

航空科学基金论文集

(1)



航空科学基金办公室 编

航空工业出版社

30917903

V2-53

02

V1

航空科学基金论文集

(1)

航空科学基金办公室 编

航空工业出版社

(京)新登字 161 号

内 容 提 要

本分集收集了自 1986 年至 1989 年度航空科学基金资助项目部分研究论文,经同行专家评审后选编而成。内容包括空气动力学与飞行力学、飞行器设计和结构强度、飞行器推进系统等三个专业类别。前一部分为论文全文登载,大多是尚未公开发表过;后一部分为论文摘要,已在其它刊物发表过的论文,并在其后注明了登载刊物的名称和期号。

全书约 64.5 万字,包括有各种图表、公式和实验数据,图文并茂。对从事航空科学基金研究工作的人员,可作为相互学习和交流资料;对从事其它研究阶段任务的技术部门和人员,亦是很有实用价值的参考借鉴资料。

航空科学基金论文集(1) 航空科学基金办公室 编

航空工业出版社出版发行
(北京市和平里小关东里 14 号)

—邮政编码:100029—

北京航空航天大学印刷厂排版
地质出版社印刷厂印刷

1992 年 5 月第 1 版	1992 年 5 月第 1 次印刷
开本:787×1092 毫米 1/16	印张:25.2
印数:0—2500	字数:645 千字

ISBN 7-80046-463-6/V · 111

平装定价:25.0 元

精装定价:35.0 元

勇于探索 攀手登
航空科技之峰

祝贺航空科研基金论文
集出版

何文治
一九九二年春



加强基础研究
提高航空科技水平
祝贺航空科学基金论文集出版
顾诵芬

序 言

航空科学基金是原航空工业部于 1985 年 11 月开始设立的。它是科研体制的一种改革,将以前预研经费按行政系统拨款的制度改为一部分由个人申请,自由竞争,择优支持的方法。此外,实施航空基金制也是航空科研发展的需要。虽然航空科研经费中有一定比例用于预先研究,但由于研制的产品型号多,预先研究主要集中于直接服务于型号研制的应用研究方面,因此,基础研究和应用基础研究得不到重视和支持。长此下去,必然会影响航空产品的技术先进性,也严重影响我国航空科研进一步的发展。所以,航空科学基金制的实施是提高我国航空科技发展潜力的一个重要措施。

航空科学基金设立理事会,是基金的领导和决策机构。理事会下设航空科学基金办公室,负责日常工作。航空科学基金每年申请一次,由申请人通过基层单位自由申请。申请项目先由同行专家进行评审,在此基础上,由理事会最后审查批准。

在 1986 年至 1990 年这五年期间,航空科学基金批准支持的项目共计 788 项,总的支持经费为 2190 万元。

基金项目的研究期限为 2~3 年,从 1988 年开始出成果。在 1988 年至 1990 年这三年期间,航空科学基金的资助项目在国际学术会议上发表论文 189 篇,在国际学术刊物上发表 125 篇;在国内学术会议上发表论文 475 篇,在国内学术刊物上发表 507 篇,此外还有出版专著 9 项。研究成果已鉴定的有 46 项,已推广的 4 项,获得专利的 7 项,获得部级和其它科技进步奖的有 13 项。大多数成果在科学和技术上起到开拓的作用,不少达到了国际先进水平。

航空科学基金制虽然实施的时间不长,但已经显示出明显的作用:

1. 深化了科研体制的改革。它打破了按行政系统拨款的老办法,在科研资金的分配中引入了竞争体制,激发了科技人员的进取精神,提高了经费的使用效率。

2. 推动了基础研究和应用基础研究的发展。实施基金制以后,基本上扭转了这两类研究的萎缩趋势,使基础研究、应用基础研究和应用研究这三类研究得到协调发展。航空科学基金已经出了一批高水平的

成果,为提高我国航空科学和技术的水平作出了贡献。

3. 促进了人材的培养。在这五年里,参加基金项目研究的共计有3843人,其中有许多是学科带头人。重要的是基金项目负责人里,中、青年(55岁以下)占总人数的68.2%。参加基金研究的在读研究生达1440人。可见基金对培养人材,特别是中青年人材的重要作用。

4. 提高院校的科研水平。85%的航空科学基金项目集中在各航空高等院校。有了基金的支持就能够提高院校的科研水平和跟踪世界先进科技的发展,促进教学和科研的结合,发挥院校在航空科研中的带头作用。

为了展示这几年基金研究的成果,并希望达到成果交流和推广应用的目的,我们编辑出版了首批《航空科学基金论文集》。它包括了这几年航空科学基金项目的部分论文。我们希望通过论文集的出版,可以使更多的人能深入了解基金研究的成果,从而使这些成果有机会向应用方面转化,并且使今后的基金研究在此基础上向更深更高的方向发展。

从现在起,每年都将完成近200项的基金研究项目。我们打算今后继续出版基金论文集,为展示基金研究成果和将它们推向应用,不断地创造条件。

航空科学基金制还很年青,需要大家的关心和重视。希望各级领导能更多地支持和指导航空基金的工作,参加基金项目的同志应努力将研究提高到更高的水平。希望从事应用研究和产品研制的同志能更多地了解基金研究成果,将它们推向应用。使航空科学基金在提高我国航空科学技术水平方面作出更大的贡献。

方宝瑞

目 录

A 空气动力学与飞行力学

论文部分

流线坐标系中绕翼型和机翼跨音速流动的数值计算	王宝興等(3)
机翼跨音速非定常气动力与结构动力响应分析	吴凯等(14)
跨音速翼型和机翼的反设计计算方法	朱自强等(22)
跨音速机翼设计的正-反迭代方法	吕晓斌等(33)
层流超临界翼型在机翼设计中的应用	吕晓斌等(37)
飞机机动飞行的非线性解耦控制研究	王立新等(47)
最坏风模型及对飞机突防航迹跟踪的影响	王立新等(54)
$\partial p / \partial x = 0$ 附面层转换位置的测量及其精度	王铁城等(63)
大迎角非对称侧力的主动控制	杨永年等(68)
强激波与紊流附面层干扰区下游的动态畸变分析及其控制	何中伟(73)
翼型低速风洞实验的数值模拟	乔志德等(80)
风洞侧壁抽气孔板的实验研究	周瑞兴等(85)
航天飞机上升段轨道及其热过程	严恒元(90)
航天飞机三维最优再入轨道及气动加热过程	严恒元等(96)

论文摘要部分

防御区域飞机突防航迹的决策	王立新(103)
防御区域飞机隐身突防模式的决策	王立新(103)
飞机突防航迹的非线性解耦跟踪	王立新等(104)
湍流度和粗糙度对边界层转换影响的研究	郑国锋等(104)
边界层转换测量的实验研究	郑国锋(106)
矩形通道内强激波与紊流附面层干扰控制	何中伟等(107)
大攻角非线性问题的局部线化方法	叶正寅等(107)
机翼及振动襟翼的非定常气动力计算	袁礼等(108)
亚音速、大攻角、时间域完全非定常机翼气动力的计算方法	叶正寅等(109)
复杂外形飞行器亚超音速气动载荷数值模拟	严恒元等(110)
跨音速后掠翼抖振边界计算	张国富(111)
改进跨音速位势方法的讨论	朱自强等(112)
一种跨音速翼型设计方法及设计诸例	华俊等(113)
鸭式布局旋涡干扰特性研究	张彬乾等(115)

涡流发生器在二元亚音扩压器角落流动控制中的应用·····	陈晓等(115)
涡流发生器控制亚音速扩压器中分离流·····	方良伟等(116)
涡襟翼振动对三角翼涡的影响·····	陈言秋等(117)
大攻角机翼定常、非定常流涡格法的研究·····	叶正寅等(118)
风洞侧壁效应的油流观察研究·····	苏耀西(120)
最优空间交会轨道·····	陈实(120)
直升机旋翼旋转噪声的估算·····	徐国华等(121)

B 飞行器设计和结构强度

论文部分

P 型和 h 型自适应边界元法研究·····	叶天麒等(125)
有效求解三对角线性方程组的一种新的并行算法·····	潘晓苏(134)
在并行计算机上实现大型结构问题中的 Lanczos 特征值算法·····	陶碧松(139)
水对复合材料层合板分层扩展的影响·····	杨秉宪(143)
复合材料层合板及含分层层合板动力学模型建立·····	胡列等(148)
振动诊断复合材料层合板损伤的方法·····	姜节胜等(158)
振动模态与声模态的耦合特性分析·····	戴扬等(163)
复数坐标及互激励分析在直升机空中共振分析中的应用·····	张晓谷(168)
液压伺服系统最优变结构控制器的设计·····	潘树勋等(190)
发动机噪声传播的工程分析·····	李文澜等(195)
航天飞行器高温区烧蚀和传热的耦合计算方法·····	何洪庆等(208)

论文摘要部分

基于可靠性的结构优化设计方法·····	李为吉(217)
歼击机全动平尾转轴梁的可靠性分析·····	冯元生等(219)
利用共振吸声器改善飞机壁板的隔声量·····	孙进才等(219)
飞机壁板结构的模态分析·····	戴扬等(220)
飞机典型结构(紧固孔)原始疲劳质量研究·····	童明波等(220)
弹性梁上动力吸振器安装位置的优化设计·····	陈藻等(221)
起落架收放机构的交互式计算机辅助设计·····	杨国柱等(221)
现代高性能飞机可收放起落架主要参数的确定·····	杨国柱(222)
多体系动力学在研究飞机着陆动力响应中的应用·····	谢传锋等(224)
三种不同翼面结构 RCS 的测量与结果分析·····	杨景佐等(224)
对非金属翼面结构电磁散射特性的研究·····	余雄庆等(225)
高速飞行器强度试验中多变量温度控制问题·····	梁怀壁(226)

导弹强度试验中的多变量控制问题·····	梁怀壁(227)
利用统计能分析预测飞机舱壁板的隔声量·····	明瑞森等(227)
非线性柔性转子-同心型挤压油膜阻尼器系统稳态及双稳态响应的稳定性分析···	孟光(228)
圆柱薄壳与封闭空间的声耦合特性分析·····	戴扬等(228)
T300/648 迭层板接头挤压疲劳损伤参数的选择与测定·····	刘达等(229)
CFRP 迭层板连接孔挤压损伤的实验研究·····	刘达等(230)
正交各向异性平面问题边界元素法研究·····	于卫东等(230)
复合材料层板中基体性能对层间应力分布的影响·····	叶林等(231)
含裂纹复合材料单向板的断裂分析·····	叶林等(231)
正交各向异性平面问题边界元一边境元素法研究·····	单辉祖等(232)
复合材料叠层板机械连接接头的疲劳、环境影响和累积损伤·····	张开达等(232)
飞行器伺服回路的变结构设计·····	沈春林等(233)
飞行器变结构鲁棒控制·····	沈春林等(234)

C 飞行器推进系统

论文部分

飞机/发动机一体化评估系统研究·····	汪家芸等(237)
航空发动机全功能数字控制规律的研究·····	李建勇等(248)
三维流动高效欧拉方程解法·····	余少志等(255)
热应力分析的二种体-壳过渡元列式·····	尹泽勇等(265)
脉动压力相关时最大瞬时畸变值的预估·····	梁德旺等(277)
多向应力状态下低循环疲劳失效的研究·····	许棠等(284)
旋转管流换热特性的研究·····	王宝官等(289)
桨刀对螺桨增效降噪的实验研究·····	毛熙昌等(302)
旋转盘形状优化设计及试验研究·····	马枚等(309)
双转子涡喷发动机脉冲切油防喘控制研究·····	孙健国 姜彩虹等(319)
高温涡轮叶片液冷机理研究(第三部分)·····	刘德彰等(325)
紊流燃烧模型数值研究·····	赵坚行等(332)
带空气雾化喷嘴的燃气轮机燃烧室内压力对烟粒浓度及燃气辐射的影响·····	刘刚等(340)
氧离子强力助燃自动节能精密控制系统的研究·····	樊荣(350)

论文摘要部分

对于叶轮机气动弹性力学一个基本假设的讨论·····	杨晓东等(357)
计及气流展向掺混影响多级轴流压气机通流数值计算·····	朱方元(359)
裂纹转子的重力响应分析·····	高建民等(360)

高温涡轮叶片液冷机理研究.....	刘德彰等(361)
串列叶栅粘性紊流流场有限分析数值研究.....	徐雕等(362)
单列叶栅紊流流场有限分析数值研究.....	徐雕等(363)
大扩张角扩压器的附面层吹除技术的研究.....	黄熙君等(365)
扩压器流场分离的涡控技术研究.....	黄熙君等(367)
高温涡轮叶片液冷机理的试验研究.....	刘德彰等(368)
涡轮叶片型面换热系数计算.....	吴丁毅等(370)
加力燃烧室的燃烧效率和燃烧流场的数值分析.....	赵坚行等(371)
燃烧室特性的数值研究.....	赵坚行等(373)
管内旋流器燃烧流场的数值研究.....	赵坚行(374)
旋流对加力燃烧室性能影响的试验研究.....	谈浩元等(375)
发动机载荷谱在估算机匣低循环疲劳寿命中的应用.....	尚伟钧等(376)
发动机机匣低循环疲劳寿命的预测.....	许棠等(376)
应用局部应力应变法预测机匣疲劳寿命.....	尚伟钧等(377)
航空发动机寿命预测原理、方法和程序	张明恩(379)
可控挤压油膜轴承主动控制转子系统振动.....	顾家柳等(379)
双转子发动机含喘振的动态模型.....	胡世民等(381)
最大瞬时畸变预测中的滤波位置问题.....	梁德旺等(382)
进气道出口最大瞬时畸变值的预估.....	梁德旺等(382)
航空发动机加速过程的微机控制.....	樊丁等(383)
沸腾汽/液两相流传热研究中的壁温数据采集与处理系统	欧阳宁等(386)
两个缩尺模型螺旋桨的气动与声学性能对比实验.....	毛熙昌等(386)

编后记

A. 空气动力学与飞行力学

论文部分

论文摘要部分

流线坐标系中绕翼型和机翼跨音速流动的数值计算

北京航空航天大学

王宝舆

李 宁

摘 要

本文研究在流线坐标系中数值计算绕翼型和机翼的跨音速流动问题。根据参考文献[1]、[2]、[3]推导了流线坐标下等介全速势方程(比全速势稍宽)的约束方程。对几个翼型和机翼的跨音速绕流作了计算,结果是满意的。

前 言

当代的歼击机其最大飞行速度是超音速的,但其空战速度往往在跨音速范围内;近代的民航机的巡航速度大部分也在跨音速范围内,所以跨音速问题是近代空气动力学的重点研究课题之一。在流线坐标系中物面就是坐标系之一,其边界条件自动满足,在流动的超音速区扰动是沿流线为轴的特征锥内传播,流线坐标系具有自然符合流动特性的特点,这是其他坐标系所不具备的。另外流线坐标系的网格是在计算中形成,不需要另外计算网格,这也是不同于目前一般的贴体坐标系。

参考文献[1]、[2]对流线坐标系的运动方程作了推导。而[4]、[5]、[6]、[7]用这种坐标系对超音速流作了计算,结果是满意的。参考文献[3]提出了以流线坐标系求解亚、跨音速流问题,而[8]、[9]、[10]、[11]对二维翼型的跨音速流动作了计算,计算结果与别人的计算值符合得很好。在上述文献中对于更高的马赫数,如 $M_\infty = 0.92$ 都没有得到收敛解。本文对流线坐标系的计算方法作了改进,对三维流线坐标系的控制方程(等价于全速势方程,但稍宽)作了推导,并对二维翼型的跨音速绕流作了计算,计算结果也是满意的,并得到 $M_\infty = 0.92$ 时的收敛解。对三维机翼的跨音速绕流也作了计算,结果也是满意的。

(一) 控制方程

在等价于全速势方程条件下,控制方程有三个。一个是连续方程,另两个方程是 $\omega^2 = 0$ 和 $\omega^3 = 0$,显然比之一般的速度位方程(一个方程)多了两个方程,但在一般的全速势方程需要计算网格,也就是要另外计算网格的生成方程。本方法不需要计算网格了。由计算时间上来看,本文的计算时间与目前的所谓“高效”法等价。

1. 连续方程

根据参考文献[2]可以推导得连续方程

$$\frac{1 - (M)^2}{q} \frac{\partial q}{\partial \xi^1} + \left(\frac{t_2^3 t_3^1 - t_2^1 t_3^3}{J} - \frac{t_1^2}{g_{11}} \right) \frac{\partial t_1^2}{\partial \xi^1} + \left(\frac{t_2^1 t_3^2 - t_2^2 t_3^1}{J} - \frac{t_1^3}{g_{11}} \right) \frac{\partial t_1^3}{\partial \xi^1} \\ + \frac{t_3^3 t_1^1 - t_3^1 t_1^3}{J} \frac{\partial t_1^2}{\partial \xi^2} + \frac{t_3^1 t_1^2 - t_3^2 t_1^1}{J} \frac{\partial t_1^3}{\partial \xi^2} + \frac{t_1^3 t_2^1 - t_1^1 t_2^3}{J} \frac{\partial t_1^2}{\partial \xi^3} + \frac{t_1^1 t_2^2 - t_1^2 t_2^1}{J} \frac{\partial t_1^3}{\partial \xi^3}$$

$$= - \left(\frac{t_2^2 t_3^3 - t_2^3 t_3^2}{J} - \frac{t_1^1}{g_{11}} \right) \frac{\partial t_1^1}{\partial \xi^1} - \frac{t_2^2 t_3^3 - t_2^3 t_3^2}{J} \frac{\partial t_1^1}{\partial \xi^2} - \frac{t_1^2 t_3^3 - t_1^3 t_3^2}{J} \frac{\partial t_1^1}{\partial \xi^3} \quad (1)$$

2. 无旋方程之一

$\omega^2 = 0$ 的方程

$$\begin{aligned} & \frac{1}{q} \left(g_{11} \frac{\partial q}{\partial \xi^3} - g_{13} \frac{\partial q}{\partial \xi^1} \right) + \left(\frac{g_{13} t_1^2}{g_{11}} - t_3^2 \right) \frac{\partial t_1^2}{\partial \xi^1} + \left(\frac{g_{13} t_1^3}{g_{11}} - t_3^3 \right) \frac{\partial t_1^3}{\partial \xi^1} \\ & = - \left(\frac{g_{13} t_1^1}{g_{11}} - t_3^1 \right) \frac{\partial t_1^1}{\partial \xi^1} \end{aligned} \quad (2)$$

3. 无旋方程之二

$\omega^3 = 0$ 的方程

$$\begin{aligned} & \frac{1}{q} \left(g_{11} \frac{\partial q}{\partial \xi^2} - g_{12} \frac{\partial q}{\partial \xi^1} \right) + \left(\frac{g_{12} t_1^2}{g_{11}} - t_2^2 \right) \frac{\partial t_1^2}{\partial \xi^1} + \left(\frac{g_{12} t_1^3}{g_{11}} - t_2^3 \right) \frac{\partial t_1^3}{\partial \xi^1} \\ & = - \left(\frac{g_{12} t_1^1}{g_{11}} - t_2^1 \right) \frac{\partial t_1^1}{\partial \xi^1} \end{aligned} \quad (3)$$

式中 q 为总速度, M 为马赫数, x^1, x^2, x^3 为笛卡尔坐标系, ξ^1, ξ^2, ξ^3 为流线坐标系, ξ^1 为流线方向

$$t_a^\beta = \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^a}, \quad a, \beta = 1, 2, 3 \quad (4)$$

$g_{\alpha\beta}$ 为协变度规张量方程:

$$\begin{aligned} g_{11} &= t_1^1 t_1^1 + t_1^2 t_1^2 + t_1^3 t_1^3 \\ g_{12} &= t_1^1 t_2^1 + t_1^2 t_2^2 + t_1^3 t_2^3 \\ g_{13} &= t_1^1 t_3^1 + t_1^2 t_3^2 + t_1^3 t_3^3 \end{aligned} \quad (5)$$

$$J = \begin{vmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{vmatrix} \quad (6)$$

方程(1)、(2)、和(3)式的推导见附录。

控制方程(1)、(2)和(3),三个方程,三个未知数 q, t_1^2 , 和 t_1^3 , 即一个速度值,两个速度方向,而 t_1^1 为已知,所以是封闭的。上面所述为三维等价全速势条件下的三个运动方程。在我们计算中一般取 ξ^1 和 ξ^2 为正交,即 $g_{12} = 0$ 。在二维正交条件下的流线坐标系的运动方程可写成:

$$\frac{1 - (M)^2}{q} \frac{\partial q}{\partial \xi^1} + \frac{1}{\left(\frac{t_1^2}{t_1^1} \right) \left[1 + \left(\frac{t_1^2}{t_1^1} \right)^2 \right]} \frac{\partial}{\partial \xi^2} \left(\frac{t_1^2}{t_1^1} \right) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{1}{q} \frac{\partial q}{\partial \xi^2} - \frac{\left(\frac{t_1^2}{t_1^1} \right)}{1 + \left(\frac{t_1^2}{t_1^1} \right)^2} \frac{\partial}{\partial \xi^1} \left(\frac{t_1^2}{t_1^1} \right) = 0 \quad (8)$$

即两个未知数 $\left(\frac{t_1^2}{t_1^1} \right)$ 和 q , 两个方程,是封闭的。由(1)、(2)、(3)三式,或(7)、(8)式解 q 后,即可由等熵关系依下列公式求得压强系数 c_p :

$$c_p = \frac{2}{k(M_\infty)^2} \left\{ \left[1 + \frac{k-1}{2} (M_\infty)^2 \left[1 - \frac{(q^2)}{(q_\infty)^2} \right] \right]^{\frac{k}{k-1}} - 1 \right\} \quad (9)$$

式中 k 为比热比, M_∞ 为来流马赫数, q_∞ 为来流速度。

(二) 差分方程

在三维绕流计算中我们由连续方程求解 t_1^2 和 t_1^3 时取:

$$\begin{aligned} \frac{(t_1^2)_{i,j+1,k} - (t_1^2)_{i,j,k}}{\Delta \xi^2} = & \left\{ \frac{J}{t_1^3 t_1^3 - t_1^1 t_3^3} \left[\frac{1 - (M^2)}{q} \frac{\partial q}{\partial \xi^1} + \left(\frac{t_2^3 t_3^1 - t_2^1 t_3^3}{J} - \frac{t_1^2}{g_{11}} \right) \frac{\partial t_1^2}{\partial \xi^1} \right. \right. \\ & + \left(\frac{t_2^1 t_3^3 - t_2^3 t_3^1}{J} - \frac{t_1^3}{g_{11}} \right) \frac{\partial t_1^3}{\partial \xi^1} + \frac{t_1^3 t_2^1 - t_1^1 t_2^3}{J} \frac{\partial t_1^2}{\partial \xi^3} + \frac{t_3^1 t_1^2 - t_3^2 t_1^1}{J} \frac{\partial t_1^3}{\partial \xi^2} \\ & + \frac{t_1^1 t_2^2 - t_1^2 t_2^1}{J} \frac{\partial t_1^3}{\partial \xi^3} + \left(\frac{t_2^3 t_3^3 - t_2^2 t_3^2}{J} - \frac{t_1^1}{g_{11}} \right) \frac{\partial t_1^1}{\partial \xi^1} + \frac{t_3^2 t_1^3 - t_3^3 t_1^2}{J} \frac{\partial t_1^1}{\partial \xi^2} \\ & \left. \left. + \frac{t_1^2 t_2^3 - t_1^3 t_2^2}{J} \frac{\partial t_1^1}{\partial \xi^3} \right] \right\}_{i,j+\frac{1}{2},k} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{(t_1^3)_{i,j,k+1} - (t_1^3)_{i,j,k}}{\Delta \xi^3} = & \left\{ \frac{J}{t_1^2 t_2^2 - t_1^1 t_2^1} \left[\frac{1 - (M)^2}{q} \frac{\partial q}{\partial \xi^1} + \left(\frac{t_2^3 t_3^1 - t_2^1 t_3^3}{J} - \frac{t_1^2}{g_{11}} \right) \frac{\partial t_1^2}{\partial \xi^1} \right. \right. \\ & + \left(\frac{t_2^1 t_3^3 - t_2^3 t_3^1}{J} - \frac{t_1^3}{g_{11}} \right) \frac{\partial t_1^3}{\partial \xi^1} + \frac{t_3^1 t_1^2 - t_3^2 t_1^1}{J} \frac{\partial t_1^2}{\partial \xi^3} + \frac{t_1^3 t_2^1 - t_1^1 t_2^3}{J} \frac{\partial t_1^3}{\partial \xi^2} \\ & + \frac{t_3^2 t_1^3 - t_3^3 t_1^2}{J} \frac{\partial t_1^1}{\partial \xi^2} + \left(\frac{t_2^2 t_3^3 - t_2^3 t_3^2}{J} - \frac{t_1^1}{g_{11}} \right) \frac{\partial t_1^1}{\partial \xi^1} + \frac{t_3^3 t_1^3 - t_3^1 t_1^3}{J} \frac{\partial t_1^1}{\partial \xi^2} \\ & \left. \left. + \frac{t_1^2 t_2^3 - t_1^3 t_2^2}{J} \frac{\partial t_1^1}{\partial \xi^3} \right] \right\}_{i,j,k+\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (11)$$

由无旋方程之一 $\omega^2=0$ 求解 q, t_1^3

$$\begin{aligned} \frac{q_{i,j,k+1} - q_{i,j,k}}{\Delta \xi^3} = & \left\{ \frac{q}{g_{11}} \left[\frac{g_{13}}{q} \frac{\partial q}{\partial \xi^1} - \left(\frac{g_{13}}{g_{11}} t_1^2 - t_2^3 \right) \frac{\partial t_1^2}{\partial \xi^1} - \left(\frac{g_{13}}{g_{11}} t_1^3 - t_3^3 \right) \frac{\partial t_1^3}{\partial \xi^1} \right. \right. \\ & \left. \left. - \left(\frac{g_{13}}{g_{11}} t_1^1 - t_3^1 \right) \frac{\partial t_1^1}{\partial \xi^1} \right] \right\}_{i,j,k} \end{aligned} \quad (12)$$

非超音速区

$$\begin{aligned} \frac{(t_1^3)_{i+1,j,k} - (t_1^3)_{i-1,j,k}}{2\Delta \xi^1} = & \left\{ \frac{1}{t_3^3 - \frac{g_{13}}{g_{11}} t_1^3} \left[\frac{1}{q} \left(g_{11} \frac{\partial q}{\partial \xi^3} - g_{13} \frac{\partial q}{\partial \xi^1} \right) \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(\frac{g_{13}}{g_{11}} t_1^1 - t_3^1 \right) \frac{\partial t_1^1}{\partial \xi^1} + \left(\frac{g_{13}}{g_{11}} t_1^2 - t_3^2 \right) \frac{\partial t_1^2}{\partial \xi^1} \right] \right\}_{i,j,k} \end{aligned} \quad (13)$$

超音速区

$$\begin{aligned} \frac{(t_1^3)_{i+1,j,k} - (t_1^3)_{i-1,j,k}}{2\Delta \xi^1} = & \left\{ \frac{1}{t_3^3 - \frac{g_{13}}{g_{11}} t_1^3} \left[\frac{1}{q} \left(g_{11} \frac{\partial q}{\partial \xi^3} - g_{13} \frac{\partial q}{\partial \xi^1} \right) \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(\frac{g_{13}}{g_{11}} t_1^1 - t_3^1 \right) \frac{\partial t_1^1}{\partial \xi^1} + \left(\frac{g_{13}}{g_{11}} t_1^2 - t_3^2 \right) \frac{\partial t_1^2}{\partial \xi^1} \right] \right\}_{i+1,j,k} \end{aligned} \quad (14)$$

由无旋方程之二 $\omega^3=0$ 求解 t_1^2 和 q :

$$\begin{aligned} \frac{q_{i,j+1,k} - q_{i,j,k}}{\Delta \xi^2} = & \left\{ \frac{q}{g_{11}} \left[\frac{g_{12}}{q} \frac{\partial q}{\partial \xi^1} - \left(\frac{g_{12}}{g_{11}} t_1^2 - t_2^2 \right) \frac{\partial t_1^2}{\partial \xi^1} \right. \right. \\ & \left. \left. - \left(\frac{g_{12}}{g_{11}} t_1^3 - t_2^3 \right) \frac{\partial t_1^3}{\partial \xi^1} - \left(\frac{g_{12}}{g_{11}} - t_2^1 \right) \frac{\partial t_1^1}{\partial \xi^1} \right] \right\}_{i,j+\frac{1}{2},k} \end{aligned} \quad (15)$$

非超音速区

$$\frac{(t_1^2)_{i+1,j,k} - (t_1^2)_{i-1,j,k}}{2\Delta\xi^1} = \left\{ \frac{1}{t_2^2 - \frac{g_{12}}{g_{11}}t_1^2} \left[\frac{1}{q} \left(g_{11} \frac{\partial q}{\partial \xi^2} - g_{12} \frac{\partial q}{\partial \xi^1} \right) + \left(\frac{g_{12}}{g_{11}}t_1^1 - t_2^1 \right) \frac{\partial t_1^1}{\partial \xi^1} + \left(\frac{g_{12}}{g_{11}}t_1^3 - t_2^3 \right) \frac{\partial t_1^3}{\partial \xi^1} \right] \right\}_{i,j,k} \quad (16)$$

超音速区

$$\frac{(t_1^2)_{i+1,j,k} - (t_1^2)_{i-1,j,k}}{2\Delta\xi^1} = \left\{ \frac{1}{t_2^2 - \frac{g_{12}}{g_{11}}t_1^2} \left[\frac{1}{q} \left(g_{11} \frac{\partial q}{\partial \xi^2} - g_{12} \frac{\partial q}{\partial \xi^1} \right) + \left(\frac{g_{12}}{g_{11}}t_1^1 - t_2^1 \right) \frac{\partial t_1^1}{\partial \xi^1} + \left(\frac{g_{12}}{g_{11}}t_1^3 - t_2^3 \right) \frac{\partial t_1^3}{\partial \xi^1} \right] \right\}_{i+1,j,k} \quad (17)$$

相应的在二维正交流线坐标系下(即 $g_{12}=0$, 在三维情况下, 我们也取 ξ^1 和 ξ^2 正交, 即也取 $g_{12}=0$) 的差分方程为:

由连续方程求解 $\frac{t_1^2}{t_1^1}$

$$\frac{\left(\frac{t_1^2}{t_1^1}\right)_{i,j+1} - \left(\frac{t_1^2}{t_1^1}\right)_{i,j}}{\Delta\xi^2} = \left\{ \frac{t_2^2}{t_1^1} \left[1 + \left(\frac{t_1^2}{t_1^1}\right)^2 \right] \frac{(M)^2 - 1}{q} \frac{\partial q}{\partial \xi^1} \right\}_{i,j+\frac{1}{2}} \quad (18)$$

由无旋方程求解 q

$$\frac{q_{i,j+1} - q_{i,j}}{\Delta\xi^2} = \left[\frac{\frac{t_2^2}{t_1^1} q}{1 + \left(\frac{t_1^2}{t_1^1}\right)^2} \frac{\partial}{\partial \xi^1} \left(\frac{t_1^2}{t_1^1} \right) \right]_{i,j+\frac{1}{2}} \quad (19)$$

(三) 流线坐标系调整

在本文中, 起始先取一初场, 即先有一流线坐标系, 当进行计算之后, t_1^1, t_1^3 有了新值, 即流线坐标系也要变化, 所以需要进行调整。本文的计算, 不管二维三维, 都取 ξ^1 和 ξ^2 正交, 在三维中 ξ^1 和 ξ^3 或 ξ^2 和 ξ^3 是不正交的, 所以有 $g_{12}=0$, 即

$$t_1^1 t_2^1 + t_1^2 t_2^2 + t_1^3 t_2^3 = 0 \quad (20)$$

对 ξ^1 求导, 得

$$t_2^1 \frac{\partial t_1^1}{\partial \xi^1} + t_1^1 \frac{\partial t_2^1}{\partial \xi^2} + t_2^2 \frac{\partial t_1^2}{\partial \xi^1} + t_1^2 \frac{\partial t_2^2}{\partial \xi^2} + t_2^3 \frac{\partial t_1^3}{\partial \xi^1} + t_1^3 \frac{\partial t_2^3}{\partial \xi^2} = 0 \quad (21)$$

由(21)可得

$$\frac{\partial t_1^1}{\partial \xi^2} = -\frac{t_2^1}{t_1^1} \frac{\partial t_1^1}{\partial \xi^1} - \frac{t_2^2}{t_1^1} \frac{\partial t_1^2}{\partial \xi^1} - \frac{t_2^3}{t_1^1} \frac{\partial t_1^3}{\partial \xi^1} - \frac{t_2^1}{t_1^1} \frac{\partial t_1^3}{\partial \xi^1} - \frac{t_1^3}{t_1^1} \frac{\partial t_1^1}{\partial \xi^2} \quad (22)$$

或

$$\frac{\partial t_2^2}{\partial \xi^1} = -\frac{t_2^1}{t_1^1} \frac{\partial t_1^1}{\partial \xi^1} - \frac{t_1^1}{t_1^2} \frac{\partial t_1^1}{\partial \xi^2} - \frac{t_2^2}{t_1^2} \frac{\partial t_1^2}{\partial \xi^1} - \frac{t_2^3}{t_1^2} \frac{\partial t_1^3}{\partial \xi^1} - \frac{t_1^3}{t_1^2} \frac{\partial t_1^1}{\partial \xi^2} \quad (23)$$

即在三维情况下由(22)和(23)式调整网格。

在二维情况下由下列二式调整网格:

$$\frac{\partial t_1^1}{\partial \xi^2} = -\frac{t_1^1}{1 + \left(\frac{t_1^2}{t_1^1}\right)^2} \left[\left(\frac{t_2^2}{t_1^1}\right) \frac{\partial}{\partial \xi^1} \left(\frac{t_1^2}{t_1^1} \right) + \left(\frac{t_1^2}{t_1^1}\right) \frac{\partial}{\partial \xi^2} \left(\frac{t_1^2}{t_1^1} \right) \right] \quad (24)$$