
作者序	5
第一章 上古时代的数学	8
第二章 希腊数学的起源	24
第三章 三角学的发明	63
第四章 亚历山大里亚科学的衰微——黑暗时期与复兴	74
第五章 东方的数学	92
第六章 文艺复兴时代的数学:从雷基蒙太纳斯到笛卡儿	114
第七章 十七世纪:几何学的新方法	145
第八章 力学的兴起	163
第九章 小数和对数的发明	174
第十章 微积分的发明	189
第十一章 二项式定理和《哲学原理》	220
第十二章 分析方法的发展	238
第十三章 从欧拉到拉格朗日	257
第十四章 近世几何之开端	272
第十五章 算术——数学中的女王	278
附录一	290
附录二	331
参考书目	345
人名译名对照表	348
地名译名对照表	354
后记	357

目 录

前 言	3
作者序	5
第一章 上古时代的数学	8
第二章 希腊数学的起源	24
第三章 三角学的发明	63
第四章 亚历山大里亚科学的衰微——黑暗时期与复兴	74
第五章 东方的数学	92
第六章 文艺复兴时代的数学: 从雷基蒙太纳斯到笛卡儿	114
第七章 十七世纪: 几何学的新方法	145
第八章 力学的兴起	163
第九章 小数和对数的发明	174
第十章 微积分的发明	189
第十一章 二项式定理和《哲学原理》	220
第十二章 分析方法的发展	238
第十三章 从欧拉到拉格朗日	257
第十四章 近世几何之开端	272
第十五章 算术——数学中的女王	278
附录一	290
附录二	331
参考书目	345
人名译名对照表	348
地名译名对照表	354
后记	357



前 言

不管一个人对于数学史方面的书籍如何熟悉，他往往还是乐于发现一本新书，看看这个论题是怎样得到处理的。在这一方面，斯科特博士已毋须我们再进行介绍，通过他早年关于华莱士和笛卡儿的著作已显示出他在这一方面的专心致志和博学，这两本书是基于他对原始资料的系统研究而写成的。在写现在这本书的时候，他以范围更为广阔的兴趣遵循了同样的方针；他广泛地说明了一个数学家，特别是当他首次作出闻名于世的伟大发现和发明时，实际上说了些什么，并且是怎样说的。

于是我们就对从莱登纸草到现代计算方法的详细描述获得了栩栩如生的印象。高兴的是：斯科特博士对于埃及、巴比伦和中国最早期的数学作出了如此充分的说明。通过以往五十年来学者们的工作，关于这个古代时期，尤其是关于这一时期中的算术知识以及实际上的代数方法已为人们了解得很多。希腊人对数学的出色的贡献久已被人们所认识；而现在我们对他们在萌芽时期的发展又知道得更多了。作进一步说明用的插图的选择是恰当的，每一幅都经过了细致的审查，并给我们以更多的教益。这些插图反映了作者们的特色——例如巴罗对欧几里得 I.5 的富有生气的译文，当学童们学习欧几里得几何时，这个材料仍是一座“笨人难过的桥”^① 例如后来成为牛顿的分析方法之奠基石的欧几里得的著名引理；例如关于乌特勒的丰富多采的符号，这些符号是对他的许

① pons asinorum, 指欧几里得《几何原本》中命题“等腰三角形两底角相等”。
——译注

多学生(而且往往是有名的学生)的巨大启发的源泉。

有些地方斯科特博士离开了编年史的次序,细致地按照论题来汇集发展史实,一次只致力于一个分支;例如,一直到建立解析几何的历史谈完以后才提出关于对数的历史。这里极为清楚地看出了时间顺序上的间断,事实证明,这样的处理方法是有好处的,特别是对那些主要兴趣在于每次不停顿地探索一个分支的读者来说更是如此。人们对使二项式定理联系到《原理》一书的一章产生了深刻的印象,在一位大师手中这本书是说明物理概念和数学结构之间相互作用的有益的提示。斯科特博士依靠他对数学史的广阔的、驾驭自如的能力写出了一本富有激励性的好书,我把它推荐给学生,也包括教师。

H. W. 特恩布尔

作 者 序

人们曾经花费了辛勤而艰巨的劳动以建立一个巨大而宏伟的结构,在这个结构上出现了近代的数学,对建立这种结构的过程的考察不能不引起人们的惊奇和赞叹,不仅对专家来说是如此,就是对所有认识到数学史和文化史之间的联系是多么密切的人们来说也是如此。令人感到鼓舞的是:近年来对研究数学知识发展的兴趣已日益增长,这种兴趣反映在过去几十年中出现了这么多关于数学史的优秀论著。

循着我们前辈们在建成了数学的这样一座巍峨大厦中所从事的事业的历程前进,没有什么事比这个更令人高兴和具有诱惑力了。然而,并不是每个人都有机会或者空闲能查看原始的著作和手稿。承蒙皇家学会会长和委员会、剑桥大学高等学院和剑桥三一学院院长和研究员们,以及大英博物馆管理委员们的好意,作者才能够不受限制地利用他们所拥有的著作和文件,本书的问世是希望让它的出现会对那些不是有幸享受这些方便的人们有所帮助。

本书内容涉及到从上古时代到上一世纪开始这段时期。在过去大约一百年中,数学已经变得极为高度地专门化,发现数学新成就的步伐已经加快到这样一个程度,以致很少有人会贸然尝试涉猎近年来各种成就的所有方面。但是,在附录中仍然指出了某些主要的发展方向。虽然在人物小传中并未突出其细节,但我认为没有一些这样的细节也将会留下严重的缺陷。所以,在附录 I 中就包括本书提到的某些比较重要的人物的简略生平。

整个这本书的目的是为了跟踪过去两千年当中主要数学概念的发展。所以，在这本书的篇幅中几乎找不到孤立的事实。按照这个目的，作者认为，从过去的数学家们的著作中广泛地引用材料是合适的，因为只有用这种方法才能对他们在劳动中所碰到的巨大困难作出公正的评价。人们往往体会不到这些困难是多么巨大。我们有这样的倾向，就是忘记了自从人们第一次学会使用象小数和对数这样强有力的辅助计算工具以来，仅不过才经历了没有几个世纪，更不用说微积分和近代的几何方法了。说实在，用不着回溯多少世纪，就能找到这样的数学家，他还能接近一种精巧的记数制。一直到面对着我们的祖先用来完成最简单运算所使用的笨拙记号以前，我们还对在中世纪期间代数学的缓慢发展表示惊奇。本书插页中的几幅图版已充分说明了这一点。

作者觉得，对于说明从上古时代到十九世纪初期数学的发展史，这项工作规模如此宏大，以致于不可能要求写得很详尽。虽然如此，作者还是希望能解释得足够清楚，以便使得认真学习的学生的需要至少可以部分地得到满足。此外，作者还希望又一本数学史著作的问世将会刺激出其它的佳作以弥补本书之不足。关于数学的漫长历史的著作，书后列了一个范围较广的书目，其中大部分都不难找到，这个书目不仅对教师，而且对研究数学的学生也会有所帮助。

作者深深地感觉到，如果不是许多对数学史的兴趣和知识都很知名的人士的真诚帮助，这本书的出现是不可能的。对特恩布尔教授，作者深致谢意，不仅因为他为本书写了前言，而且因为他对原稿作了严格的批评，并因为他提出了许多很有价值的建议。阅读本书中的证明步骤这一艰难而又吃力的任务，由威斯敏斯特学院科学学士 E. E. 艾郎蒙哥欣然承担，加上他对本书提出了仔细斟酌了的意见，作者对此深表感谢。作者还要感谢科学学士

E. D. D. 斯科特，他帮助阅读了书中的证明并协助绘图，感谢英国皇家学会会员A. 里奇·斯科特博士，他对本书的兴趣曾经是对作者的巨大鼓励。

对于皇家学会过去和现在的职员，作者愿意表示最热烈的感谢。前图书管理员H. W. 鲁宾逊先生无保留地向作者提供他渊博的古籍知识。现任图书管理员 I. 凯伊先生和助理管理员 N. 鲁宾逊先生也都不辞劳苦地使编写本书的工作能尽量得到方便。

以上提出致谢的名单是不完整的，除非我们还得提到Taylor & Francis 有限公司的各位职员先生，作者感谢他们真诚的礼貌和耐心，以及他们对出版本书的关注。

J. F. 斯科特

1957 年 12 月

第一章 上古时代的数学

对于科学史家讲来，上古时代最重要的民族要算是亚述人、巴比伦人、埃及人和腓尼基人了。其中只有巴比伦人和埃及人对数学进展有某些显著影响，他们单独提供了经得起科学分析的知识核心。随着我们的这些古文化知识的增加，越来越看得清楚，我们子孙后代应当对这些好几千年前就居住在底格里斯-幼发拉底河以及尼罗河广阔河岸上的民族给予多大的感激啊！

大约在公元前 5000 年，中亚细亚有一个爱好和平的、有艺术修养的并且有才干的民族离开了他们的家，落户在底格里斯-幼发拉底河谷（米索不达米亚）上，现在都公认这个地方是人类的发源地。他们和当地居民混合起来产生了一个新民族，叫做苏美尔族，在他们手里，文化达到了比往日更高的水平。他们坐落在波斯湾尽头旅行商队路线的必经之地，所以养成了从事商业的兴趣，这迟早是要导致数学方面的知识的。从他们发明的灌溉系统可以明显看出，他们已经具有相当可观的工程技能。甚至在今天，仍可看到巨大运河网的遗迹，有些运河的规模相当大，不仅可以灌溉土地，而且还可以提供适当的排水系统。从他们留下的珍贵美术品看来，他们已经有不小的艺术才能。在外来者当中，有些人定居在米索不达米亚；另一些人则在尼罗河谷找到了新居，他们把苏美尔人的影响和知识带到了埃及。这里的文化曾达到高度水平，数学和医学尤为突出。

由于研究了这些原始人类遗留下来的工具和武器，考古学家已能想象出他们的一些生活习惯。目前的知识还比较零碎，尽管

如此，仍有确凿的证据说明初等数学形式已在他们的生活中起了不小作用。从实物交易立即产生了计数和加法以及度量衡方面的基本运算；在装饰品的粗略试作中就会逐渐发展起来对简单几何图形的了解，这些装饰品现在还可以在他们的庙宇和岩洞的墙壁上看到。土地测量显然用到了一些几何图形，这无疑要导致一定几何知识的取得。此外，依靠农作物生存的人需要有某种形式的历法来指示季节循环。尽管如此，进展还是缓慢的。原始人只是注意生存斗争，除了猎取食物和本身安全以外，什么都考虑不到。

在上面提到的肥沃原野上，有两个强大的王国分外繁荣。每个都逐渐发展出了一套技巧，经过几千年后至今仍使人感到惊奇和钦佩。但他们的成就都是经验知识的结果。无论在巴比伦人或埃及人中，都没有证据说明他们对自然现象曾作过耐心的仔细观察，有过那种概括推理的能力，缺少它科学甚至不能开始。

埃 及

我们首先转向埃及。如前所述，在数学和医学领域里，埃及有着显著成就。这里我们关心的是前者。商业上和政府中的日常事务导致普通算术运算的知识，这些知识很早就成了普通常识，特别是对有闲暇研究它们的祭司阶级说来。埃及的计数制度是十进制，其原理始终是加法。一划表示1，两划表示2，依此类推。数字10是用一个形如反写的大写字母U的符号来表示；两个这样的符号表示20，如此直到90。100是用新的记号来表示，象一根卷起来的绳子；还有一个记号象一朵莲花，表示1,000；再一个记号象一根竖着的弯曲手指，表示10,000，如此直到1,000,000。每个记号都可重复使用九次。只要查查捕获大量俘虏的数目（这些数目无疑是大大夸大的了），就可以弄清楚埃及人在表示大数方面是