基本粒子译文集

第二集

（规范场）

科学技术文献出版社重庆分社

基本粒子译文集

中国科学技术情报研究所重庆分所　　编辑
科学技术文献出版社 重 庆 分 社　　出版
重庆市市中区胜利路91号
四 川 省 新 华 书 店重庆发行所　　发行
陕西省 宝 鸡 市 人 民 印 刷 厂　　印刷

开本：787×1092毫米1/16　印张：6　字数：15万
1978年10月第一版　　1979年3月第二次印刷
印数：2600册

书号：13176·39　　定价：0.65元

Ernest S.Abers　Benjamin W.Lee
纽约州立大学 理论物理研究所

目　录

Ernest S. Abers　Benjamin W. Lee
纽约州立大学 理论物理研究所

目　录

序　言

人们早就知道，包括矢量流守恒假设在内的V—A形式的四费密子弱作用理论是一个不完备的理论。虽然它很好地描述了μ和β衰变，但不可重整，无法计算高阶效应。物理学家们早就感觉到，用交换矢量介子传递相互作用可能解决这个问题，但直到几年之前一直没有成功。

无论是从纯理论的观点，还是从对未来实验的可能的冲击来看，最近几年在弱作用理论方面最重要的发展，或许是以自发破缺规范对称性观念为基础的可重整化的弱作用模型的构成。其纲要可见Weinberg和Salam1967年和1968年的论文。在这些论文中，弱作用和电磁作用统一在杨—Mills规范理论里，中间矢量玻色子$W^{\pm}$和光子作为规范玻色子。这个思想本身并不新颖。新颖之处是他们把观察到的弱作用和电磁作用之间的不相似性归因于规范对称性的自发破缺。

这个机制自1964年以来就由Higgs，Brout，Englert，Kibble，Guralnik，Hagen等人研究过。它出现在稳定真空在规范变换下不保持不变的规范理论中。按照Goldstone定理，在没有规范玻色子时，真空对于连续对称性群的非不变性质意味着存在零质量标量玻色子。在规范理论中，这些拟Goldstone玻色子和拟零质量规范玻色子（有两个横向极化）一起产生一系列有质量的矢量玻色子（有三个极化方向）。实际上，获得质量的矢量介子的数目正好等于消失掉的Goldstone标量介子的数目。

Weinberg—Salam模型有两个吸引人的性质，第一个是电磁和弱作用的优美的统一。第二个是这些作者所强调的启示：由于其运动方程和未破缺规范理论的一样，所以这类理论可能可以重整化。然而，关于未破缺规范理论的可重整性知道得不多，所以，Weinberg—Salam理论的发展多年来处于停顿状态。

1971年，由于两项进展，对这些模型的兴趣又复苏了。第一项是杨—Mills理论的量子化和重整化。在Feynman，deWitt，Mandelstam以及Fadeev和Popov的先驱工作之后，尤其是Boulware，Fadeev，Fradkin，Slavnov，J.C.Taylor，Tuytin，Van Dam和Veltman对可重整性以及有质量和无质量规范理论之间的联系进行了活跃的研究。第二项是详细研究了σ-模型，这是具有自发破缺对称性的最简单的场论。通过这项研究，我们知道理论的发散性并不受对称性自发破缺的影响，以致，不管对称性是否自发破缺，用同样的重整化抵消项都可消去理论的发散。

1971年G.'tHooft发表了一篇很重要的论文，讨论有质量的杨-Mills理论的明显可重整化表述，其中规范介子的质量来自规范对称性的自发破缺。他的表述明确地利用了这样一个理论所提供的规范自由度。

从此以后，对这个问题的兴趣骤增，在理论学家中，对自发破缺规范理论的研究成了主要方向。提出了很多模型，探究了它们的内容。这些模型都预言了具有实验兴趣的新的重矢量介子或重轻子。每一个模型对弱中性流都有它特殊的预言，这一事实刺激了从实验上试图探测它们的兴趣。

最困难的问题之一是使体系中自然地包含强子。有很多种建议，有些很复杂。这确实是进一步研究的一个重要课题。

另一方面，因为模型是可重整化的，所有的高阶修正都可以计算。有很多关于μ反常磁矩和弱衰变几率辐射修正的计算，在有些模型中还可以计算电磁质量差。作这种计算的可能性反映了老的"割断"方法陈旧

了。

关于这些问题，1972年秋B.W.Lee 在纽约州立大学石溪分校作了一系列讲演。在这些讲演的基础上添加的部分是那以后由我们两人共同引伸和钻研出来的。全文共分两部分。第一部分描述具有自发破缺规范对称性的模型的构造，以及它们的某些唯象内容。第二部分描述量子场论的路径积分表述，及其在这些理论的可重整性问题上的应用。

第一部分以重温构造模型所需要的理论工具为开端。第1节描述局部规范不变性及其对非Abel规范群的应用。第2节解释对称性自发破缺的机制以及Goldstone玻色子的起源。在第3节中将这个思想应用于定域规范不变的理论，代替无质量Goldstone玻色子，自动得到有质量矢量规范介子，不需要在拉氏量中引入明显地破坏对称性的质量项。

接下来的三节简单评述有关弱作用现象以及与之相关的通常的理论考虑。虽则我们的目的是使这一系列的讲演能够自足，但这仍远非一个完整的总结。涉及的题目包括一些基本现象，V—A理论，中间矢量介子，Cabibbo理论和一些在以后几节中有用的专题。

第7节较详尽地描述Weinberg和Salam原始的模型。第8节讨论这个模型的某些实验含意，强子的加入和中性流问题。第9节讨论一类有重轻子的模型，并较详细地描述Georgi和Glashow的模型。在第10节中简短地描述几个别的模型。

第二部分比较数学化。其论题是自发破缺规范理论中散射振幅高阶修正计算技巧的发展，并在最后表明为什么它们是可重整的。这个论题是用路径积分量子化的语言表述的。由于不少物理学家并不十分熟悉这种语言，所以，我们以一个详细的回顾为开端。

第11节按照Feynman的方式给出了时间平移算子的路径积分表示。第12节中将这个方法推广到量子场论，得到一个Green函数的普遍表示。在第13节中，运用这一原理，我们得到在Coulomb规范下杨-Mills理论Green函数的计算规则。Coulomb规范是最容易按照基本原理量子化的，我们真正需要的是在任何规范下计算Green函数和S矩阵的规则。第14节中描述了这样做的，优美的但是有些直觉的规定，原理上遵循Fadeev和Popov。第15节包含一个关于Landau规范和Coulomb规范给出相同的重整化S矩阵的形式证明。

第16节中得到正规顶角的生成泛函并引入超势的想法。第17节讨论σ-模型，作为这一途径在自发破缺对称的重整化理论中应用的一个例子。第18节中刻画了Bogoliubov，Parasiuk，Hepp和Zimmerman的重整化体系，其拓扑分析构成了重整化规范理论的基础。第19节中描述了'tHooft和Veltman的重整化体系，而所有这些方法在自发破缺规范理论重整化中的普遍应用在第20节中讨论。这里，重整化是在Landau规范下进行的。并导出了Feynman规则。在第21节中导出称为R_ξ规范的一种更一般的规范。在第22节中证明了在所有这些规范下S矩阵是相同的，并且在所有的规范下Goldstone玻色子确实不出现。作为一个实例，在最后一节中计算了μ的反常磁矩，并表明它显然是规范无关的。

在第二部分的后半部，我们没有能把别人(其中特别是'tHooft和Veltman；Ross和J.C.Taylor）在证明自发破缺规范理论的可重整性和物理上可接受性方面所作的全部工作给出一个广泛的评论。目前，我们还不具备这样做的条件。断言我们在这儿或任何别的场合已经完全证明了重整性是冒昧的。在我们的有关论证中仍然有一些模糊之处。然而，我们希望，我们已经列出了足够强的论据，使严格对待自发破缺规范理论的学生们能够把理论的重整化作为比单纯一个

资用假说更丰富的东西来接受。

本文并不是关于一个封闭课题的最终报告。宁可说，这是有关一个美妙的思想的相当自足的教程。确实，对于构造弱作用模型来说，这个方案在数学上的优美性和美学上的魅力使很多物理学家相信，它可能包含着真理的胚芽。而在不远的将来，各种模型的一些唯象含意可能得到检验的这一事实是十分令人兴奋的。

从和我们的许多同行的讨论和通信中，在这个领域内我们得到很多教益，他们之中有：C.Albright，T.Appelquist，W.A.Bardeen，J.D.Bjorken，S.Coleman，C.G.Callan，H.H.Chen，R.R.Dashen，L. D. Fadeev，D.Z. Freedman，P. Freund，D.Fujikawa，H.Georgi，S. Glashow，D.J.Gross，R.Jackiw，W. Lee，Y.Nambu，A.Pais，E.Paschos，J.Primack，H.Quinn，A.I.Sanda，G. 'tHooft，S.B.Treiman，M.Veltman，S.Weinberg，M.Weinstein，L.Wolfenstein，杨振宁，J.Zinn-Justin和B. Zumino。在此我们向他们表示感谢。

第 一 部 分
弱和电磁相互作用的规范模型

1。经典场论中的规范不变性

如果我们采取这样的观点，即这个任忑约定应当在每一个时空点可以相互独立地选取，那么，就自然地导致规范场的概念。

杨振宁

在场论中，人们把拉氏密度L取为基本量，它是理论中出现的所有的场$\phi_i(x)$和它们的梯度$\partial_\mu\phi_i(x)$的函数。拉氏量L本身，则是L的空间积分。而在整个时空上的积分称之为作用量S：

$$S=\int_{-\infty}^{\infty}L(t)dt$$

$$=\int d^4xL(\phi_i(x),\partial_\mu\phi_i(x)).\qquad(1.1)$$

由Hamilton原理得运动方程，对任意t_1、t_2

$$\delta\int_{t_1}^{t_2}L(t)dt=0\qquad(1.2)$$

在t_1、t_2处场的改变量必须为零。Hamilton原理意味着场量满足Euler方程：

$$\frac{\delta L}{\delta\phi_i}=\frac{\partial}{\partial x^\mu}\frac{\delta L}{\delta(\partial\phi_i/\partial x^\mu)}.\qquad(1.3)$$

人们早就注意到，对应于拉氏量的每一个连续对称性就有一条守恒律，规范变换的思想就是由此产生的。例如，假设L不显含时间：L的形式与时间x^0无关。在无穷小的时间平移下，每一个场量ϕ_i的改变量为

$$\delta\phi_i(x^0,x)=\phi_i(x^{0+\varepsilon},x)-\phi_i(x)$$
$$=\varepsilon\partial\phi_i/\partial x^0\qquad 以及$$
$$\delta(\partial_\mu\phi_i)=\varepsilon\partial_\mu[\partial\phi_i/\partial x^0]\qquad(1.4)$$

类似地，$\delta L=\varepsilon\partial L/\partial x^0$：

$$\varepsilon\frac{\partial L}{\partial x^0}=\sum_i\left[\frac{\delta L}{\delta\phi_i}\delta\phi_i+\frac{\delta L}{\delta(\partial_\mu\phi_i)}\delta(\partial_\mu\phi_i)\right]\qquad(1.5)$$

对第一项用运动方程，则得

$$\varepsilon\frac{\partial L}{\partial x^0}=\varepsilon\sum_i\left[\partial_\mu\left(\frac{\delta L}{\delta(\partial_\mu\phi_i)}\right)\frac{\partial\phi_i}{\partial x^0}\right.$$

$$+\frac{\delta L}{\delta(\partial_\mu\phi_i)}\partial_\mu\left(\frac{\partial\phi_i}{\partial x^0}\right)\Bigg] \qquad (1.6)$$

即

$$\frac{\partial L}{\partial x^0}=\partial_\mu\left[\sum_i\frac{\delta L}{\delta(\partial_\mu\phi_i)}\frac{\partial\phi_i}{\partial x^0}\right] \qquad (1.7)$$

此式可以改写为

$$\frac{\partial}{\partial x^0}\left[L-\frac{\delta L}{\delta(\partial\phi_i/\partial x^0)}\frac{\partial\phi_i}{\partial x^0}\right]$$

$$=\nabla\cdot\sum_i\frac{\delta L}{\delta(\nabla\phi_i)}\frac{\partial\phi_i}{\partial x^0} \qquad (1.8)$$

等式左边括号内的是哈密顿密度$H(x)$。由于要求对于大$|x|$，场量足够快地趋于零，所以

$$\partial H/\partial t=0 \qquad (1.9)$$

其中$H=\int d^3xH(x)$，是哈密顿量。

循此思路容易了解，在洛仑兹不变的理论中可以定义能量、动量和角动量，它们是守恒的。为使运动方程协变，L必须是洛仑兹标量密度。这是在相对论性场论中L要比H有用的原因之一。

在此，我们感兴趣的不是那种作为经典时空对称性的结果的守恒定律。对于每一个守恒量子数可以构造一种使L保持不变的场的变换。最简单的例子是电荷。假设每一种场ϕ_i有电荷q_i（以e为单位）。于是，定义一个变换群，它对场的作用是：

$$\phi_i(x)\to\exp(-iq_i\theta)\phi_i(x) \qquad (1.10)$$

这个群是一维么正变换群U（1）。不难明白，在这些变换下L必须保持不变。L中的每一项是场量$\phi_1(x)\cdots\phi_n(x)$的乘积。在上述变换下，

$$\phi_1(x)\cdots\phi_n(x)\to\exp\{-i(q_1+q_2+\cdots+q_n)\theta\}\phi_1(x)\cdots\phi_n(x)$$

电荷守恒要求L是中性的，因此$q_1+q_2+\cdots+q_n$的和必须为零。

在L的某些项中，正如包含场量本身一样，包含场量的梯度。然而，由于θ与x无关，$\partial_\mu\phi_i\to\exp(-iq_i\theta)\partial_\mu\phi_i$，所以这样的项也是不变的。像（1.10）这样的变换称为规范变换，或者更确切地说，是第一类规范变换。L在规范群下的不变性称为第一类规范不变性，或者有时称为整体规范不变性（因为θ是与x无关的）。

（1.10）的无穷小形式是

$$\delta\phi_i=-i\varepsilon q_i\phi_i \qquad (1.11)$$

其中ε是无穷小参数。整体规范不变性可以简洁地陈述为

$$\delta L=0 \qquad (1.12)$$

如果L仅仅与ϕ_i和$\partial_\mu\phi_i$有关，则方程（1.12）给出

$$0=\delta L=\sum_j\left[\frac{\delta L}{\delta\phi_j}\delta\phi_j+\frac{\delta L}{\delta(\partial_\mu\phi_j)}\times\delta(\partial_\mu\phi_j)\right]=-i\varepsilon\frac{\partial}{\partial x^\mu}\sum_j\left[\frac{\delta L}{\delta(\partial_\mu\phi_j)}\times q_j\phi_j\right].$$

因此，相应于使拉氏量保持不变的运算（1.11）有一守恒流

$$\partial_\mu J^\mu(x;\ q)=0$$

而

$$J^\mu=i\sum_j\frac{\delta L}{\delta(\partial_\mu\phi_j)}q_j\phi_j\text{。}$$

规范群有一个无穷小生成元Q。q_i正是Q的本征值，而$\exp(-iq_i\theta)$是由Q生成的U（1）的一个一维表示。在量子理论中算子Q

$$Q=\int d^3xJ_0(x,t)$$

是电荷算子，而

$$\delta\phi_i=-i\varepsilon[Q,\phi_i]=-i\varepsilon q_i\phi_i$$

一个理论可能包含多于一个的守恒量，因而在一个较U（1）群复杂的变换群下保持不变。最简单的非Abel群的例子是同位旋。在一个具有同位旋对称性的理论中，场量将是多重态，它们构成同位旋群SU（2）的表示的基。于是我们可以定义一个规范变换

$$\phi\to\exp(-i\mathbf{L}\cdot\boldsymbol{\theta})\phi \qquad (1.13)$$

其中ϕ是一个列矢量，$\mathbf{L}$是SU（2）的适当

的矩阵表示。例如，对于一个二重态，$\mathbf{L}=\frac{1}{2}\boldsymbol{\tau}$（$\boldsymbol{\tau}$是 Pauli 矩阵）。对于三重态

$$L^i_{jk}=-i\varepsilon_{ijk}$$

因群生成元T_i满足

$$[T_i,\ T_j]=i\varepsilon_{ijk}T_k$$

其表示矩阵满足同样的规则：$[L^i, L^j]=i\varepsilon_{ijk}L^k$。拉氏密度$L$在群的任何变换下保持不变。

在无穷小变换下

$$\delta\phi=-i\mathbf{L}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}\phi \qquad (1.14)$$

其中$\boldsymbol{\varepsilon}$是三个相互独立的无穷小参数。

这样，如果ϕ是一个二分量同位旋旋量

$$\delta\phi=-\frac{i}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}\phi$$

而如果ϕ_i是一个同位矢量的分量，则

$$\delta\phi_i=\varepsilon_{ijk}\varepsilon_j\phi_k$$

同位旋不变性要求，对所有的ε_j，$\delta L=0$。

这个思想容易推广到任意内部对称李群G。令T_i是群的生成元，而C_{ijk}是结构常数：

$$[T_i,T_j]=iC_{ijk}T_k \qquad (1.15)$$

场量ϕ_i按照群G的某个表示（通常是可约的）变换。T_i由矩阵L_i表示。对于有限规范变换。

$$\phi\to\exp(-i\mathbf{L}\cdot\boldsymbol{\theta})\phi \qquad (1.16)$$

其相应的无穷小变换是

$$\delta\phi=-i\mathbf{L}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}\phi \qquad (1.17)$$

其中独立参数θ^j的数目是群的维数。拉氏密度L对群不变：$\delta L=0$。

众所周知，电动力学具有比第一类规范变换大的形式对称性。规范变换可以与作为场的宗量的时空点有关。

$$\phi_i(x)\to\phi_i'(x)=\exp\{-iq_i\theta(x)\}\phi_i(x) \qquad (1.18)$$

这称为第二类规范变换，或定域规范变换。(1.18) 的无穷小形式是

$$\delta\phi_i(x)=-iq_i\theta(x)\phi_i(x) \qquad (1.19)$$

这里$\theta(x)$是x的一个任意无穷小函数。拉氏量中只与场量有关的项在 (1.18) 下显然是不变的。而诸如动能项这样的含有场的梯度的项，则需注意。其原因是，由 (1.18)

$$\partial_\mu\phi_i\to\exp\{-iq_i\theta(x)\}\partial_\mu\phi_i(x)$$
$$-iq_i[\partial_\mu\theta(x)][\exp\{-iq_i\theta(x)\}\phi_i(x) \qquad (1.20)$$

$\partial_\mu\phi_i$与ϕ_i变换方式的区别在第二项；但是拉氏量只有当其都是像 (1.10) 那样地变换的项的乘积，并且q_i的和为零时，才是不变的。

在根据下述通常称为最小耦合原理而引入光子场以后，电动力学就是不变的了：荷电场的梯度$\partial_\mu\phi_i$只能连带着光子场A_μ一起，以$(\partial_\mu-ieq_iA_\mu)\phi_i$这样的组合出现在拉氏量中。$A_\mu$是自旋为1的介子—光子—场，这是我们的规范介子的第一个例子。我们要求它在定域规范变换下以特殊的方式变换，使组合$(\partial_\mu-ieq_iA_\mu)\phi_i$像 (1.10) 中的$\phi_i(x)$一样地变换。即

$$(\partial_\mu-ieq_iA_\mu')\phi_i'(x)=\exp\{-iq_i\theta(x)\}$$
$$\times(\partial_\mu-ieq_iA_\mu)\phi_i(x) \qquad (1.21)$$

于是L在定域规范变换下仍保持不变。将已知的$\partial_\mu\phi_i'(x)$代入，得到

$$\exp\{-iq_i\theta(x)\}\partial_\mu\phi_i(x)-iq_i[\partial_\mu\theta(x)]$$
$$\times\exp\{-iq_i\theta(x)\}\phi_i(x)-ieq_iA_\mu'(x)$$
$$\times\exp\{-iq_i\theta(x)\}\phi_i(x)$$
$$=\exp\{-iq_i\theta(x)\}\partial_\mu\phi_i(x)$$
$$-ieq_iA_\mu(x)\exp\{-iq_i\theta(x)\}\phi_i(x) \qquad (1.22)$$

(1.22) 的解是

$$A_\mu'(x)=-\frac{1}{e}\partial_\mu\theta(x)+A_\mu(x) \qquad (1.23)$$

或

$$\delta A_\mu(x)=-\frac{1}{e}\partial_\mu\theta(x) \qquad (1.24)$$

除了光子场与荷电粒子场耦合的项以外，还可以有A_μ只和它自身耦合的平方次的动能项和质量项。其解是众所周知的。定义场强张量$F_{\mu\nu}$为：

$$F_{\mu\nu}=\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu \qquad (1.25)$$

那么，在 (1.23) 下$\delta F_{\mu\nu}=0$，因此，如果由$F_{\mu\nu}$构造光子的动能项为：

$$L_{电磁}=-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \qquad (1.26)$$

这就是规范不变的。系数$-\frac{1}{4}$的认定，是因为要求在 Euler—Lagrange 方程归结为Maxwell方程时，电荷e有通常的归一化。

光子质量项的形式应为$-\frac{1}{2}m^2A_\mu A^\mu$，这显然是破坏定域规范不变性的。结论是：除非光子质量为零，定域规范不变性将是不可能的。

我们不打算考察并不是因为有了定域规范不变性的要求才发现了光子这件事。宁愿指出，人们发现规范变换是 Maxwell 方程的一个有用的性质。而在量子电动力学中，规范不变性允许人们导出 Ward-Takahashi诸恒等式，这些恒等式逐一允许人们证明很多定理，正如我们将看到的，其中包括理论的可重整性。

杨和Mills首先将定域规范不变性推广到非 Abel群，讨论的是同位旋SU(2)的情形。将他们的想法推广到任意内部对称群是初等问题。

如前，令群有生成元Ti：

$$[T_i,\ T_j]=iC_{ijk}T_k \qquad (1.27)$$

场按下述方式变换：

$$\phi(x)\to\phi'(x)=\exp\{-i\mathbf{L}\cdot\boldsymbol{\theta}\}\phi(x)\equiv U(\theta)\phi(x) \qquad (1.28)$$

其中$\phi(x)$是一个列矢量，而L^j是群生成元的一个矩阵表示。假设拉氏密度L在具有常数θ^j的变换下保持不变。问题是要构造一个理论，使它在象电动力学中那样引入矢量场$A_\mu^j(x)$以后，在定域规范变换$\theta^j(x)$下也保持不变。

在定域规范变换下

$$\phi(x)\to U(\theta)\phi(x) \qquad (1.29)$$

因此

$$\partial_\mu\phi(x)\to U(\theta)\partial_\mu\phi(x)+\left(\partial_\mu U(\theta)\right)\phi(x) \qquad (1.30)$$

想法是引进一个协变导数$D_\mu\phi(x)$，象$\phi(x)$一样地变换：

$$D_\mu\phi(x)\to U(\theta)D_\mu\phi(x) \qquad (1.31)$$

那么，如果$\partial_\mu\phi(x)$只是作为$D_\mu\phi(x)$的一部分出现在L中，L就在定域规范变换下保持不变。

协变导数$D_\mu\phi(x)$的构造是，对李代数的每一维引进一个矢量场$A_\mu^j(x)$，并定义

$$D_\mu\phi(x)=[\partial_\mu-ig\mathbf{L}\cdot\mathbf{A}_\mu(x)]\ \phi(x) \qquad (1.32)$$

类似于e，耦合常数g是任意的。

为满足（1.31）A_μ^j应该如何变换？即，A'^j_μ必须如此定义，使

$$D'_\mu\phi'=\partial_\mu\phi'-ig\mathbf{A}'^j_\mu\cdot\mathbf{L}^j\phi'$$

$$=[\partial_\mu U(\theta)]\phi(x)+U(\theta)\partial_\mu\phi-ig\mathbf{A}'_\mu\cdot\mathbf{L}U(\theta)\phi \qquad (1.33)$$

等于

$$U(\theta)(\partial_\mu-ig\mathbf{A}_\mu\cdot\mathbf{L})\phi \qquad (1.34)$$

其解为

$$-ig\mathbf{A}'_\mu\cdot\mathbf{L}U(\theta)\phi=-igU(\theta)\mathbf{A}_\mu\cdot\mathbf{L}\phi-[\partial^\mu U(\theta)]\ \phi \qquad (1.35)$$

或，由于（1.35）必须对所有的ϕ都成立，

$$\mathbf{A}'_\mu\cdot\mathbf{L}=U(\theta)\mathbf{A}_\mu\cdot\mathbf{L}U^{-1}(\theta)-\frac{i}{g}[\partial_\mu U(\theta)]\ U^{-1}(\theta)$$

$$=U(\theta)\ [\mathbf{A}_\mu\cdot\mathbf{L}-\frac{i}{g}U^{-1}(\theta)\partial_\mu U(\theta)]\times U^{-1}(\theta) \qquad (1.36)$$

留作练习，请表明变换构成群：详细说来，如果

$$\mathbf{A}'_\mu\cdot\mathbf{L}=U(\theta)\ [\mathbf{A}^\mu\cdot\mathbf{L}-\frac{i}{g}U^{-1}(\theta)\partial_\mu U(\theta)]\ U^{-1}(\theta),$$

和

$$\mathbf{A}''_\mu\cdot\mathbf{L}=U(\theta')\ [\mathbf{A}'_\mu\cdot\mathbf{L}-\frac{i}{g}U^{-1}(\theta')\partial_\mu U(\theta')]\ U^{-1}(\theta'),$$

则

$$\mathbf{A}''_\mu\cdot\mathbf{L}=U(\theta'')\ [\mathbf{A}_\mu\cdot\mathbf{L}-\frac{i}{g}U^{-1}(\theta'')\partial_\mu U(\theta'')]\ U^{-1}(\theta'')$$

其中

$$U(\theta'')=U(\theta')U(\theta)$$

这个变换规则看起来与表象有关，但事实上只与对易子$[L^i, L^j]$有关，它是表象无关的。这一事实从无穷小变换看来是显然的：

$$L^j\delta A_\mu^j=-\frac{1}{g}L^j\partial_\mu\theta^j+iL^jA_\mu^j\theta^kL^k-i\theta^kL^kA_\mu^jL^j$$

$$=-\frac{1}{g}L^j\partial_\mu\theta^j+i\theta^kA_\mu^j[L^j, L^k]$$

$$=-\frac{1}{g}L^j\partial_\mu\theta^j-\theta^kA_\mu^jC_{jkl}L^l \quad (1.37)$$

由于L^i是线性无关的，

$$\delta A_\mu^i=-\frac{1}{g}\partial_\mu\theta^i+C_{ijk}\theta^jA_\mu^k \quad (1.38)$$

A_μ的变换性质与L^i的表示无关。

下面我们必须构造类似于动能的项，即L_0项，它只包含场量A_μ^i和它们的导数。由于并不是所有的场在所有的T_i下都取零量子数（不象光子，它是电中性的），L_0不能象在电动力学中那样取简单的形式。事实上，由（1.38）容易看出

$$\delta[\partial_\mu A_\nu^i-\partial_\nu A_\mu^i]=C_{ijk}\theta^j(\partial_\mu A_\nu^k-\partial_\nu A_\mu^k)+C_{ijk}[(\partial_\mu\theta^j)A_\nu^k-(\partial_\nu\theta^j)A_\mu^k] \quad (1.39)$$

如果由张量$F_{\mu\nu}^i$按照

$$L_0=-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^iF^{\mu\nu i} \quad (1.40)$$

构造L_0，如果$F_{\mu\nu}^i$象G的正则（伴随）表示中的一组场量那样协变，则L_0就是不变的。因此，我们必须加一些东西到$\partial_\mu A_\nu^i-\partial_\nu A_\mu^i$上，以消去(1.39)中不需要的项。由(1.38)

$$C_{ijk}\delta(A_\mu^jA_\nu^k)=-\frac{1}{g}C_{ijk}[(\partial_\mu\theta^j)A_\nu^k-(\partial_\nu\theta^j)A_\mu^k]+C_{ijk}C_{jlm}\theta^lA_\mu^mA_\nu^k+C_{ijk}C_{klm}\theta^lA_\mu^jA_\nu^m \quad (1.41)$$

第一项（乘以g）正好可以将（1.39）中不需要的项消掉。利用结构常数的反对称性，第二、三项可改写为

$$[C_{imk}C_{kjl}-C_{ijk}C_{kml}]\theta^lA_\mu^jA_\nu^m \quad (1.42)$$

令T^i也代表正则表示矩阵。那么$(T^i)_{jk}=-iC_{ijk}$，(1.42)中的方括号为

$$C_{imk}C_{lkj}-C_{lmk}C_{ikj}=[T^i, T^l]_{mj}=iC_{ilk}(T^k)_{mj}=C_{ilk}C_{kjm}$$

因此

$$C_{ijk}\delta(A_\mu^jA_\nu^k)=-\frac{1}{g}C_{ijk}[(\partial_\mu\theta^j)A_\nu^k-(\partial_\nu\theta^j)A_\mu^k]+C_{ijk}\theta^lC_{kjm}A_\mu^jA_\nu^m$$

故定义

$$F_{\mu\nu}^i=\partial_\mu A_\nu^i-\partial_\nu A_\mu^i+gC_{ijk}A_\mu^jA_\nu^k \quad (1.43)$$

则

$$\delta F_{\mu\nu}^i=C_{ijk}\theta^jF_{\mu\nu}^k \quad (1.44)$$

而$L_0=-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^iF^{\mu\nu i}$是不变的。在有限规范变换下，$U(\theta)=\exp(-iL^j\theta^j)$，$F_{\mu\nu}^i$像$\mathbf{F}_{\mu\nu}\cdot\mathbf{L}\to U(\theta)\mathbf{F}_{\mu\nu}\cdot\mathbf{L}U^{-1}(\theta)$那样地变化，所以$Tr(\mathbf{F}_{\mu\nu}\cdot\mathbf{L})^2\sim\mathbf{F}_{\mu\nu}\cdot\mathbf{F}^{\mu\nu}$是不变的。

另外，$\frac{1}{2}m^2A_\mu A^\mu$形式的质量项是破坏定域规范不变性的。

我们以总结具有非Abel对称性的定域规范理论的构造为结束。拉氏密度$L_1(\phi_i, \partial_\mu\phi_i)$在有生成元$T_i$，结构常数$C_{ijk}$的李群G下不变。场量按照群的某个表示$\exp(-i\mathbf{L}\cdot\boldsymbol{\theta})$变换。在理论中相应于每一个$T^i$加入一个矢量场$A_\mu^i$。总拉氏密度为

$$L=L_0+L_1(\phi_i, (\partial_\mu-ig\mathbf{A}_\mu\cdot\mathbf{L})\phi_i) \quad (1.45)$$

第一项为

$$L_0=-\frac{1}{4}\mathbf{F}_{\mu\nu}\mathbf{F}^{\mu\nu} \quad (1.46)$$

其中

$$F_{\mu\nu}^i=\partial_\mu A_\nu^i-\partial_\nu A_\mu^i+gC_{ijk}A_\mu^jA_\nu^k \quad (1.47)$$

规范介子的变换规则为

$$\mathbf{L}\cdot\mathbf{A}'_\mu=U(\theta)\mathbf{L}\cdot\mathbf{A}_\mu U^{-1}(\theta)$$

$$-\frac{i}{g}(\partial_\mu U(\theta))U^{-1}(\theta) \qquad (1.48)$$

其中θ^i是x的函数。

最后指出一点。如果G是两个或多个子群的直乘，则与每个子群相关的耦合常数g不需要相同。

文献目录

有关非Abel规范理论的标准文献有：

1.C. N. Yang and R. Mills, Phys. Rev.96 (1954), 191.

2.R.Utiyama, Phys. Rev.101(1956), 1597.

3.M.Gell-Mann and S.Glashow, Ann. Phys.(N.Y.)15(1961), 437.

首先讨论Ward-Takahashi恒等式的有

4.J.C.Ward, Phys. Rev. 78 (1950), 1824.

5.Y. Takahashi, Nuovo Cimento 6 (1957), 370.

在第二部分中，我们将广泛地讨论这些恒等式的应用。广义地说，这些恒等式是拉氏量的规范（或其它对称性）不变性对格林函数影响的准确的数学表述。

2.自发破缺对称性

假如我的见解是对的，宇宙可能有一种畴状结构。宇宙的一部分轴可以有一种优先的取向；而在另一部分，轴的取向可以不同。

Y.Nambu

看来，自然界具有那样一些有用的对称性，它们不象电荷守恒，不是S矩阵的严格对称性。熟知的例子是同位旋，奇异性和SU(3)。考虑这种对称性的通常的方法是，设想拉氏量的一部份是严格对称的，而另外的，在某种意义下是“小的”项破坏对称性。在我们关于相互作用的三个等级——强、电磁和弱的通常的图象后面，就是这个思想，其中较强的相互作用比较弱的相互作用具有更大的对称性。另一类对称性是PCAC，它即使在严格对称性极限下，也不是物理谱的对称性质，即，粒子在群（这里是SU(2)×SU(2)）表示中并不是以等质量多重态出现。然而，Ward—Takahashi恒等式以及SU(2)×SU(2)对称性的流代数预言在物理上还是有用的。

现在已经成为众所周知的是，只要物理真空在对称群下不是不变的，就可以由严格对称的拉氏量得到第二类对称性。这种对称性通称为“自发破缺对称性”。本节讲这种对称性的机制。然后观察一下，当拉氏量的对称性是上节中描述的那种定域规范对称性时，会发生什么奇异的事情。

开始先弄清为什么场论像一个非简谐振子的集合，是有好处的。只有单个标量场的简单拉氏密度是

$$\mathcal{L}=\frac{1}{2}(\partial^\mu\phi\partial_\mu\phi)-\frac{1}{2}\mu^2\phi^2-\frac{1}{4}\lambda\phi^4 \qquad (2.1)$$

为简单计，令空间只有一维。于是，拉氏量为

$$L=\int_{-\infty}^{+\infty}\mathcal{L}(x,t)\,dx$$

$$=\int_{-\infty}^{+\infty}dx\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\phi}{\partial t}\right)^2-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^2-\frac{1}{2}\mu^2\phi^2-\frac{1}{4}\lambda\phi^4\right] \qquad (2.2)$$

在每一点x，我们可以视$\phi(x,t)$为正则坐标。将空间分为长度为ε的小单元，用坐标x_i来标记：$x_i-x_{i-1}=\varepsilon$。于是可以用分立的求和来代替定义L的积分。分立的坐标$q_i(t)$

$=\phi(x_i,t)$，L成为

$$L=\sum_{i=-\infty}^{\infty}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{dq_i}{dt}\right)^2-\frac{1}{2\varepsilon^2}(q_i-q_{i-1})^2-\frac{1}{2}\mu^2 q_i^2-\frac{1}{4}\lambda q_i^4\right]\varepsilon \tag{2.3}$$

第二项表示相邻点坐标之间的耦合，而最后一项使位势非简谐势。正则动量是

$$P_i=dq_i/dt$$

如果定义

$$V(z)=\frac{1}{2}\mu^2z^2+\frac{1}{4}\lambda z^4$$

则哈密顿量为

$$H=\sum_{i=-\infty}^{\infty}\left[\frac{1}{2}p_i^2+\frac{1}{2\varepsilon^2}(q_i-q_{i-1})^2+V(q_i)\right]\varepsilon \tag{2.4}$$

仅当$\lambda\geqslant 0$时，场的振动才是有界的，因此我们作此要求。通常情况下，还有$\mu^2>0$。作任何一种微扰计算必须找到位势

$$\sum_i\left[\frac{1}{2\varepsilon^2}(q_i-q_{i-1})^2+V(q_i)\right]$$

的极小值，作为零级近似，以无微扰的简谐振子解（这些是场论的“自由场”解）为出发点。不论V是什么，在位势取极小值处，必定有$q_i=q_{i-1}$；即所有的q_i都相等。如果$\mu^2>0$，函数V像图2.1的形状，极小值出现在$q_i=0$处。另一方面，如果$\mu^2<0$，位势就象图2.2的形状。这时，$q_i=0$不是极小。在$q_i=\pm[-\mu^2/\lambda]^{1/2}$处有两个对称的极小。

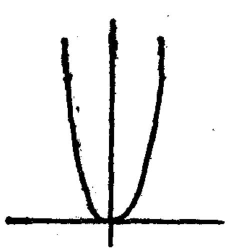

图2.1 $\mu^2>0$的位势函数

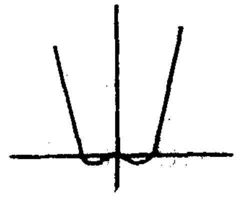

图2.2 $\mu^2<0$的位势函数

场论中基态是真空态。我们已经用一种易于接受的启发式的方法表明，如果$\mu^2<0$，场量的真空期望值不为零；而且在微扰论的零阶它与x无关（$q_i=q_{i-1}$），其值为$\pm[-\mu^2/\lambda]^{1/2}$。

令v为场的真空期望值：

$$\langle\phi\rangle_0=v=\pm[-\mu^2/\lambda]^{1/2} \tag{2.5}$$

v的值可以选取二者之一，但不能二者同时存在。既然L在$\phi\to-\phi$下不变，通常我们可以选正号。

这个简单的拉氏量所具有的唯一对称性是反射不变性：$\phi\to-\phi$。既然$v\neq-v$，新的真空显然不是这个运算的本征态。这样，对称性是“自发”破缺的。定义新场ϕ'

$$\phi'=\phi-v$$

那么

$$\langle\phi'\rangle_0=0,$$

所以，我们可以用ϕ'作通常的微扰论。藉助于ϕ'（可差一个常数），

$$L=\frac{1}{2}(\partial^\mu\phi'\partial_\mu\phi')+\mu^2\phi'^2-\lambda v\phi'^3-\frac{1}{4}\lambda\phi'^4 \tag{2.6}$$

裸态有（正）质量$-2\mu^2$，但是拉氏量并不以一种明显的方式显示对称性。

一个较为复杂一点的模型有两个场，称为σ和π：

$$L=\frac{1}{2}[\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma+\partial_\mu\pi\partial^\mu\pi]-V(\sigma^2+\pi^2) \tag{2.7}$$

其中

$$V=\frac{1}{2}\mu^2(\sigma^2+\pi^2)+\frac{1}{4}\lambda(\sigma^2+\pi^2)^2 \tag{2.8}$$

L显然在O(2)〔$\simeq$U(1)〕变换

$$\begin{pmatrix}\sigma'\\ \pi'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\sigma\\ \pi\end{pmatrix} \tag{2.9}$$

下不变。当

$$\partial V/\partial\sigma=0=\sigma[\mu^2+\lambda(\sigma^2+\pi^2)], \tag{2.10a}$$

$$\partial V/\partial\pi=0=\pi[\mu^2+\lambda(\sigma^2+\pi^2)], \tag{2.10b}$$

时V取极小值。

显然，当$\mu^2<0$时，在园$\sqrt{\sigma^2+\pi^2}=[-\mu^2/\lambda]^{1/2}$上取极小值。在$\sigma$-$\pi$平面中总可以如此定义轴，使得

$$\langle\sigma\rangle_0=[-\mu^2/\lambda]^{1/2},\ \langle\pi\rangle_0=0。$$

〔另一种做法是，像在Gell-Mann和Lévy的σ模型中那样，在V中明确地加上一个小的破坏对称性的$c\sigma$项。这样当

$$\sigma[\mu^2+\lambda(\sigma^2+\pi^2)]=C,$$

$$\pi[\mu^2+\lambda(\sigma^2+\pi^2)]=0,$$

时出现极小，$c\sigma$项在（σ，π）空间选出特殊方向。这两个方程，除了$\pi=0$和$\sigma(\mu^2+\lambda\sigma^2)=c$之外，没有别的解；当$c\to0$时，则或者$\sigma=0$，或者$\sigma=[-\mu^2/\lambda]^{1/2}$，当$\mu^2>0$时，第一个解是极小，当$\mu^2<0$时，第二个是极小。〕

如前，当$\mu^2<0$时，定义

$$s=\sigma-\langle\sigma\rangle_0$$

用s和π代替σ和π改写L：

$$L=\frac{1}{2}[\partial_\mu s\partial^\mu s+\partial_\mu\pi\partial^\mu\pi]+\mu^2s^2-\lambda\langle\sigma\rangle_0 s(s^2+\pi^2)-\frac{1}{4}\lambda(s^2+\pi^2)^2 \tag{2.11}$$

显然，s是具有正质量为$-2\mu^2$的粒子的场，而π场是无质量的。这是Goldstone定理的第一个例子。如果理论的拉氏量不是真空对称的量，那么它必定有一个无质量玻色子。*

一个更一般的例子。令ϕ是一个n个分量的实场，其拉氏密度为

$$L=\frac{1}{2}(\partial_\mu\phi^i\partial^\mu\phi^i)-\frac{1}{2}\mu^2\phi^i\phi^i-\frac{1}{4}\lambda(\phi^i\phi^i)^2 \tag{2.12}$$

显然，L在n维正交群O(n)下不变。如果$\mu^2<0$，位势在$v=[-\mu^2/\lambda]^{1/2}$处有极小环，即每当$\phi^i\phi^i=-\mu^2/\lambda$时有一极小值。选择$\phi$的第n个分量是真空期望值不为零的。这就是说，把$\phi$看作一个n个分量的列矢量，

$$\langle\phi\rangle_0=\begin{pmatrix}0\\0\\0\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\\ v\end{pmatrix}$$

原来的对称群O(n)有$\frac{1}{2}n(n-1)$个生成元。这个例子的新特点是还有一个非平凡群使真空保持不变。这是O(n)的子群，它不把第n个分量与别的分量混起来，这是O(n-1)，具有$\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$个生成元。

令L_{ij}是生成O(n)的$\frac{1}{2}n(n-1)$个独立矩阵。令l_{ij}是构成剩余对称性O(n-1)的子集〔$l_{ij}=L_{ij}$，当i，j$\neq$n〕。称其余的为k_i〔$k_i=L_{in}$〕。有n-1个独立的k_i。代替象前面那样简单地减去场的真空期望值来定义一个新场，我们可以用一种方式将n个场参数化，这在以后更有用一些。定义η和ξ_i，$1\leqslant i\leqslant n-1$。为

$$\phi=\exp(i\xi_iK_i/v)\begin{pmatrix}0\\0\\0\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\\ v+\eta\end{pmatrix}$$

*译注：确切地说，应指连续对称性。

史

因为一般地，$(L_{ij})_{kl}=-i(\delta_{ik}\delta_{jl}-\delta_{il}\delta_{jk})$，$K_i$的矩阵元就是

$$(K_i)_{kl}=(L_{in})_{kl}=-i(\delta_{ik}\delta_{nl}-\delta_{il}\delta_{nk})$$

所以K_i作用在列矢量$v_i=v\delta_{in}$上得矢量

$$(K_iv)_j=v(K_i)_{jl}\delta_{ln}=v(K_i)_{jn}=-iv\delta_{ij}$$

因此。这个定义在最低阶等价于前面的做法；忽略*场的二次方项，$\phi_i=\xi_i(i<n)$，$\phi_n=v+\eta$。〔我们将在第二部分中指出，在场量的这种重新定义下，重整化S矩阵保持不变，而格林函数则不然。〕

用新场量ξ_i和η，拉氏密度表为

$$L=\frac{1}{2}[\partial^\mu\eta\partial_\mu\eta+\partial^\mu\xi_i\partial_\mu\xi_i]+\text{有微商耦合的高阶项}-\frac{1}{2}\mu^2(v+\eta)^2-\frac{1}{4}\lambda(v+\eta)^4 \qquad (2.13)$$

η场有裸质量$-2\mu^2$（>0），而$n-1$个ξ_i场是无质量的。因此对于原来的群的每一个破坏**真空不变性的生成元有一个相应的无质量Goldstone介子。

无质量介子的数目和破缺生成元的数目相同的事实，看起来像是我们的O(n)的n维表示这个例子的偶然巧合。但实际上这是普遍的。将任何一个拉氏量用n个实标量场ϕ_i写出，它们构成一个n个分量的矢量ϕ（一个复表示总可以通过把基矢数目加倍变为实表示）

$$L=\frac{1}{2}\partial_\mu\phi\cdot\partial^\mu\phi-V(\phi) \qquad (2.14)$$

当然，L可以包含别的场（例如旋量场），它们相互耦合并与ϕ耦合，但这里不牵涉这些项。$V(\phi)$是ϕ的多项式，它在某个群G下（而不是一个包含G的更大的群下）不变。G有N个生成元T_α，ϕ按照一个n维表示L^α（通常是可约的）变换：$\delta\phi=-i\theta^\alpha L^\alpha\phi$。

因为表示是实的，iL^α必须是实矩阵；故L^α是虚矩阵，又由于它们是厄米的，故反称。因为V对G不变，与无穷小群变换（由θ^α确定）相应

$$0=\delta V=\frac{\partial V}{\partial\phi_i}\delta\phi_i=-i\frac{\partial V}{\partial\phi_i}\theta^\alpha L^\alpha_{ij}\phi_j \qquad (2.15)$$

由于θ^α是任意的，对所有的α得到N个方程

$$\frac{\partial V}{\partial\phi_i}L^\alpha_{ij}\phi_j=0 \qquad (2.16)$$

再微分一次，得

$$\frac{\partial^2 V}{\partial\phi_i\partial\phi_k}L^\alpha_{ij}\phi_j+\frac{\partial V}{\partial\phi_i}L^\alpha_{ik}=0 \qquad (2.17)$$

在使V极小的ϕ值，$\phi=v$处计算(2.17)

$$(\partial V/\partial\phi_i)_{\phi=v}=0$$

其结果是

$$(\partial^2V/\partial\phi_i\partial\phi_k)_{\phi=v}L^\alpha_{ij}v_j=0 \qquad (2.18)$$

如果将V在v附近展开，没有线性项，常数项是无关紧要的：

$$V=-\frac{1}{2}M^2_{ij}(\phi-v)_i(\phi-v)_j+\text{高阶项} \qquad (2.19)$$

所以$\partial^2V/\partial\phi_i\partial\phi_j$在$\phi=v$处的值正好是$-M^2_{ij}$，其中$M^2$是质量矩阵，于是对每一个$\alpha$有

$$(M^2)_{ij}L^\alpha_{jk}v_k=0 \qquad (2.20)$$

令S是G的M维子群，它保持真空的对称性质。如果L^α是S的生成元，则$L^\alpha v=0$，这样，(2.20)式不包含关于M^2的信息。(2.20)式说的是，对于N-M个不为零的矢量$L^\alpha_{jk}v_k$，其中每一个的M^2本征值均为零。如果矢量$L^\alpha v$确实张开一个N-M维的空间，那么，我们已经证明了，理论含有N-M个无质量（Goldstone）玻色子。

这一点从我们的例子看来几乎是显然的。作为形式证明，定义$A^{\alpha\beta}=(L^\alpha v,$

---

*译注：原文这里用“upto”，系误，已改正。

**译注：原文这里用“leaves”，系误，已改正。

$L^{\beta}\upsilon$）。〔(a, b) 的意思是$\sum_i a_i^* b_i$，即使是一个实矢量空间亦然。〕由于L^{α}是厄米的，$A^{\alpha\beta}=(\upsilon, L^{\alpha}L^{\beta}\upsilon)$。于是

$$A^{\alpha\beta}-A^{\beta\alpha}=(\upsilon,[L^{\alpha},L^{\beta}]\upsilon)$$
$$=iC_{\alpha\beta\gamma}(\upsilon, L^{\gamma}\upsilon)=0 \qquad (2.21)$$

最后一个等号是因为L是反称的。将α和β的取值限制为使$L^{\alpha,\beta}\upsilon\neq 0$，令所得到的$(N-M)\times(N-M)$矩阵为$\widetilde{A}$。由于A是对称的，故总能对角化。令O是$(N-M)\times(N-M)$正交矩阵，它将$\widetilde{A}$对角化：

$$\widetilde{A}'^{\alpha\beta}=(O\widetilde{A}O^{T})^{\alpha\beta}=(O^{\alpha\gamma}L^{\gamma}\upsilon, O^{\beta\delta}L^{\delta}\upsilon) \qquad (2.22)$$

$O^{\alpha\gamma}L^{\gamma}$不能消灭υ，因为否则它就应该属于S，而它显然不是的。这样$O^{\alpha\gamma}L^{\gamma}\upsilon\neq 0$，$\widetilde{A}'$的对角元全是正的，由$O^{\alpha\gamma}L^{\gamma}\upsilon$或等价地由$L^{\alpha}\upsilon$张起的空间是N-M维的。不消灭υ的$L^{\alpha}$相互独立，这就完成了$M^2$有N-M个零本征值的证明。在下一节中$A^{\alpha\beta}$矩阵将起根本性的作用。

文献目录

以自发破缺手征SU(2)×SU(2)为典型例子，说明如何利用Ward—Takahashi恒等式抽出自发破缺对称性的物理结论，这就是已知的流代数和手征动力学：

1. S.L. Adler and R.F.Dashen, Current Algebras(W.A.Benjamin Inc., 1968).
2. S.Weinberg, Dynamics and Algebraic Symmetries, in: Lectures in Elementary Particles and Quantum Field Theory, Vol.I. eds.S. Deser, M.Grisaru and H.Pendleton (The MIT Press, 1970).
3. B.W.Lee, Chiral Dynamics (Gordon and Breach, 1972).

关于σ-模型的讨论见

4. J.Schwinger, Ann.Phys.(N.Y.)2 (1958) 407.
5. J.C.Polkinghorne, Nouvo Cimento 8 (1958) 179.
6. M.Gell-Mann and M.Lévy, Nouvo Cimento 16 (1960) 705.

以及上面的文献〔3〕。

首先讨论Goldstone定理和实际是量子场论中对称性的Goldstone方式（即自发破缺对称性）的有：

7. J.Goldstone, Nouvo Cimento 19 (1961) 15.

后来作了改进的有

8. Y.Nambu and G.Jona-Lasinio, Phys.Rev.122(1961) 345; 124(1961) 246.
9. J.Goldstone, A.Salam and S. Weinberg, Phys.Rev.127(1962) 965.
10. S.Bludman and A.Klein, Phys. Rev.131 (1962) 2363.

首先从物理的角度说明Goldstone定理的重要性的是

11. Y.Nambu, Phys.Rev.Letters 4 (1960) 380.

3. Higgs机制

这一节我们讨论有自发破缺对称性并同时具有第一节中描述的那种定域规范不变性的拉氏量。这一组合导致Gollstone定理的一个例外，提供了一类可重整的弱和电磁相互作用模型的基础。

最简单的例子由单个自作用荷电场φ所构成，其拉氏量为

$$L=(\partial_{\mu}\phi^*\partial^{\mu}\phi)-\mu^2\phi^*\phi-\lambda(\phi^*\phi)^2 \qquad (3.1)$$

这个拉氏量在U(1)群变换下不变：

$$\phi\rightarrow\phi'=e^{-i\theta}\phi \qquad (3.2)$$

其次我们引入一个规范场A_{μ}，并构造

一个在定域规范变换下不变的拉氏量。遵循第一节中得出的规定，得到

$$L=[(\partial_\mu+ieA_\mu)\phi^*(\partial^\mu-ieA^\mu)\phi]-\mu^2\phi^*\phi-\lambda(\phi^*\phi)^2-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (3.3)$$

其中$F_{\mu\nu}=\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu$、在定域规范变换下，

$$\phi(x)\to\phi'(x)=\exp\{-i\theta(x)\}\phi(x)$$
$$\phi^*(x)\to\phi^{*\prime}(x)=\exp\{i\theta(x)\}\phi^*(x)$$
$$A_\mu(x)\to A'_\mu(x)=A_\mu(x)-\frac{1}{e}\partial_\mu\theta(x) \quad (3.4)$$

L在变换（3.4）下保持不变。

如果$\mu^2>0$。（3.3）正好是荷电标量电动力学的拉氏量。如果$\mu^2<0$，必须移动场量，使得移动后的场量的真空期望值为零，并用它们写出L。

像（2.7）式中讨论的，按（2.9）式变换的（σ，π）模型一样，拉氏密度（3.3）具有O(2)对称性。其对应是$\sigma/\sqrt{2}\longleftrightarrow \mathrm{Re}\phi$，$\pi/\sqrt{2}\longleftrightarrow \mathrm{Im}\phi$。正如总可以选择让$\sigma$具有真空期望值一样，不失普遍性，我们可以假设

$$\langle\phi\rangle_0=v/\sqrt{2}$$

其中v是实的。

代替由ϕ减去$\langle\phi\rangle_0$的移动，就像在第二节中对实的n维矢量所做的那样，我们将ϕ指数形式地参数化。新的实数场ξ和η定义为

$$\phi=\exp(i\xi/v)(v+\eta)/\sqrt{2}=\frac{1}{\sqrt{2}}[v+\eta+i\xi+\text{平方次和更高次项}] \quad (3.5)$$

ξ场是与自发破缺U(1)对称性相联系的。规范场A_μ不存在时，我们可以断定，ξ场是无质量的，因为当(3.3)用ξ和η写出来时，没有ξ的二次方项。现在这个论据不再成立。让我们用A_μ，ξ和η写出（3.3）：

$$L=-\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}+\frac{1}{2}\partial^\mu\eta\partial_\mu\eta+\frac{1}{2}\partial^\mu\xi\partial_\mu\xi+\frac{1}{2}e^2v^2A^\mu A_\mu-evA_\mu\partial^\mu\xi+\mu^2\eta^2+\text{三次和更高次项} \quad (3.6)$$

其中用了关系式$v^2=-\mu^2/\lambda$。η场有质量$-2\mu^2$，但是A_μ和ξ场以一种不能立刻解释清楚的方式混在一起。如果（3.6）中没有$-evA_\mu\partial^\mu\xi$项，我们就可以推断矢量场的质量$\mu^2=e^2v^2$,而ξ场无质量。正确的处理应该是计算A_μ和ξ场的联合传播子，找到Feynman规则，并考察S矩阵的极点。在以后几节中我们将做其中的一部分，然而，对于找粒子能谱，则有较为容易的途径。注意到拉氏密度（3.3）在定域规范变换（3.4）下不变。选择规范函数为$\xi(x)/v$。则

$$\phi\to\phi'=\exp\{-i\xi(x)/v\}\phi=(v+\eta)/\sqrt{2} \quad (3.7a)$$
$$A_\mu\to A'_\mu=A_\mu-\frac{1}{ev}\partial_\mu\xi \quad (3.7b)$$

因为L在此变换下不变，

$$L=\frac{1}{2}[(\partial_\mu+ieA'_\mu)(v+\eta)]\times[(\partial_\mu-ieA^{\mu\prime})(v+\eta)]-\frac{1}{2}\mu^2(v+\eta)^2-\frac{1}{4}\lambda(v+\eta)^4-\frac{1}{4}F'_{\mu\nu}F^{\mu\nu\prime} \quad (3.8)$$

其中$F'_{\mu\nu}=\partial_\mu A'_\nu-\partial_\nu A'_\mu$

（3.8）式可以展开如下：

$$L=-\frac{1}{4}F'_{\mu\nu}F^{\mu\nu\prime}+\frac{1}{2}\partial_\mu\eta\partial^\mu\eta+\frac{1}{2}e^2v^2A'_\mu A^{\mu\prime}+\frac{1}{2}e^2A'^2_\mu\eta\times(2v+\eta)-\frac{1}{2}\eta^2(3\lambda v^2+\mu^2)-\lambda v\eta^3-\frac{1}{4}\lambda\eta^4 \quad (3.9)$$

在这个规范下，没有二次方项耦合不同的粒子，所以（裸）质量谱可以简单地由二次方项读出。有一个标量的η介子，质量为$3\lambda v^2+\mu^2$（在零阶就是$-2\mu^2$），一个有质量的矢量介子A'_μ，质量为ev，没有相应于ξ的粒子。实际上，ξ场完全消失了！它被“规范掉了”。

它到哪里去了呢？由（3.7b）式可以看出，在新的规范下它相应于矢量场的纵向分量。显然，现有粒子态的数目和我们在(3.5)式中重新定义场以前的数目相同。原来有两个实际量场和一个无质量的光子，它