点集拓扑研究与广义数

王戍堂等 著

西北大学出版社

点集拓扑研究与广义数

王 戊 堂 等 著

（中国科学院科学基金资助的课题）

西北大学出版社

内 容 提 要

这是一本数学论文集，汇集了我校王成堂教授等人在点集拓扑和广义数研究方面的主要成果。二十多年来，王成堂在这些领域的研究中均有重大建树，其中有的还带有开创性质，在国内外学术界有较大影响。本论文集对数学教学、科研人员具有重要的参考价值。

点集拓扑研究与广义数

王 成 堂 等著

西北大学 出版社出版

（西安市小南门外）

陕西省新华书店发行 国营五二三厂印刷

开本 850×1168 毫米 1/32 印张 9.5 字数 210 千

1984 年 11 月第 1 版 1984 年 11 月第 1 次印刷

印数 1—3,500

统一书号：13320·1 定价：2.00 元

序

点集拓扑学是本世纪初新兴的一门数学学科。西北大学数学系已故杨永芳教授，早在四十年代初就讲授集论、点集拓扑课程。解放后，他不但开设了集论拓扑专门化课程，招收了研究生，还组织了教师的讨论班。杨永芳教授的严谨治学态度，循循善诱的教学方法，培养了一批专攻集论拓扑学科的学生。五十年代初，西北大学数学系拓扑组的同志们在科研上开始出成果，陆续在国内外著名数学杂志上发表，其中有的当时是在国际上有重大影响的。从总体看，我们在这方面的工作水平与国际水平之间的差距在迅速缩短。

杨永芳教授的学生王成堂教授在点集拓扑学研究上取得了一批有重大意义的成果。早在五十年代，他就发表了题为《一致性空间的一个定理》的论文，使得美国数学家I·S·Gál在《美国数学公报 (Bull AMS)》及《荷兰皇家学会记录 (Proc. Amsterdam)》上发表的一系列结果都成了这一定理的推论。I. S. Gál在MR上评论王的结果是“优美的 (elegant)”；苏联Скряленко评论这一结果是一致空间的一条“基本定理”。

波兰著名数学家R. Sikorski为了得到完备Boole代数的M. H. Stone 表现定理，曾在1950年的《Fundamenta

Mathematicae》上提出ω_μ-可加拓扑空间以及ω_μ-度量空间概念，对照一般拓扑学中的度量化问题，又提出并研究ω_μ-度量化问题，但未能彻底解决。实际上，早在1914年F. Hausdorff在其奠定拓扑空间理论的经典著作—《集论纲要》中，就提出过类似的更广义的度量空间，后来M. Fréchet及D. Kurepa等也引入和研究过更广意义下的度量空间，足见这类空间的重要价值了。王成堂于1962年开始对这一问题进行研究，并于1964年在《Fundamenta Mathematicae》上发表了他关于ω_μ-度量空间的重大成果，在国际上第一个提出了ω_μ-度量化定理，解决了R·Sikorski的上述问题，完成了R. Sikorski的工作。这一定理推广了一般拓扑学中非常著名的Nagata—Smirnov定理。Nagata—Smirnov定理被公认为自二十年代至五十年代近三十年中一般拓扑学中几个最为重大的成就之一，因而王成堂在国内外学术界受到好评。二十年来，这一成果不断得到国际上的评论和引用。例如，著名数学家I·Juhasz的论文，就是作为王的定理的扩充而提出的(见MR 33(1967)*3257)。日本数学家Y. Yasui还以王的定理作为出发点，给出ω_μ-度量空间的另外定义，并指出"ω_μ-度量空间类是王引入的"，虽然曾经"F. Hausdorff, L. W. Cohen, C. Goffman, R. Sikorski, F. W. Stevenson, W. J. Thron等讨论过"。捷克著名数学家M. Husek与奥地利数学家H. C. Reichel合作，于1983年3月在国际权威刊物《Topology Applications》上发表的文章中指出：对于ω_μ-度量问题"One of the first solutions was given by Wang Shu—Tang in 1964"。王成堂在同一时期撰写的更多的科学论文，因为当时的种种原因未能公开发表，例如收入本论文集中的1963年的论文《ω_μ-

可加拓扑空间的两个注记»，其中定理 2 于六年后被两位美国数学家F. W. Stevenson 与W. J. Thron 独立得到，并发表于波兰的 Fund. Math.， 而定理 1 则于十三年后才为 Y. Yasui 及 H. C. Reichel, P. Nyikos 等独立得到，并分别发表于波兰及日本的有关刊物上。

广义数的提出及研究是王戍堂教授科研工作的另一个方面。由于 ω_μ-空间的研究，早在 1963 年他就开始了推广实数系以解决 δ 函数表现问题的工作。他于 1963 年曾写过一篇短文寄《中国科学》，遗憾的是，因故未能发表。十年动乱，这一工作被搁置下来，直到 1977 年他又重新加以整理，于 1979 年在《中国科学》的数学专辑上发表，其意义是开创了广义数域上分析学的研究工作。这一工作，一方面得到了 δ 函数等的自然表现定理，另方面也与近代物理学中多层次物理世界相呼应，从而探讨用较严格的数学方法以处理现代物理学中经常困扰人们的发散困难。因为广义数是将“实无穷”包括于数系之中的，这是一个有潜在前途的工作。目前，在国内已经引起不少数学和物理学工作者的注目，已故著名数学家关肇直对此项工作就十分重视，认为王戍堂的工作是开创性的。为了引起国内学者的进一步探讨，本文集也选入了几篇有关在物理学上的应用文章。

本文集只是从我组几十年来所取得的成果中撷取一部分，加以整理汇集成册，绝大部分是从王戍堂教授及其指导的学生和研究生的论文中选辑的。近年来，不少学者来函询问这方面的工作，或索取有关资料。为满足这一要求，特编辑本论文集。

西北大学数学系拓扑组

一九八四年五月

目　　录

论托尔斯托夫的有界变分函数 ……………………王戍堂（ 1 ）
关于序数方程 ……………………………王戍堂　王克显（21）
一致性空间的一个定理 …………………………王戍堂（27）

ω_μ-可加的拓扑空间（Ⅰ）……………………………王戍堂（34）
Remarks on ω_μ-additive spaces…Wang Shu-tang（50）
ω_μ-可加拓扑空间（Ⅱ）—连续映像初论………王戍堂（72）
关于 ω_μ-可加拓扑空间的两个注记 ……………王戍堂（84）
ω_μ-可加拓扑空间理论的进展……………………王戍堂（94）
C·J·Knight 关于箱拓扑的一个问题 ………王戍堂（119）
某些能够用有理数直线分划的拓扑空间 ………王戍堂（122）
The rational line partitions every self-dense
metrisable space ……………Wang-Shu-tang（131）
二分支理论的泛函分析导引 ……………………王戍堂（135）

广义数及其应用（Ⅰ）…………………………………王戍堂（170）
广义函数的连续性、导数及中值定理…王戍堂　湛垦华（190）
广义函数的级数展开 …………………王戍堂　湛垦华（200）
广义层次空间 …………………………湛垦华　王戍堂（221）

广义数在量子统计学中的应用 ………马秀清　王戍堂（233）

关于序数方程（Ⅱ）…………………………………王克显（245）
有限序与有限拓扑 ………………………………王尚志（254）
膨胀算子及不动点定理 ……王尚志　李伯渝　高智民（259）
用映射建立一些空间间的关系 …………………高智民（268）
Wolk 两个定理的推广 …………………………李伯渝（278）
丢番图方程及其推广方程的超限序数解（Ⅱ）…胡庆平（285）
可结合的BCI代数 …………………胡庆平　井关清志（292）

论托尔斯托夫的有界变分函数*

王 成 堂

摘 要

定义于矩形$R=\{(x,y):a<x<b;\ c<y<d\}$上的二元函数$F(x,y)$当满足下列条件时称作是在Толстов意义下有界变分的：设$S_1,\cdots,S_n,\cdots$为互不相交的圆盘，记ω_n为F于$S_n\cap R$上的振幅，而$\delta(S_n)$为直径，则当$\sum_{n=1}^{\infty}\delta(S_n)<\infty$时$\sum_{n=1}^{\infty}\omega_n<\infty$。Г. П. Толстов证明了下列结果：(A)设$F(P)$是有界变分函数，则对任意属于R的简单有长曲线$x=x(s)$，$y=y(s)$（s表示弧长），$F(s)=F(x(s),y(s))$是寻常意义下的有界变分函数。(B)设F是连续二元

*）本文发表于《西北大学学报》（自然科学版）1957年第1期。

有界变分函数，则F满足李普希兹条件。本文证明了(1)$F(P)$有界变分的充要条件是：对于任意$p>0$都存在着$\overline{K(p)}>0$，使对于任何的A_1，…，A_n…及B_1，…，B_n，…当这些点互不相同而且$\sum_{n=1}^{\infty}p(A_n,B_n)\leqslant p$时都推出$\sum_{n=1}^{\infty}|F(A_n)-F(B_n)|\leqslant\overline{K(p)}$。(2)设$F(P)$为二元有界变分函数，$L$是长度不超过$p$的简单曲线族，则$F(s)=F(x(s),\ y(s))$沿这些曲线的变分不超过$\overline{K(p)}$。这些结果改进了Толстов的结果$(A)$和$(B)$。

§1. Г. П. 托尔斯托夫著[1]“关于勒贝格意义的线积分”一文中，引入二变数有界变分函数的定义如下：

定义：设有定义于矩形$R(a<x<b;\ c<y<d)$的函数$F(x,y)$，对于任意可数互不相重叠的圆系[(1)]，当其直径总和不为无限大时，$F(x,y)$在这些圆上的振幅之总和也是有限的话，$F(x,y)$就称为有界变分函数。

根据这一定义，托氏于前引论文中证明了

(A) 设$F(x,y)$为R上之有界变分函数，对于任意属于R的简单有长曲线$x=x(s)$，$y=y(s)$（这里$0\leq s<\infty$是弧

(1) 所有以后的讨论，圆系实指圆域之系统（即族）而言。

长）函数 $\Phi(s)=F(x(s), y(s))$ 则是在寻常意义下变量 s 的有界变分函数；

(B) 连续的有界变分函数 $F(x,y)$ 满足李普希兹条件，其逆也成立。

本文将建立有界变分函数的几个必充条件，和一些极其简单的推论，而 (A) 与 (B) 则明显地含于这些推论中。

§2. 有界变分函数的必充条件。首先证明几个简单事实，有助于以下的讨论。

今后如无特别声明，恒以 $\rho(A,B)$ 代表二点 A，B 之距离. $\delta(E)$ 表示点集 E 之直径，K_n 代表圆域，而 ω_n 则是函数 $F(P)$ 于 K_n 之振幅，与此同时，I_n 表示区间，ω'_n 为 $F(P)$ 在此区间的振幅。

引理 1. 定义于 R 的有界变分函数 $F(P)$，$(P\in R)$，在 R 上为有界。

证明. 假定其不然，即是 $|F(P)|$ 在 R 无有上界，此时不难看出，有点 $M_1, M_2\cdots\cdots M_n\cdots\cdots, M_n\in R$ 存在，满足下列条件：

1) $\lim M_n=M$，$M\in\overline{R}$；而诸 M_n 位于由 M 发出的两条射线所夹的区域内，其顶角$<\dfrac{\pi}{2}$。

2) $|F(M_{n-1})|>2|F(M_n)|>0 (n=1, 2\cdots\cdots)$ 。

然而此时 $F(P)$ 不复为有界变分函数. 实际上，由于 1)，就能找到 M_{i_1}，M_{i_2} 它满足 $\rho(M_{i_1},M_{i_2})<\dfrac{1}{2}$，且设 K_1 为以 $\overline{M_{i_1}M_{i_2}}$ 作直径之圆域[2]，由 1) 之后半得知 $M\in\overline{K}_1$，同样的

(2) 此处圆域可认为是闭的。

理由，能找到 M_{i_3}，M_{i_4} 使得 $\rho(M_{i_3}, M_{i_4})<\frac{1}{2^2}$，且设 K_2 为以 $\overline{M_{i_3}M_{i_4}}$ 作直径之圆域时，可以认为 $K_1\cdot K_2=0$ 及 $M\overline{\in}K_2$；如是应用归纳的步骤，便得到了圆系 $K_1, K_2\cdots\cdots K_n$，$\cdots\cdots$俾能满足

$a)$ $\delta(K_n)<\frac{1}{2^n}$，这里的 K_n 是以 $\overline{M_{i_{2n-1}}M_{i_{2n}}}$ 作直径而且 $K_i\cdot K_j=0\,(i\neq j)$；

$b)$ $|F(M_{i_{2n-1}})-F(M_{i_{2n}})|\geq\|F(M_{i_{2n-1}})|-|F(M_{i_{2n}})\|>|F(M_{i_{2n-1}})|>|F(M_1)|>0$。

由于 $a)$，$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\delta(K_n)<1$；由于 $b)$ 及 2)，$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\omega_n\geq\Sigma|F(M_1)|=+\infty$ 因此 $F(P)$ 不是 R 上的有界变分函数，引理于是证毕。

引理 2. 设有定义于 R 的有界变分函数 $F(P)$，并有任意区间列 I_1，I_2，$\cdots\cdots$，I_n，$\cdots\cdots$，$I_i\cdot I_j=0\,(i\neq j)$；如果 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\delta(I_n)\leq p$，则有 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\omega_n'\leq K(p)$，其中 $K(p)$ 是仅依赖于 P 的有限数[1]。

证明。利用反证法即能证明：假如对某一 p_0，$K(p_0)=+\infty$，那么对于任何 $p>0$，恒有 $K(p)=+\infty$。

以下证明，这时必有区间列 I_1，$I_2\cdots\cdots I_n\cdots\cdots$ 它们彼此间没有共同内点，而且

$$\sum_{n=1}^{\infty}\delta(I_n)<+\infty,\quad \sum_{n=1}^{\infty}\omega_n'=\infty. \qquad (*)$$

(1) 如无特别声明，$K(p)$ 假定为能适合上述条件之最小者，不存在时规定 $K(p)=+\infty$。

取数列 $\alpha_1,\ \alpha_2,\ \cdots\cdots\alpha_k,\ \cdots\cdots\alpha_k>0\ \sum_{k=1}^{\infty}\alpha_k<+\infty$ (1)

$\lambda_1,\ \lambda_2,\ \cdots\cdots,\ \lambda_k,\ \cdots\cdots\lambda_k>0\quad \lim\lambda_k=+\infty$ (2)

若 $K(P)=+\infty$，则能找到有限个区间 $I_1,\ I_2\cdots\cdots I_{m_1}$，它们彼此间既无共同内点，而且

$$\sum_{k=1}^{m_1}\delta(I_k)<\alpha_1,\quad \sum_{k=1}^{m_1}\omega_k'>2M+\lambda_1 \tag{3'}$$

其中 $M=\underset{P\in R}{Sup}|F(P)|$。现在考虑下列两种情况：

1）至少有某 $k\leq m_1$ 使 I_k 具有与 R 相同的性质，即是将 I_k 看作 R 时引理不真，我们可以认为 $k=m_1$，那么对于 I_1，$\cdots\cdots$，$I_{m_1}-1$，即有

$$\sum_{k=1}^{m_1-1}\delta(I_k)<\alpha_1,\quad \sum_{k=1}^{m_1-1}\omega_k'>\lambda_1 \tag{3}$$

这时将上述 I_{m_1} 改用 I 表示，而 I_{m_1} 若于以后出现，将与前见的有不同意义。

将上述对于 R 的处理方法施行于 I，得到属于 I 的区间 I_{m_1}，$I_{m_1}+1$，I_{m_2}[2]满足

$$\sum_{k=m_1}^{m_2}\delta(I_k)<\alpha_2.\quad \sum_{k=m_1}^{m_2}\omega_k'>\lambda_3+2M. \tag{4'}$$

若至少有某 $m_1\leq k\leq m_2$ 使 1）成立，可以认为 $k=m_2$ 而对 I_{m_2} 进行上面步骤，若是永远如此的话，对任意的 n，都能找到 I_{m_n}，$\cdots\cdots$，$I_{m_{n+1}}-1$ 适合

$$\sum_{k=m_n}^{m_{n+1}-1}\delta(I_k)<\alpha_{n+1},\ \sum_{k=m_n}^{m_{n+1}-1}\omega_k'>\lambda_{n+1} \tag{4}$$

---

(1) 在本文中，所有区间列，均指它们是无共同内点的。

由(1)(2)及(4)等知道 I_1, ……, I_{m_1-1}, ……, I_{m_n}, ……, $I_{m_{n+1}-1}$, ……使(*)成立. 反之, 如1)的步骤不能无限的继续下去.

换句话说, 即对某个 n 及 I_{m_n}, ……, $I_{m_{n+1}}$ 将有

2)

$$\sum_{l=m_n}^{m_{n+1}} K^{(l)}(p_0)=T,\ T<+\infty;$$ 式中 $K^{(l)}(p_0)$ 相当于将 I_l 视为 R 时的 $K(p_0)$.

由于 $K(p)=+\infty$, $p>0$, 有区间 I_1^*, ……, $I_{s'}^*$ 存在, 如用 ω_k' 表示 $F(p)$ 于 I_k^* 的振幅, 则有

$$\sum_{k=1}^{s'} \omega_k^* > T+\lambda_{n+1} \tag{5}$$

$$\sum_{k=1}^{s'} \delta(I_k^*) < \min\left(\frac{\alpha_{n+1}}{6},\ \frac{p_0}{6},\ \delta_0\right) \tag{6}$$

(6)中 δ_0 表示诸区间 I_{m_n}, ……, $I_{m_{n+1}}$ 最小边之长度; 由 $\delta(I_k)<\delta_0$, 知与 I_h^* (h为定数)相交的 $I_k(m_n\leq k\leq m_{n+1})$ 不多于4, 且如图1所示, 设 I_p, I_q, I_r, I_s 为所有与 I_h^* 相交的区

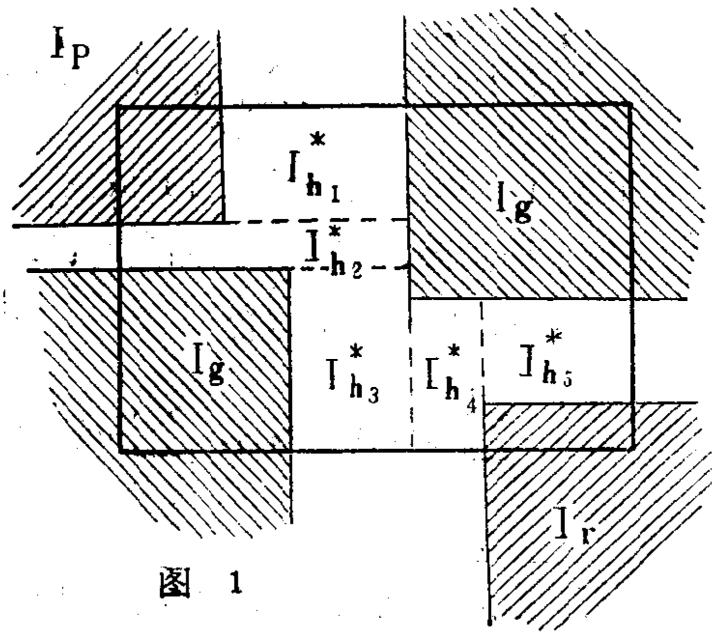

图 1

间，而且 $\dot{I}_h^* \cdot \dot{I}_p = \dot{I}_{hp}^*$，……，$\dot{I}_h^* \cdot I_s = \dot{I}_{hs}^*$，则 $I_h^* - \dot{I}_{hp}^* -$，……$- I_{hs}^*$ 为5个小区间 $I_{h_1}^*$，……，$I_{h_5}^*$ 之和，可以认为它们全部是闭的，用 $\omega_{h i}^*, \omega_{h_i}^*$，分别表示 $F(P)$ 于 I_{hi}^*，$I_{h_i}^*$ 之振幅（其中 $i = 1, 2, \cdots\cdots$，而规定：当 $i \neq p, q, r, s$ 时 $I_{hi}^* = 0$；当 $i \neq 1, 2, \cdots\cdots, 5$ 时 $I_{hi}^* = 0$[1]）。此时由（5）（6）可得

$$\sum_{i,h} \omega_{hi}^* = \sum_{h=1}^{S'} \sum_{i=1}^{\infty} \omega_{h_i}^* \geq \sum_{h=1}^{S'} \omega_h^* - \sum_{h=1}^{S'} \sum_{i=1}^{\infty} \omega_{hi}^* =$$

$$= \sum_{k=1}^{S'} \omega_k^* - \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{h=1}^{S'} \omega_{hi}^* \geq T + \lambda_{n+1} - T$$

$$= \lambda_{n+1}. \tag{7}$$

$$\sum_{i,k} \delta(I_{hi}^*) = \sum_{h=1}^{S'} \sum_{i=1}^{\infty} \delta(I_{h_i}^*) \leq 6 \sum_{h=1}^{S'} \delta(I_h^*) < \alpha_{n+1} \tag{8}$$

今从区间 $I_1, \cdots\cdots, I_{m_{n-1}}$，$I_{m_n} \cdots\cdots$，$I_{1_1}^*, \cdots\cdots, I_{1_5}^*, \cdots\cdots$，$I_{S'_1}^*, \cdots\cdots, I_{S'_5}^*$，将 $I_1 \cdots\cdots, I_{m_{n-1}}$ 取消，尔后把其余者，按其原有顺序重新编号如下：I_1，……，$I_{m_{n+1}-m_n}$，$I_{m_{n+1}-m_{n+1}}^* \cdots$ …，$I_{m_{n+1}-m_n+5S'}^*$。因此就有

$$\sum_{k=1}^{m_{n+1}-m_n} \delta(I_k) < \alpha_{n+1}, \quad \sum_{h=1}^{m_{n+1}-m_n} \omega_h' > \lambda_{n+1}. \tag{9}$$

至此2）进行完毕[2]。

关于区间 $I_{m_{n+1}-m_{n+1}}^*$，……，$I_{m_{n+1}-m_n+5S'}^*$，也和前面同样，

（1）当然对应地分别有 $\omega_{hi}^* = 0$ 及 $\omega_{hi}^* = 0$。

（2）不难看出，上列区间彼此间无有共同内点。

它只有1）或2）两种情况发生，分别按1），2）的手续进行之，但正如前面所见，可以认为经过有限回后，便有2）的场合出现，我们将第一组使2）出现的区间记为$I_{m_{n+1}-m_{n+1}}$，……，$I_{m_{n+1}}$，……$I_{m_{n+p}}$，此时显见。

$$\sum_{k=m_{n+1}-m_n+1}^{m_{n+1}-m_n+p} \delta(I_k) < \alpha_{n+2} \qquad \sum_{k=m_{n+1}-m_n+1}^{m_{n+1}-m_n+p} \omega'_k > \lambda_{n+2}. \tag{10}$$

其中I_i，I_j无共同内点，但i，j须要满足$1 \leq i \neq j \leq m_{n+1} - m_n + p$。

应用归纳的步骤，由（1）（2）（9）及（10）等得出满足（$*$）的区间I_1，I_2，……，I_n……。

所有以上的讨论证明了：若引理之结论不真，（$*$）必然成立。以下证明，若（$*$）成立则$F(P)$不得成为有界变分函数。这样，由反证法便完成了引理之证明。为了这个目的，首先将（$*$）变为另外一种形式，即是此时必有A_k，$B_k \in I_k (k=1,2,\cdots\cdots)$存在，而满足

$$\sum_{k=1}^{\infty} |F(A_k) - F(B_k)| = +\infty \tag{:}$$

（:）是不难由（$*$）直接证明的。此外，我们还能假定$A_k \neq A_k'$，$B_k \neq B_k'$ $(k \neq k')$ 及$A_k \neq B_k'$ $(k, k'$任意）。

取I_1，I_2，……，I_{n_1}，它满足

$$\sum_{k=1}^{n_1} |F(A_k) - F(B_k)| > \lambda_1 \tag{11}$$

到此为止，先引入程序（S），今以I_1及$\{I_k\}$ $(k > n_1)$ 为例，叙述如下（注意这里假定了A_k，$B_k \overline{\in} I_{k'}$，$k' > n_1$，这个

假定，可以由取$\{I_k\}$的子族而达到[1]）；

a）A_1是I_1顶点的情况，如图2所示。将$\{I_k\}$（$k>n_1$）分作如下的两类：

1）$\{I_{n_k}^{(1)}\}$，$I_{n_k}^{(1)}$不含Ⅰ的点；

2）$\{I_{m_k}^{(2)}\}$，$I_{m_k}^{(2)}$不含Ⅳ的点，而且$I_{n_k}^{(1)}\neq I_{m_k}^{(2)}$其中Ⅰ，Ⅳ都理解作闭的，由$A_1 \overline{\in} I_k$（$k>n_1$）显见

$$\{I_k\}_{(k>n_1)}=\{I_{n_k}^{(1)}\}+\{I_{m_k}^{(2)}\}$$

因而至少有一组，例如$\{I_{n_k}^{(1)}\}$使(*)成立；

b）A_1不是I_1顶点的情况，规定$\{I_{n_k}^{(1)}\}=\{I_{m_k}^{(2)}\}=\{I_{k'}\}$($k'>m_1$)，从此以后，把由$\{I_k\}_{(k>n_1)}$出发，而得到$\{I_{n_k}^{(1)}\}$的程序，就称作（S）程序，尔后的讨论，我们不用全部的$\{I_k\}_{(k>n_1)}$，而仅由$\{I_{n_k}^{(1)}\}$出发。

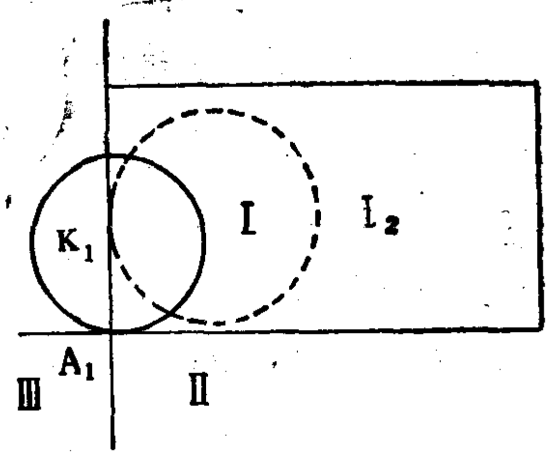

图 2

将区间I_1及$\{I_k\}_{(k>n_1)}$施行程序（S）后，再对于I_2及$\{I_{n_k}^{(1)}\}$施行同一程序，其次I_3……继续n_1次为止，代替原来区间$\{I_k\}_{(k>n_1)}$而得到$\{I'_k\}$（特别当$n_1=1$时，$\{I'_k\}=\{I_{n_k}^{(1)}\}$），它是原来区间的一个子族，而仍满足(*)。

(1) 当然它仍然要满足(*)，而这是不难办到的。