

高等学校教材

动态测试技术

西安交通大学 宋又祥 主编

内 容 提 要

本书是针对热工过程参数的动态测试技术。书中系统地介绍了动态测试中测试系统分析、测试信号处理的基本理论和基本方法,以及系统各部件的工作原理及动态特性。全书由四部分组成:第一部分是动态测试系统的理论基础,它包括测试系统的时域分析、频域分析和相关分析;第二部分是测试信号的数据处理,它包括离散傅里叶变换、快速傅里叶变换、谱估计和信号预处理;第三部分是测试系统动态特性的实验求取法;第四部分是实际组成测试系统各部件的工作原理及动态特性。本书可作为电厂热工测量及自动化以及其他热动类专业本科和研究生的选修课教材,并可供从事热工过程参数动态测试的技术人员参考。

高等学校教材

动态测试技术

西安交通大学 宋又祥 主编

*

水利电力出版社出版

(北京三里河路6号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

北京市怀柔王史山印刷厂印刷

*

787·1092毫米 16开本 12.5印张 282千字
1995年11月第一版 1995年11月北京第一次印刷

印数 0001—1060册

ISBN7-120-02367-5/TK·346

定价 9.80 元

前 言

本书是针对热工过程参数的动态测试技术，是按照高校热动类专业教学委员会热工测量及仪表教学组审核的教学大纲编写的。它作为电厂热工测量及自动化专业本科和研究生的选修课教材。也可作为其他热动类专业的选修课教材以及供从事热工过程参数动态测试的技术人员学习之用。

由于高技术生产的发展，动态测试技术越来越受到广泛重视。动态测试与静态测试的主要不同点，就在于动态测试中存在着动态误差。许多在静态测试中被认为是非常精确的仪表，用于动态测试时却可能出现百分之百的动态误差。为了使测试系统能够真实地再现被测信息，要对测试系统进行分析，掌握被测信息在测试系统中是如何转换与传输的。并根据信息的转换和传输过程，掌握信号处理的知识，以便从所测得的信号中提取出被测的信息。

本书共分九章。第1，4章通过测试系统的时域分析、频域分析和相关分析，着重介绍了动态测试的理论基础，使读者掌握一些最基本的分析方法。第2，3，5章是测试信号的数据处理，它的数学工具是离散傅里叶变换和数字滤波技术。第6章是测试系统动态特性的实验求取。第7，8，9章是实际组成测试系统各部件的工作原理及动态特性。

本书由西安交通大学宋又祥主编并编写第1，2，3，4，5，8章；巨林仑编写第6章；单桂琴编写第7，9章。

本书由重庆大学徐盛仪教授主审。他仔细地审阅了书稿，并提出许多具体修改意见和建议。在此谨表示衷心感谢。

由于我们水平有限，书中缺点和错误在所难免，竭诚欢迎批评指正。

编者

1992年5月

目 录

前 言

第1章 动态测试的理论基础	1
1.1 动态测试系统的数学描述	2
1.2 测试系统的频率特性	4
1.3 信号的时限、带限和带宽	5
1.4 测试系统的理想传输特性	6
1.5 一阶环节传输特性	8
1.6 二阶环节传输特性	12
1.7 测试系统传输特性及其校正	14
1.8 测试系统输出的分析	17
第2章 离散傅里叶变换	24
2.1 傅里叶变换的四种形式	24
2.2 有限离散傅里叶变换的图解法推演	32
2.3 离散傅里叶变换性质	34
2.4 离散褶积定理和离散频率褶积定理	37
2.5 离散傅里叶变换对连续傅里叶变换的逼近	39
2.6 窗口函数	44
2.7 DFT参量的选择	48
2.8 DFT表示为真实积分的零阶积分近似	50
2.9 离散傅里叶变换计算实例	51
第3章 离散傅里叶变换的快速计算(FFT)	57
3.1 DFT运算的特点	57
3.2 按时间抽取	58
3.3 按频率抽取	66
3.4 IDFT的运算方法	68
3.5 实序列的FFT算法	69
3.6 FFT褶积	73
第4章 相关分析	76
4.1 相关的概念	76
4.2 相关函数的性质	80
4.3 相关定理、能量谱与功率谱	81
4.4 随机信号的相关函数和谱分析	85
4.5 线性系统的相关分析	91
第5章 功率谱估计和数据预处理	97
5.1 统计特征量的估值误差	97
5.2 自相关函数的估值	98
5.3 功率谱估计	99

5.4	直接法估计的改进	100
5.5	数据平滑的数学分析	104
5.6	去除均值和分离趋势项	105
5.7	信噪比的改进	108
第 6 章	测试系统动态特性的实验求取	112
6.1	阶跃响应法	112
6.2	频率特性法	123
6.3	相关分析法	130
第 7 章	热工参数动态测试的传感件	137
7.1	感温件及其动态特性	137
7.2	压力传感器及其动态特性	142
7.3	流速测量装置及其动态特性	148
7.4	光导纤维传感器简介	158
第 8 章	测压管道的传输特性	162
8.1	不可压缩流体管道	162
8.2	可压缩流体管道	167
8.3	可压缩流体管道频率特性分析	171
8.4	测压管道响应的计算	173
第 9 章	热工参数动态信号的采集和记录	178
9.1	光线示波器	178
9.2	阴极射线示波器	181
9.3	瞬态记录仪	182
9.4	磁带记录仪	184
9.5	数据采集装置	187
参考文献		192

第 1 章 动态测试的理论基础

动态测试是通过测试系统获取被测对象物理参数动态信息的方法，所涉及的测试系统为动态系统。

测试系统由有关器件、仪器和装置有机组合而成的。它包括敏感元件、转换元件、信号变换元件、信号处理元件、显示记录元件以及传输被测信息有关的其他部件。

敏感元件：它与过程相接触，并给出一个以某种方式决定于被测变量的输出量。例如，热电偶的毫伏热电动势决定于温度；电阻应变片的电阻值决定于机械应变；孔板压差决定于流量。

转换元件：它把敏感元件的输出信号转换成更适合于进一步处理的形式，通常是直流电压、直流电流等。例如，不平衡电桥把阻抗转换为电压的变化。

传感器是把敏感元件和转换元件加工成组件，把被测信息转换成电信号的器件。它的敏感元件将被测的原始信息转换成某种信号，而转换元件则是将这种信号变成易于传输、记录、处理的电信号。例如，应变式压力传感器，其膜片是压力的敏感元件，而电阻应变片则是转换元件。

信号变换元件：又称测试电路，它是将转换元件输出的电信号进行传输、放大和变换的各种电路或仪器。它的输出应是便于处理、存贮、记录和显示的电信号。例如，模拟量变换成数字量，频率信号变换成电信号，电流信号变换成电压信号等。

信号处理元件：它是从测得的信号（信号变换元件的输出）中提取被测信息的仪器或装置，包括分析、处理所用的软件。

显示与记录元件：它是显示、记录、存贮所测得的信号和从测得信号中提取被测信息的仪器 and 仪表。例如，示波器、磁带机和各种数字、模拟记录打印仪器。

测试系统除上述元件组成外，还有与传输被测信息有关的其他部件，如测试气体或液体压力时，敏感元件前面的传压管道或其他器件。

测试系统是由上述各部分组成的多环节复杂系统。测试系统环节的划分，可以按独立功能或特性的元件，也可以按具有多个功能的仪器或装置。

对于动态信息的测试，测试系统不可能具有无失真传输特性。但是，使动态系统在一定的频率范围内，具有近似的无失真传输特性，是可能的。这就是实施动态测试的基础。

测试系统的分析是包括：对给定测试系统，分析它的传输特性；针对被测对象，选择、设计测试系统；针对给定测试系统和测试结果，分析被测结果的精度。

对于动态测试的分析，一般都以线性理论为基础，实践表明分析的结论是可以满足科学实验和工程测试的要求。

1.1 动态测试系统的数学描述

为了定量地研究、描述测试过程，揭示测试系统传输、转换被测信息的内在规律，需要对测试系统从数学上加以描述。由于我们关心的是被测信息与通过测试系统获得的信号之间关系，所以采用系统输入-输出关系的数学表达式来描述测试系统。

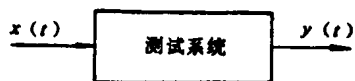


图 1-1 测试系统输入输出框图

设 $x(t)$ 和 $y(t)$ 分别表示测试系统的输入（被测信息）和输出（测得信息），如图1-1所示，其输入输出的关系均可以写成下述微分方程

$$\begin{aligned} & a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) \\ & = b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t) + c \end{aligned} \quad (1-1)$$

式中 a_i , b_i 和 c 为方程系数，且 $n \geq m$ 。

为了使测试系统的传输特性不随被测信号的大小和性质而变，也与时间 t 无关，动态测试系统应是线性时不变系统。否则，系统的输出将是被测信号，系统传输特性和测试时间的函数。

通常 (1-1) 式中，相当零位输出项 c 可以忽略，则描述测试系统的方程就是下述的常系数线性微分方程

$$\begin{aligned} & a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) \\ & = b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} y(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t) \end{aligned} \quad (1-2)$$

这就是动态测试系统输入-输出的时域表达式。对于任意输入信号 $x(t)$ 来说，这 n 阶微分方程的解，给出了系统的输出 $y(t)$ 。利用微分方程的各种古典求解方法可以求得输出 $y(t)$ 。系统输出 $y(t)$ 亦称为测试系统的响应。对于动态测试系统的起始状态，由于每次测试时，系统对上一次测试的激励早已消失，因此系统完全处于松弛状态，即系统处于零起始状态。

线性测试系统输入输出之间还可以用褶积关系来表达。当系统的输入是单位脉冲函数 $\delta(t)$ 时，这时系统输出称为脉冲响应，记作 $g(t)$ 。设系统的脉冲响应为已知，则对于任意输入 $x(t)$ 的系统输出可表示为

$$y(t) = x(t) * g(t) = \int_0^\infty x(\tau) g(t-\tau) d\tau \quad (1-3)$$

或表示为

$$y(t) = \int_0^\infty g(\tau) x(t-\tau) d\tau \quad (1-4)$$

这里 τ 是一个积分哑变量，符号 $*$ 表示褶积。

对描述线性时不变测试系统的(1-2)式进行拉普拉斯变换,在零起始条件下,其变换方程可写成如下形式

$$(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0) Y(s) = (b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0) X(s) \quad (1-5)$$

得
$$Y(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} X(s) \quad (1-6)$$

令
$$G(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (1-7)$$

则
$$Y(s) = G(s) X(s) \quad (1-8)$$

(1-5)式或(1-8)式就是动态测试系统输入-输出的复频域表达式。 $G(s)$ 称为测试系统的传递函数,是一种以测试系统参数表示的线性定常系统的输入量与输出量之间的关系式,它表达了系统本身的特性,而与输入量驱动函数无关。根据这一概念,就可以用 s 为变量的代数方程来表示测试系统的传输特性。

傅里叶变换是拉普拉斯变换在虚轴上的特例,即 $s = j\omega$, $\omega = 2\pi f$ 是角频率。因此,(1-8)式可写成

$$Y(f) = G(f) X(f) \quad (1-9)$$

这就是动态测试系统输入-输出的频域表达式。

$G(f)$ 是系统的频率特性,由(1-7)式可写成

$$G(f) = G_{Re}(f) + jG_{Im}(f) = |G(f)|e^{j\varphi(f)} \quad (1-10)$$

$G_{Re}(f)$ 和 $G_{Im}(f)$ 都是实函数。系统的幅频特性为

$$|G(f)| = \sqrt{G_{Re}^2(f) + G_{Im}^2(f)} \quad (1-11)$$

系统的相频特性为

$$\angle G(f) = \varphi(f) = \text{tg}^{-1} \frac{G_{Im}(f)}{G_{Re}(f)} \quad (1-12)$$

上面讨论了动态测试系统的输入输出关系在时域、复频域和频域的表达形式。从动态测试系统输入输出关系的数学表达式中,可以得出如下几点:

(1) 描述测试系统传输动态量的特性(即系统的动态特性),是系统的脉冲响应函数 $g(t)$ (时域),传递函数 $G(s)$ (复频域)和频率响应函数 $G(f)$ (频域)。

(2) 动态测试系统输入输出关系的数学表达式中,当对 $y(t)$ 的各阶导数等于零,或 $s=0$,或 $f=0$ 的特例时

$$y = r x \quad (1-13)$$

式中 $r = \frac{b_0}{a_0}$,是描述测试系统传输静态量的特性,即系统的静态特性。由于实际的测试系统并非具有理想的线性,因此 r 通常是 x 的函数。当对 r 进行线性化处理(如某一段变化范围内)后,那么 r 就是线性化后的斜率,为一常数。

(3) 从傅里叶分析的观点,若信号 $x(t)$ 的傅里叶变换, $\mathcal{F}[x(t)] = X(f) = |X(f)|e^{j\varphi_x(f)}$ 存在,那么 $x(t)$ 就可以看作是 $|X(f)|e^{j\varphi_x(f)}e^{j2\pi ft}df$ 谐波的叠加。而这种谐波通过频率响应函数为 $G(f) = |G(f)|e^{j\varphi_c(f)}$ 的系统之后,由(1-9)式,利用线性系

统的叠加性, 可得到 $x(t)$ 激励系统的响应

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} |G(f)| |X(f)| e^{j[2\pi ft + \varphi_x(f) + \varphi_G(f)]} df \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} |Y(f)| e^{j\varphi_Y(f)} e^{j2\pi ft} df \end{aligned} \quad (1-14)$$

从这里我们可以看到, 系统在传递信号 $x(t)$ 时, 由于系统的幅频和相频特性的作用, 改变了信号 $x(t)$ 所含各种频率分量 (谐波) 的幅值和相位。系统的输出正是这些被系统频率响应特性改变了幅值和相位的各种频率分量的叠加。所以, 系统的频率特性可以直观地揭示出信号通过系统时各个频率分量的变化, 成为描述系统传递特性, 分析信号传输的有力工具。

1.2 测试系统的频率特性

分析图1-2所示系统的频率特性和系统对信号的传递特性。图中 $e_i(t)$ 为系统的输入信号, $e_o(t)$ 为系统的输出信号, k 为隔离放大器的增益, 并且 $R_1 C_1 \ll R_2 C_2$ 。由图得电路微分方程

$$\begin{cases} R_1 C_1 \frac{de(t)}{dt} + e(t) = e_i(t) \\ e_o(t) + \frac{1}{R_2 C_2} \int_0^t e_o(t) dt = k e(t) \end{cases}$$

对上述方程组求拉氏变换, 有

$$\begin{cases} R_1 C_1 s E(s) + E(s) = E_i(s) \\ E_o(s) + \frac{1}{R_2 C_2 s} E_o(s) = k E(s) \end{cases}$$

求得系统的传递函数

$$G(s) = \frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{1}{R_1 C_1 s + 1} \cdot \frac{k R_2 C_2 s}{R_2 C_2 s + 1}$$

故系统的频率响应函数为

$$\begin{aligned} G(f) &= \frac{1}{j2\pi R_1 C_1 f + 1} \cdot \frac{j2\pi k R_2 C_2 f}{j2\pi R_2 C_2 f + 1} = \frac{jk \frac{1}{2\pi R_1 C_1} f}{\left(jf + \frac{1}{2\pi R_1 C_1}\right) \left(jf + \frac{1}{2\pi R_2 C_2}\right)} \\ &= \frac{k}{\sqrt{(f_L/f - f/f_H)^2 + (1 + f_L/f_H)^2}} e^{j\lg^{-1} \frac{f_L/f - f/f_H}{1 + f_L/f_H}} \end{aligned}$$

式中 $f_H = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$, $f_L = \frac{1}{2\pi R_2 C_2}$ 。系统的幅频特性和相频特性示于图1-3。

为了便于分析, 将图上的曲线分成 5 个区域。从图上看: 在①区, 系统对信号中这

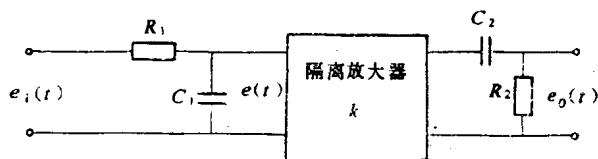


图 1-2 电系统图

一区域的低频分量，不但在幅值上产生明显的衰减，而且使它们相位超前；在②区，系统对信号中这一区域的频率分量，在幅值上衰减很小，但仍然存在明显的相位超前；在③区，系统具有平直的幅频特性，且相频特性为零，因此系统对信号中位于这一区间的频率分量，只是以同一增益 k 改变它们的幅值；在④区，系统对位于这一区域的信号频率分量幅值衰减不大，但相位上产生较大的滞后；在⑤区，不但使信号的幅值产生明显的衰减，而且相位上也出现明显的滞后。

通过上面测试系统对信号影响的分析，说明分析信号和测试系统的频率特性，对动态测试来说是十分重要的。

描述系统传输特性的一种常用方法是对频率响应函数取对数，并画出它的波特图。将系统幅频特性 $|G(f)|$ 取对数，习惯上将这个对数乘以20后，以分贝(dB)为单位来表示，记作 $L(f)$ ，即

$$L(f) = 20 \log |G(f)| \quad (\text{dB}) \quad (1-15)$$

称为对数幅频特性。为了表示上的方便起见，在以 $L(f)$ 为纵坐标，频率的对数 $\log f$ 为横坐标的半对数坐标系上表示成一条曲线，称为对数幅频特性曲线。将系统相频特性 $\varphi(f)$ 为纵坐标，其单位为度($^\circ$)，横坐标仍以 $\log f$ 在半对数坐标系上表示成一条曲线，称为相频特性曲线。如图1-4所示。用半对数坐标系所表示的曲线称为波特图。

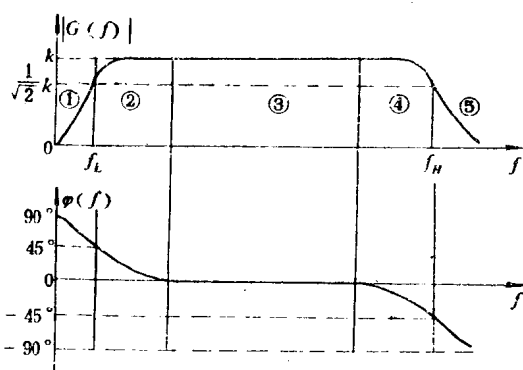


图 1-3 系统的幅频特性和相频特性

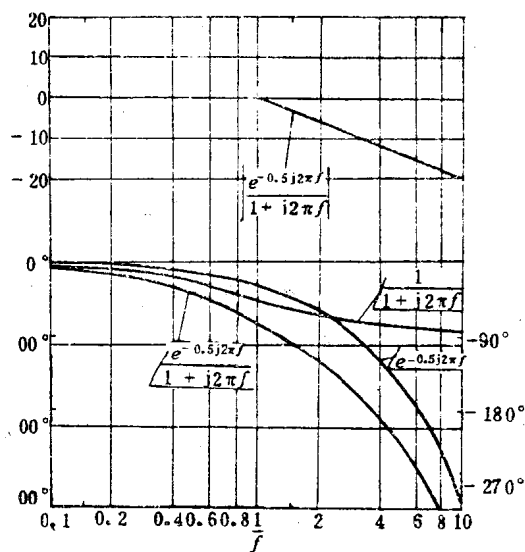


图 1-4 $\tau = 0.5, T = 1$ 时 $\frac{e^{-j2\pi f\tau}}{1+j2\pi fT}$ 系统的波特图

1.3 信号的时限、带限和带宽

时限信号是指

$$\left. \begin{aligned} &x(t) = 0 \quad |t| > t_m \\ &\text{且} \quad \int_{-t_m}^{t_m} |x(t)|^2 dt < \infty \end{aligned} \right\} \quad (1-16)$$

带限信号是指

$$\left. \begin{array}{l} X(f) = 0 \quad |f| > f_m \\ \text{且} \quad \int_{-f_m}^{f_m} |X(f)|^2 df < \infty \end{array} \right\} \quad (1-17)$$

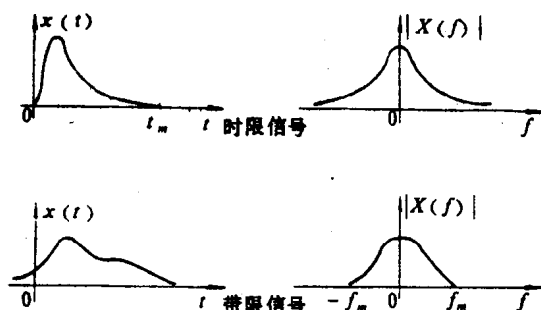


图 1-5 时限和带限信号

也会遇到，尤其机械系统测试中，一种突然出现、持续时间很短而能量又较大的信号。由于它们有陡峭的信号前沿，持续时间短，故含有较多的高频分量，通常称作冲击信号。冲击信号的频率结构使动态测试的实施更加困难。

现在讨论将非带限信号近似为带限信号。由于信号大部分能量集中在低频率段，因此当略去信号中高频分量将非带限信号变成带限信号时，对信号波形影响不大。为此，引用信号带宽来近似非带限信号。

理论上讲，信号幅频特性的幅值下降到零所对应的频率，称作截止频率 f_c 。 $0 \sim f_c$ 所对应的频率范围就是信号的带宽。而通常在工程上运用是以对数幅频特性的幅值下降到 -3dB 所对应的频率为截止频率 f_c ，对数幅频特性的幅值位于 0 到 -3dB 所对应的频率范围为信号的有效带宽。

1.4 测试系统的理想传输特性

假定测试系统的频率特性为

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{幅频特性 } |G(f)| = s \text{ 为常数} \\ \text{相频特性 } \varphi(f) = -2\pi f t_0 \text{ 为一直线} \end{array} \right. \quad (1-18)$$

则测试系统的输出

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} G(f) X(f) e^{j2\pi f t} df = \int_{-\infty}^{+\infty} s e^{-j2\pi f t_0} X(f) e^{j2\pi f t} df \\ &= s \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{j2\pi f (t - t_0)} df = s x(t - t_0) \end{aligned} \quad (1-19)$$

此时，测试系统的输出与迟后了 t_0 的被测信号 $x(t)$ 成正比，其比例因子 s 为测试系统的灵敏度，测得的信号 $y(t)$ 直接再现了被测信号 $x(t)$ 。显然，这是由于系统具有幅值为 A 的平直幅频特性，所以系统输入信号中任一频率分量传播时，其幅值均按同一比例因子改变。

同时, 由于它具有与频率 f 成正比的相频特性, 故不同的频率分量均有同样的 t_0 时移。我们称具有式(1-18)特性的测试系统为理想测试系统。

理想测试系统在工程上是不可能实现的。但在一定的频率范围之内, 系统具有无失真传输的特性则是可能的。

对被测信号在有效带宽内, 测试系统具有近似的理想传输特性, 它的频率响应函数

$$G(f) \approx se^{-j2\pi ft_0} \quad |f| < f_c \quad (1-20)$$

则测试系统的输出

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} G(f)X(f)e^{j2\pi ft}df \\ &\approx \int_{-f_c}^{f_c} (se^{-j2\pi ft_0})X(f)e^{j2\pi ft}df \\ &= s \int_{-f_c}^{f_c} X(f)e^{j2\pi f(t-t_0)}df \\ &= sX(t-t_0) \end{aligned} \quad (1-21)$$

式(1-21)表明, 在被测信号有效带宽所允许的误差范围内, 测试系统在被测信号截止频率 f_c 之内的幅频特性有足够精度、近似于常数, 而相频特性有足够精度、近似于直线, 那么测试系统的输出就有足够精度, 与延迟了的被测信号成简单的比例关系。通常将测试系统具有这样频率响应特性的频段称作测试系统的工作频段。工作频段的带宽以 f_w 表示, 则 f_w 应大于 f_c 。

归纳上述分析, 测试系统具有近似的理想传输特性, 其条件为:

- (1) 测试系统应具有近似无失真传输特性的工作带宽;
- (2) 测试系统的工作带宽应覆盖被测信号的有效带宽。

这两个条件是选择和设计测试系统的方向。当不满足这两个条件时, 那么动态响应误差会变大, 甚至得不到正常测试结果。

由于实际测试系统是由传输管道、传感器、信号变换器、信号处理器以及记录显示等各种器件组成的复杂系统, 因此测试系统的频率响应函数是由各环节的频率响应函数串联而成的。串联系统的频率响应函数具有下列简单关系

$$\begin{aligned} G(f) &= G_1(f) \cdot G_2(f) \cdots G_N(f) = |G_1(f)|e^{j\varphi_1(f)} |G_2(f)|e^{j\varphi_2(f)} \cdots |G_N(f)|e^{j\varphi_N(f)} \\ &= \prod_{i=1}^N |G_i(f)| e^{j\sum_{i=1}^N \varphi_i(f)} \end{aligned} \quad (1-22)$$

$$\text{即} \quad |G(f)| = \prod_{i=1}^N |G_i(f)| \quad (1-23)$$

$$\varphi(f) = \sum_{i=1}^N \varphi_i(f) \quad (1-24)$$

测试系统的传输特性就是由组成测试系统的各环节的传输特性所决定的。各环节的传输特性一般是简单的一阶或二阶传递函数。所以, 一、二阶环节传输特性的分析是测试系统分析的基础。

1.5 一阶环节传输特性

一阶环节的传输特性是指环节输入与输出关系的方程是一阶常系数线性微分方程。它可归纳为两种基本类型

$$a_1 \dot{y}(t) + a_0 y(t) = b_0 x(t) \quad (1-25)$$

和

$$a_1 \dot{y}(t) + a_0 y(t) = b_1 \dot{x}(t) \quad (1-26)$$

式中 $x(t)$, $y(t)$ 分别为环节的输入和输出; a_1, a_0, b_1, b_0 由环节结构参数所决定。

因式(1-25)所描述的环节具有低通滤波特性, 故称为一阶低通滤波环节, 并可写成

$$\frac{a_1}{a_0} \dot{y}(t) + y(t) = \frac{b_0}{a_0} x(t)$$

或

$$T_1 \dot{y}(t) + y(t) = s_1 x(t) \quad (1-27)$$

式中 $T_1 = a_1/a_0$ 为低通滤波环节的时间常数; $s_1 = b_0/a_0$ 为该环节的静态灵敏度。

式(1-26)所描述的环节因具有高通滤波特性, 故称为一阶高通滤波环节, 并可写成

$$\frac{a_1}{a_0} \dot{y}(t) + y(t) = \frac{a_1}{a_0} \frac{b_1}{a_1} \dot{x}(t)$$

或

$$T_d \dot{y}(t) + y(t) = T_d s_d \dot{x}(t) \quad (1-28)$$

相应 $T_d = \frac{a_1}{a_0}$ 为高通滤波环节的时间常数; $s_d = \frac{b_1}{a_1}$ 为该环节的灵敏度。

为了使输入与输出可以直接对比, 通常取 $s_1 = s_d = 1$, 即对灵敏度进行归一化处理。这样式(1-27)和式(1-28)式可写成

$$T_1 \dot{y}(t) + y(t) = x(t) \quad (1-29)$$

和

$$T_d \dot{y}(t) + y(t) = T_d \dot{x}(t) \quad (1-30)$$

下面分别讨论一阶低通和一阶高通环节的特性。

1.5.1 一阶低通滤波环节

对于式(1-29)所描述的一阶低通滤波环节, 它的传输特性函数为

$$\text{传递函数} \quad G(s) = \frac{1}{T_1 s + 1} \quad (1-31)$$

$$\text{频率响应函数} \quad G(f) = [G(f)] e^{j\varphi(f)} = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f T_1)^2}} e^{-j \operatorname{tg}^{-1}(2\pi f T_1)} \quad (1-32)$$

对数频率响应函数

$$\left. \begin{array}{l} \text{幅频} \quad L(f) = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f T_1)^2}} = -20 \log [1 + (2\pi f T_1)^2]^{\frac{1}{2}} \\ \text{相频} \quad \varphi(f) = -\operatorname{tg}^{-1} 2\pi f T_1 \end{array} \right\} \quad (1-33)$$

由对数频率响应函数所绘出的波特图，如图1-6所示。从图上可见，曲线在低频段和高频段有渐近线。

用 $f = \frac{1}{2\pi T_1}$ 代入(1-33)式，有

$$\begin{aligned} 20\log|G(f)| &= 20\log\frac{1}{\sqrt{2}} = 20\log 0.707 \\ &= -3.01(\text{dB}) \end{aligned}$$

令 $f_{T_1} = \frac{1}{2\pi T_1}$ ，则 f_{T_1} 为一阶低通滤波环节的截止频率。于是式(1-33)可写成下述常用形式

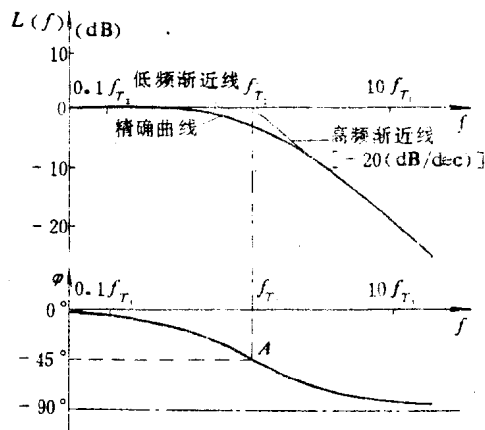


图 1-6 一阶低通滤波环节的波特图

$$\left. \begin{aligned} L(f) &= -20\log\left[1 + \left(\frac{f}{f_{T_1}}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \\ \varphi(f) &= -\text{tg}^{-1}\frac{f}{f_{T_1}} \end{aligned} \right\} \quad (1-34)$$

对于 $f \ll f_{T_1}$ 的低频段，因

$$20\log|G(f)| = -20\log\left[1 + \left(\frac{f}{f_{T_1}}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \approx -20\log 1 = 0$$

$$\varphi(f) = -\text{tg}^{-1}\left(\frac{f}{f_{T_1}}\right) \approx 0$$

所以在低频段上幅频和相频特性的渐近线均有零直线。

对于 $f \gg f_{T_1}$ 的高频段，因

$$20\log|G(f)| = -20\log\left[1 + \left(\frac{f}{f_{T_1}}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \approx -20\log\left(\frac{f}{f_{T_1}}\right)$$

它是一条斜率为 $-20\text{dB}/10$ 倍频程的直线，与低频段上的上述渐近线相交于截止频率 f_{T_1} 处。因此，一阶低通滤波环节的高频段具有 $-20\text{dB}/10$ 倍频程的衰减特性。相应的相频特性为

$$\varphi(f) = -\text{tg}^{-1}\left(\frac{f}{f_{T_1}}\right) \approx -\frac{\pi}{2}$$

即高频段相频特性的渐近线为 -90° 的直线。但在 $0.1 f_{T_1}$ 到 $10 f_{T_1}$ 之间的频段上，它近似为一条斜率 $-45^\circ/10$ 倍频程的直线。

根据一阶低通环节的波特图，对环节的传输特性作如下分析：

(1) 在 $f \ll f_{T_1}$ 的低频段上，即 f 小于 $0.1 f_{T_1}$ 以下，系统呈现出无失真传输状态。它是一阶低通环节的工作频带。在这个频率范围内，其传输特性可认为 $G(f) = s_1 e^{-j2\pi f t_0}$ ， s_1 为环节静态灵敏度， t_0 为输出的滞后时间。

由于环节具有 $\varphi(f) = -\text{tg}^{-1}(f/f_{T_1})$ 的相频特性，因此在 $f = 0 \sim 0.1 f_{T_1}$ 频率范围内，输出波形仍有不同程度滞后。其滞后时间可近似由

$$t_0 \approx \left. \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(f)}{df} \right|_{f=0} = - \frac{1}{2\pi f_{T_1}} \frac{1}{1 + (f/f_{T_1})^2} \Big|_{f=0} = -T_1$$

可见环节时间常数 T_1 越大, 输出滞后时间亦越大。

为了扩大工作频带, 应当使截止频率 f_{T_1} 增大, 或者减小环节的时间常数 T_1 。

(2) 环节在 $0.1f_{T_1} \sim f_{T_1}$ 的频段上, 幅频特性仍是相当平直, 但相频特性已明显变坏。

(3) 环节在 $f \gg f_{T_1}$ 的高频段上, 它具有下述特性

$$G(f) = |G(f)| e^{j\varphi(f)} = \frac{f_{T_1}}{f} e^{-j\frac{\pi}{2}} \quad (1-35)$$

将它同理想积分器 $y(t) = \int_0^t x(\tau) d\tau$ 的频率响应函数,

$$G(f) = \frac{1}{\tau} \frac{1}{j2\pi f}$$

在 $f = \frac{1}{2\pi\tau}$ 时, 有

$$G(f) = \frac{f_T}{f} e^{-j\frac{\pi}{2}} \quad (1-36)$$

比较, 就可以看出系统在这一频段上呈积分器工作状态。它具有与频率 f 成反比的幅频特性, 和滞后 90° 的相频特性。因此, 当信号通过此频段时, 高频分量与其频率成反比地衰减, 使得信号经过积分处理后趋向平滑, 也就是低通滤波器的作用。

当用作积分器时, 仅是在其工作频段上才具有上述的理想特性。因此它的下限频率受限于它的截止频率 f_{T_1} , 为了扩展工作频带, 总是希望它的时间常数 T_1 越大越好, 但这会导致积分器灵敏度的降低。通常积分器灵敏度总是远小于1的。

1.5.2 一阶高通滤波环节

对于式(1-30)描述的一阶高通滤波环节, 它的传输特性函数为

$$\text{传递函数} \quad G(s) = \frac{T_d s}{T_d s + 1} \quad (1-37)$$

$$\text{频率响应函数} \quad G(f) = |G(f)| e^{j\varphi(f)} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\pi f T_d}\right)^2}} e^{j\text{tg}^{-1} \frac{1}{2\pi f T_d}} \quad (1-38)$$

对数频率响应函数

$$\left. \begin{aligned} \text{幅频} \quad L(f) &= 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\pi f T_d}\right)^2}} = -20 \log \left[1 + \left(\frac{1}{2\pi f T_d}\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ \text{相频} \quad \varphi(f) &= \text{tg}^{-1} \frac{1}{2\pi f T_d} \end{aligned} \right\} \quad (1-39)$$

由对数频率响应函数所绘出的波特图如图1-7所示。与一阶低通环节一样, 曲线在低频段和高频段有渐近线。

用 $f = \frac{1}{2\pi T_d}$ 代入(1-39)式, 有

$$\begin{aligned} 20 \log |G(f)| &= 20 \log \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= -3.01 \text{ (dB)} \end{aligned}$$

令 $f_{T_d} = \frac{1}{2\pi T_d}$, 则 f_{T_d} 为一阶高通滤波环节的截止频率。(1-39)式亦可写成下述常用形式

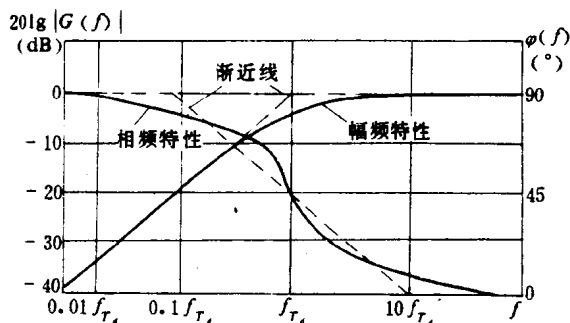


图 1-7 一阶高通滤波环节的波特图

$$\left. \begin{aligned} L(f) &= -20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{f_{T_d}}{f}\right)^2} \\ \varphi(f) &= \text{tg}^{-1} \frac{f_{T_d}}{f} \end{aligned} \right\} \quad (1-40)$$

对于 $f \ll f_{T_d}$ 的低频段, 幅频具有 $-20\text{dB}/10$ 倍频程的衰减特性, 相应的相频特性为 $\frac{\pi}{2}$ 。对于 $f \gg f_{T_d}$ 的高频段, 幅频和相频特性的渐近线均为零直线。幅频特性的低频段和高频段的渐近线相交于截止频率 f_{T_d} 处。在 $0.1 f_{T_d}$ 到 $10 f_{T_d}$ 之间的频段上, 相频特性近似为一条斜率 $45^\circ/10$ 倍频程的直线。

根据一阶高通环节的波特图, 对环节的传输特性作如下分析:

(1) 在 $f \gg f_{T_d}$ 的高频段上, 即 f 大于 $10 f_{T_d}$ 以上, 输入的高频信号通过系统呈现出无失真传输状态。它是一阶高通环节的工作频带。为了扩大这一频带, 应当使截止频率 f_{T_d} 减小, 或者增大环节的时间常数 T_d 。

(2) 当 $f \ll f_{T_d}$ 的低频段上, 它具有下述特性

$$G(f) = |G(f)| e^{j\varphi(f)} = \frac{f}{f_{T_d}} e^{j\frac{\pi}{2}} \quad (1-41)$$

将它同理想微分器 $y(t) = \tau \frac{dx(t)}{dt}$ 的频率响应函数

$$G(f) = \tau j 2\pi f$$

在 $f_T = \frac{1}{2\pi\tau}$ 时, 有

$$G(f) = \frac{f}{f_T} e^{j\frac{\pi}{2}} \quad (1-42)$$

比较, 可以看出系统在这一频段上呈微分器工作状态。它具有与频率 f 成正比的幅频特性和超前 90° 的相频特性。因此, 当信号通过此频段时, 低频分量随着频率的降低成正比地衰减, 也就是高通滤波器的作用。

当用作微分器时, 仅在其工作频段上才具有上述的理想特性。因此它的上限频率受限于它的截止频率 f_{T_d} , 为了扩展工作频带总是希望它的时间常数 T_d 越小越好, 但这同样会导致微分器灵敏度的下降。为了解决这种矛盾, 在实际应用中经常采取有源微分器。

(3) 在上述两种频段之间的频带为过渡带, 约 $f = 0.1 f_{T_s} \sim 10 f_{T_s}$ 的频率范围。在过渡带上, 对于 $f = f_{T_s} \sim 10 f_{T_s}$ 的频段, 其幅频特性已趋于平直, 但相频特性仍按 $45^\circ/10$ 倍频程变化。

1.6 二阶环节传输特性

二阶环节的传输特性是指环节输入与输出关系的方程是二阶常系数线性微分方程。它的基本形式是

$$a_2 \ddot{y}(t) + a_1 \dot{y}(t) + a_0 y(t) = b_0 x(t) + b_1 \dot{x}(t) + b_2 \ddot{x}(t) \quad (1-43)$$

在许多情况下, 测试系统中的环节如传感器、阻尼器、显示仪等都可以简化为二阶环节。

由于在式 (1-43) 中, b_0 不为零, b_1 和 b_2 为零的情况, 在动态测试中应用十分广泛, 因此我们将集中讨论这种环节。将 (1-43) 式写成

$$\ddot{y}(t) + \frac{a_1}{a_2} \dot{y}(t) + \frac{a_0}{a_2} y(t) = \frac{b_0}{a_2} x(t)$$

或

$$\ddot{y}(t) + 2\xi\omega_n \dot{y}(t) + \omega_n^2 y(t) = s_2 \omega_n^2 x(t) \quad (1-44)$$

式中 $\omega_n = \sqrt{\frac{a_0}{a_2}}$ 为二阶环节的固有角频率, $\xi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{a_1^2}{a_2 a_0}}$ 为该环节的阻尼比, $s_2 = \frac{b_0}{a_0}$ 为该环节的静态灵敏度。

同样为了使输入与输出可以直接对比, 取 $s_2 = 1$, 即对灵敏度进行归一化处理。这样 (1-44) 式可写成

$$\ddot{y}(t) + 2\xi\omega_n \dot{y}(t) + \omega_n^2 y(t) = \omega_n^2 x(t) \quad (1-45)$$

对于式 (1-45) 描述的传输特性函数为

$$\text{传递函数} \quad G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1-46)$$

$$\text{频率特性函数} \quad G(f) = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{2\pi f}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\xi\left(\frac{2\pi f}{\omega_n}\right)\right]^2}} e^{-j \operatorname{tg}^{-1} \frac{2\xi(2\pi f/\omega_n)}{1 - (2\pi f/\omega_n)^2}}$$

以二阶环节固有频率 $f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}$ 代入上式, 则有

$$G(f) = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{f}{f_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\xi\left(\frac{f}{f_n}\right)\right]^2}} e^{-j \operatorname{tg}^{-1} \frac{2\xi(f/f_n)}{1 - (f/f_n)^2}} \quad (1-47)$$

对数频率响应函数

$$\left. \begin{aligned} \text{幅频} \quad L(f) &= 20 \log |G(f)| = -20 \log \sqrt{\left[1 - \left(\frac{f}{f_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\xi \frac{f}{f_n}\right]^2} \\ \text{相频} \quad \varphi(f) &= -\operatorname{tg}^{-1} \frac{2\xi \left(\frac{f}{f_n}\right)}{1 - \left(\frac{f}{f_n}\right)^2} \end{aligned} \right\} \quad (1-48)$$