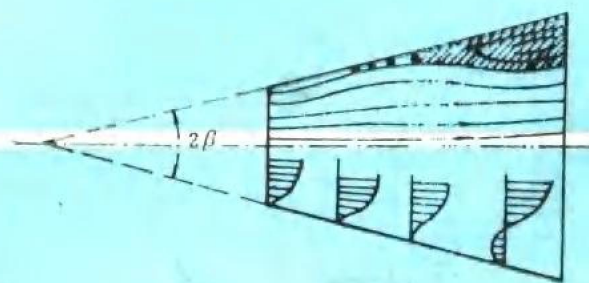


排气系统的气动热力学

吴 达 郑克扬 编



北京航空航天大学出版社

排气系统的气动热力学

吴 达 郑克扬 编

北京航空航天大学出版社

内 容 简 介

本书对排气系统作了较完整、较系统地介绍,全书共十章。作者从工程应用角度,由综述排气系统各部件的基本原理开始,广泛地论述了它们的工作、性能及设计,并对它们的近代试验技术也做了简要介绍。

本书内容十分丰富,综合了很多最新材料,不仅反映了该领域的最近研究成果,而且还选用了大量实验数据、图线和半经验公式,供设计参考。

本书可作为高等院校高年级学生和研究生教材,也可供从事排气系统方面研究和工程设计人员、大学有关专业的教师以及工程技术人员参考。

排气系统的气动热力学

PAIQIXITONG DE QIDONGRELIXUE

吴 达 郑克扬 编

责任编辑 陶金福

北京航空航天大学出版社出版

新华书店总店科技发行所发行 各地新华书店经销

地质出版社印刷厂印刷

*

787×1092 1/16 印张:16 字数:410千字

1989年3月第一版 1989年3月第一次印刷 印数:1300册

ISBN 7-81012-104-9/TK·002 定价:3.25元

前 言

现代, 在很多工程领域里, 特别在航空航天技术部门, 广泛采用了先进的排气系统; 这对提高各项工程的效益, 发挥了重要作用。由于排气系统的新设想、新应用还在不断发展, 大量资料在很多文献中不断发表, 所以目前在这方面还缺乏较有系统的专著。本书设想从工程应用观点, 对排气系统气体力学方面的现有资料加以整理和分析, 作为大学高年级学生或研究生的初期课程。本书对从事有关实际工作的工程师们和科学工作者也是一种很有补益的参考读物。

作者编写本书的主要目的, 是为了使学生通过对本书的学习, 对排气系统的工作、性能及设计有较系统的了解。在学习本书时需要具有流体力学和热力学方面的基础知识。

本书内容较广较杂, 现力求作为一个较完整的体系来介绍。第一章对气体力学和热力学方面的基础知识, 作简要回顾; 第2, 3章是介绍收缩形和收-扩形喷管的工作、性能 and 设计; 第4, 5章是对一些新型排气喷管的工作特点及应用, 作简要介绍; 第6章叙述引射式排气喷管的工作、性能、设计参数的选取和设计; 第7章介绍一般亚音速排气扩压器的有关知识; 第8章介绍排气引射器和引射增力器的工作、性能及应用; 第9章简介机后身/喷管一体化设计问题; 第10章是对试验技术的简要介绍。

书中对实际问题, 主要用一维流方法来处理, 并且力求从物理本质上来阐述一些问题的实质, 所以书中有相当大的篇幅是介绍实验资料和一些半经验公式。

书中所引述的不少材料是国内科学工作者的研究成果, 其中也有作者个人所做的工作。因之本书是我国在这个学科领域中的工作很不全面的概括。

作者在编写本书过程中, 曾得到很多同志的协助, 在此表示诚挚的感谢。

读者对本书内容和材料提出的任何评论和批评, 作者都将以十分感谢的心情来接受。

作 者

1988.9.

符 号 表

A	面积
$D(d)$	直径
$R(r)$	半径, 气体常数
$L(l)$	长度
V	速度
u	轴向分速, 比内能
v	径向分速
a	音速
Ma	马赫数
λ	无因次速度
p	压力
T	温度
ρ	密度
h	比焓
s	比熵
t	时间
g	重力加速度
c_p	定压比热, 或压力系数
c_v	定容比热
k	绝热指数
n	引射系数, 多变指数
δ	气流转折角
α	气流角, 马赫角
ν	运动粘度
Q	热量
I	辐射强度, 冲量
m	质量
F	力
ψ	流函数, 函数
ϕ	位函数
τ	剪切应力
Re	雷诺数
Gr	葛拉晓夫数
Pr	普朗特数
Z_c	落压比
注脚:	

*	滯止
t	理想
L	临界
pj	平均
zj	最佳

目 录

前 言

第一章 热力学和气体力学基础

1.1 热理想气体的状态方程	(1)
1.2 热力学第一定律	(1)
1.3 焓和比热	(2)
1.4 热力学第二定律	(3)
1.5 气体动力学基本方程	(4)
1.6 气动函数	(6)
1.7 超音速气流膨胀和压缩基本方程	(7)
1.8 特征线法的基本方程	(9)
1.9 粘性流动中的基本关系式	(9)

第二章 收缩形排气喷管

2.1 锥形收缩喷管的工作	(12)
2.2 锥形收缩喷管的流通能力	(14)
2.3 锥形收缩喷管的实际流动	(15)
2.4 锥形收缩喷管的流量系数 C_D 和推力系数 η_{vR}	(16)
2.5 影响锥形收缩喷管流量系数和推力系数的因素	(20)
2.6 超临界落压比下喷管出口射流柱几何参数的估算	(25)
2.7 收缩形喷管设计	(26)

第三章 轴对称收缩-扩张喷管

3.1 轴对称收-扩喷管的工作	(29)
3.2 轴对称喷管的性能参数	(31)
3.3 收-扩喷管的漏气损失和冷却气流损失	(37)
3.4 收缩-扩张喷管的性能	(40)
3.5 分离/过膨胀的影响	(41)
3.6 收缩-扩张喷管内流场计算	(45)
3.7 有旋流动情况下收缩-扩张喷管流场计算	(52)
3.8 收缩-扩张喷管的设计	(55)
3.9 收缩-扩张喷管气动载荷估算	(63)

第四章 轴对称塞式喷管

4.1 内膨胀型轴对称塞式喷管的工作	(65)
4.2 外膨胀型塞式喷管	(66)
4.3 内外混合膨胀型塞式喷管	(69)
4.4 塞式喷管性能的主要影响因素	(69)

4.5 塞式喷管设计·····	(72)
4.6 塞式喷管流场计算·····	(75)
4.7 塞式喷管的调节·····	(75)
第五章 非轴对称喷管, 二元喷管	
5.1 非轴对称喷管, 二元喷管方案·····	(77)
5.2 二元喷管主要特性参数·····	(78)
5.3 二元收缩-扩张型喷管·····	(79)
5.4 单斜面膨胀二元喷管·····	(90)
5.5 塞式二元喷管·····	(92)
5.6 二元喷管装置性能·····	(95)
第六章 引射式排气喷管	
6.1 引射式喷管内的气体流动·····	(97)
6.2 引射喷管增加推力的原理·····	(99)
6.3 引射式喷管的特征参数·····	(100)
6.4 引射喷管的性能·····	(100)
6.5 影响引射喷管性能的因素·····	(102)
6.6 引射喷管的特性计算·····	(106)
6.7 带辅助进气门式引射喷管·····	(117)
6.8 气动调节式引射喷管·····	(119)
6.9 各种类型引射式喷管性能的比较·····	(121)
6.10 外流对引射喷管性能的影响·····	(121)
6.11 引射喷管中流动的不稳定性·····	(122)
6.12 进气道/引射喷管的匹配·····	(125)
6.13 引射喷管外套管壁面温度的估算·····	(126)
第七章 排气扩压器	
7.1 圆锥形扩压器中的气体流动·····	(129)
7.2 扩压器内气体流动损失的确定·····	(129)
7.3 评定扩压器品质的准则·····	(132)
7.4 圆锥形扩压器内实际有粘气体流动·····	(133)
7.5 扩压器内存在损失时气体压力与密度之间的关系·····	(135)
7.6 影响锥形扩压器性能的因素·····	(135)
7.7 曲线型面扩压器·····	(136)
7.8 环形扩压器的损失计算·····	(138)
7.9 扩压器内气流分离的估算·····	(141)
第八章 排气引射器和引射增力器	
8.1 引射器方案·····	(146)
8.2 引射器的工作过程·····	(147)
8.3 引射器参数计算·····	(149)
8.4 引射器的临界工况(堵塞工况)·····	(154)

8.5 引射器的特性	(156)
8.6 混合室出口的流动状态	(158)
8.7 带有超音速主喷管的引射器的工作特点	(159)
8.8 引射增力器的工作原理	(162)
8.9 考虑气体的可压性及各部件的损失时, 增力器性能估算	(165)
8.10 引射增力器流场计算	(168)
8.11 影响增力器性能的因素	(171)
8.12 增力器混合段长度的确定	(173)
8.13 进一步提高增力器性能的措施	(173)
8.14 外流对增力器性能的影响	(175)
第九章 喷管/机后体一体化	
9.1 机后体及排气系统的阻力	(177)
9.2 机后体阻力的确定	(177)
9.3 喷管/机后体间的相互干扰	(185)
9.4 机后体流场的数值计算	(191)
第十章 排气系统试验技术	
10.1 排气系统试验的基本要求	(199)
10.2 排气系统试验设备简介	(199)
10.3 主要参数测量	(201)
10.4 数据采集/控制系统	(226)
10.5 地面静态台架试验数据的换算	(232)
10.6 误差分析	(233)
参考文献	

第一章 热力学和气体力学基础

在对排气系统各部件，主要对排气喷管的工作进行讨论时，要用到热力学和气体力学有关方面的知识。因之在正式讨论排气系统各部件的工作以前，对热力学及气体力学的一些有关的定律、概念及基本方程做一简要的回顾，是必要的。

1.1 热理想气体的状态方程

热理想气体由状态方程：

$$pv = RT \quad (1.1)$$

来定义。也就是说，上式中的 R 是常数或十分接近常数的气体才是热理想气体。因之在有离解发生区中的气体，严格地说不是热理想气体。因为离解使分子量发生变化，因而 R 也发生变化的原故；如果不发生离解，而实质上激发振动，气体还是理想的，但不是热理想气体。

得指出：气体常数 R 常以“通用气体常数 R_u ”给出，这时：

$$R = R_u / M$$

式中 M 为分子量。

在一些系统里

$$R_u = 8317 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \frac{\text{kg}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

例如对空气 $M = 29$ ，所以它的

$$R = 286.8 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \frac{1}{\text{K}}$$

1.2 热力学第一定律

焦耳（Joule）于1840年通过实验建立起热与功之间的当量关系。即热和功可以相互转换，其转换率是个恒值，称为热功当量（ J ）。以数学形式表示时为

$$E - E_1 = \int (\delta Q - \delta W)$$

或

$$dE = \delta Q - \delta W \quad (1.2)$$

式中 δQ 为传入体系或由体系传出的热； δW 为相应完成的功； E 是一个新参数，称为“贮能”。

得指出：1）贮能是一个体系参数，它只需要终端状态达到平衡就行，至于中间途径的状态是否平衡，那是没有关系的。2）贮能只指出两个状态间的数量差，而不是绝对值。

贮能包括能贮存在体系中的所有能量形式。 δQ 和 δW 二者都不能贮存，它们是传递中的能量。通常 E 可包括下列几种可贮存的能量：内能(U)、动能($\dot{m}V^2/2$)、势能($\dot{m}gZ$)、静电能、化学能、核能以及其他形式的能。在流体力学中所碰到的大多数情况，只考虑上述前三种能量形式，即：

$$E = U + \dot{m}V^2/2 + \dot{m}gZ \quad (1.3)$$

式中 Z 为势位高度。

所以在以单位质量为基准时，式(1.2)又可写成：

$$de = \delta q - \delta W \quad (1.4)$$

而式(1.3)又可写成：

$$e = \frac{E}{\dot{m}} = u + V^2/2 + gZ \quad (1.5)$$

式(1.2)和(1.4)对可逆过程和不可逆过程都适用。在不可逆过程中，有能量 dE (或 de_i)消耗在摩擦、湍流等耗散效应上。此类能量完全转换为分子的无规则运动。

内能(U)或(u)是由于原子和分子的运动而贮存在体系的原子和分子中的能量。它包括粒子移动的动量、振动能、转动能及由粒子电子云状态引起的电子能等。考虑一个质量为 $\dot{m}$ ，没有动能和势能的封闭体系。则由式(1.3)可把式(1.2)写成：

$$dU = \delta Q - \delta W \quad (1.6)$$

在可逆过程中体系所做的功为 $\delta W = p dV$ ，所以热力学第一定律又可写成：

$$dU = \delta Q_r - p dV \quad (1.7)$$

在不逆过程中，有能量 δE_i 消耗在克服耗散效应上。因此式(1.6)可写成形式：

$$dU = \delta Q - \delta U_i - p dV$$

或

$$du = \delta Q - \delta u_i - p dv \quad (1.8)$$

式中 δU_i (或 δu_i)表示由摩擦等耗散效应引起的内能的增加。

1.3 焓和比热

前面我们已讲到四个最基本的热力参数——比容(v)，压力(p)，温度(T)，和内能(u)。人们发现把这些参数做一些组合而形成的新参数，在实际应用中很有用处。在气体力学里常用到的一种组合是 $u + pv$ ，把它定义为单位质量物质的焓，以 h 表示，即：

$$h = u + pv \quad (1.9)$$

它和内能一样，也是个热力参数。

微分式(1.9)得：

$$dh = du + (p dv + v dp) \quad (1.10)$$

结合式(1.8)便得：

$$dh = \delta Q - \delta u_i + v dp \quad (1.11)$$

对可逆过程 $\delta u_i = 0$ ，则上式变为

$$\delta Q_r = dh - v dp \quad (1.12)$$

如果过程是绝热可逆的，即等熵过程，则得：

$$dh = v dp \quad (1.13)$$

另外一个非常有用的热力参数是比热。比热定义为：发生于可逆过程中交换的热量 (Q_r) 与温度变化之比，即：

$$c = \delta Q_r / dT$$

工程上特别感兴趣的是定压和定容加热时的比热 c_p 和 c_v 。很容易看出：

$$c_p = (\delta Q_r / dT)_{p=\text{const}}$$

$$c_v = (\delta Q_r / dT)_{v=\text{const}}$$

亦即：

$$\left. \begin{aligned} c_p &= (\partial h / \partial T)_p \\ c_v &= (\partial u / \partial T)_v \end{aligned} \right\} \quad (1.14)$$

绝热指数也是个很有用的参数，常以 k 表示：

$$k = c_p / c_v \quad (1.15)$$

从式 (1.14) 可以看出，比热 c_p 和 c_v 是热力参数的偏导数，因此它们本身也是个热力参数。且与实际发生的过程无关。

1.4 热力学第二定律

热力学第一定律仅涉及已转化为功的那一部分热。事实上甚至在一个可逆过程中也不能把加给体系的热全部转化为有用功。因为在热向功的转化过程中不可避免地伴随有一部分能量变为无用形式。这样论及有多少热可以转化为有用功的是第二定律。第二定律的描述是：任何发动机，在其循环过程中，不可能只从单一热源抽出热量转变为功。

由这可推论出另一个新的热力参数——熵 (S)。

熵定义为

$$dS = \delta Q / T \quad (1.16)$$

式 (1.16) 表明，两个给定状态之间熵的变化对联系这两个状态的一切过程都是相同的，因此，一个不可逆过程的熵的变化可以用与之有相同始末状态的任意选择的可逆过程的 $\int \delta Q_r / T$ 值来量度。

一个封闭体系经过一个可逆变化 ($\delta u_t = 0$) 从一个平衡状态到另一个平衡状态，方程 (1.8) 化为

$$\delta Q_r = du + p dv$$

结合式 (1.16)，便得：

$$T dS = du + p dv \quad (1.17)$$

众所周知，这就是Gibb方程，它联系着五个 (T, S, u, p, v) 热力参数。

把式 (1.10) 中的 du 代入，得：

$$T dS = dh - v dp \quad (1.18)$$

虽然式 (1.17)，(1.18) 是由可逆过程导出的，但它们对不可逆过程也成立。因为方程式里仅包含与过程无关的热力参数。

由式 (1.17) 和 (1.8) 便得出如下对可逆过程和不可逆过程都适用的方程：

$$dS = \frac{du + p dv}{T} = \frac{\delta Q - \delta u_t}{T} \quad (1.19)$$

于是、在由状态1到状态2的变化过程中熵的变化为

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{du + p dv}{T} \quad (1.20)$$

由式 (1.19) 可以看出, 对可逆过程 $\delta u_i = 0$, $\delta Q = T dS$, 而对不可逆过程, $\delta u_i > 0$, $\delta Q < T dS$ 。当 $\delta Q = 0$ 时, 过程称为绝热的。当 $\delta u_i = 0$ 时, 过程是可逆的。在 $\delta Q = \delta u_i = 0$ 的特殊情况下, $dS = 0$, 称为等熵过程, 即可逆绝热过程。因此

$$dS \geq \delta Q/T \quad (1.21)$$

式中等号用于可逆过程, 不等号用于不可逆过程。

由此还可引出两个由热力参数组合而成的函数, 即:

$$G = h - TS$$

$$F = u - TS$$

G 为Gibb函数; F 为Hemholtz函数。

这两个函数也是热力参数, 在有些情况下, 特别在确定化学反应情况下很有用。

这样我们就导出了五个新的热力参数, 即内能 (u)、焓 (h)、熵 (S)、 G 函数及 F 函数。

1.5 气体动力学基本方程

1.5.1 质量守恒

体系的质量守恒定律, 是指在没有核效应和相对论效应情况下, 体系的质量是个常数。

用数学表达式表示时为

$$\rho_t + \nabla \cdot (\rho V) = 0 \quad (1.22)$$

对定常流动, $\rho_t = 0$, 连续 (质量守恒) 方程便为

$$\nabla \cdot (\rho V) = 0 \quad (1.23)$$

1.5.2 动量方程

对无粘理想流体, 动量方程是:

$$\rho \frac{DV}{Dt} + \nabla p - \rho B = 0 \quad (1.24)$$

式中 B 为单位质量的彻体力。

在不考虑彻体力时, 上式为

$$\rho \frac{DV}{Dt} + \nabla p = 0 \quad (1.25)$$

对定常流动 $(u_i)_t = 0$, 所以 $\rho \left(\frac{DV}{Dt} \right) = \rho (V \cdot \nabla) V$, 于是动量方程便变为

$$\rho (V \cdot \nabla) V + \nabla p = 0 \quad (1.26)$$

这就是熟知的欧拉方程。

利用 $(V \cdot \nabla) V = \nabla \left(\frac{V^2}{2} \right) - V \times (\nabla \times V)$ 关系, 上式便变为

$$\nabla \left(P + \frac{V^2}{2} \right) = V \times (\nabla \times V) \quad (1.27)$$

式中

$$P = \int \frac{dp}{\rho}$$

由式 (1.18), (1.27), 沿流线 l 微分得:

$$-T \frac{dS}{dl} + \frac{d}{dl} \left(h + \frac{1}{2} V^2 \right) = [V \times (\nabla \times V)]_l \quad (1.28)$$

式中 $\left(h + \frac{1}{2} V^2 \right)$ 为单位质量的能量, 它沿流线不变。因而由式 (1.28) 沿流线有:

$$-T dS = [V \times (\nabla \times V)]_l dl \quad (1.29)$$

矢量 $V \times (\nabla \times V)$ 与流线垂直, $[V \times (\nabla \times V)]_l dl$ 为零, 所以沿流线熵没有变化。

将式 (1.27) 沿流线的法线方向微分得:

$$-T \frac{dS}{dn} + \frac{d}{dn} \left(h + \frac{1}{2} V^2 \right) = [V \times (\nabla \times V)]_n \quad (1.30)$$

若在整个流场中流动是均匀的, 能量各处相同, 即

$$\frac{d}{dn} \left(h + \frac{1}{2} V^2 \right) = 0$$

于是得:

$$-T \frac{dS}{dn} = [V \times (\nabla \times V)]_n \quad (1.31)$$

可见在流场中若所有流线的熵不等, 亦即沿流线法向熵的梯度不为零, 则流场为有旋。例如在超音速流场中, 出现冲波。若经过冲波后流线的熵变化不一样, 亦即沿法线方向存在熵的梯度, 则冲波后的流动必为有旋。

还得指出: 如果流动不是均熵的, 那么即使在某一瞬间, 流场上到处 Ω 都是零, 而下一瞬间涡量 (Ω) 也不会为零, 所以不均熵流必然是有旋流。

1.5.3 能量方程

对于微元控制体, 能量方程的微分形式是:

$$\delta W + \delta W_t - \delta Q + \rho \frac{D}{Dt} \left(h + \frac{1}{2} V^2 + gZ \right) - p_t = 0 \quad (1.32)$$

式中:

$$p_t = \partial p / \partial t$$

在定常流动情况 ($\partial p / \partial t = 0$), 且无摩擦损耗 ($\delta W_t = 0$), 无传输功 ($\delta W = 0$), 又不考虑重力效应条件下 ($gZ = 0$), 式 (1.32) 表明: 对任何流体微团来说, 焓和动能之和的变化率恰等于所加的热量 Q 。在这意义上, 焓和动量之和看作是流体的“总能量”, 以总焓 h^* 表示。在特殊绝热流动情况下 ($\delta Q = 0$), 总焓沿任何一条流线不变。即:

$$\nabla \left(h + \frac{1}{2} V^2 \right) = 0 \quad (1.33)$$

或写成

$$h + \frac{1}{2} V^2 = \text{const} \quad (1.34)$$

从而可得:

$$\frac{a^2}{k-1} + \frac{V^2}{2} = \frac{a^{*2}}{k-1} \quad (1.35)$$

式中 $a^* = (kRT^*)^{1/2}$ 为滞止音速。

利用:
$$T^*/T = (p^*/p)^{\frac{k-1}{k}}$$

的关系, 于是可得出流速 V 以压力比表示的形式为

$$V = \sqrt{\frac{2kR}{k-1} T^* [1 - (p/p^*)^{(k-1)/k}]} \quad (1.36)$$

1.6 气动函数

在作气流计算时, 常常遇到与 Ma (或 λ) 有关的组合参数。这种关系称为气动函数, 常用的有:

1) 静温与总温之比:

$$\tau = T/T^* = 1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 = 1 / \left(1 + \frac{k-1}{2} Ma^2 \right) \quad (1.37)$$

2) 静压与总压之比:

$$\pi = p/p^* = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right)^{k/(k-1)} = 1 / \left(1 + \frac{k-1}{2} Ma^2 \right)^{k/(k-1)} \quad (1.38)$$

3) 通过单位切面的流量与其临界流量值之比:

$$q(\lambda) = \frac{\rho V}{\rho_{1i} a_{1i}} = \left(\frac{k+1}{2} \right)^{1/(k-1)} \lambda \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right)^{1/(k-1)} \quad (1.39)$$

利用 $q(\lambda)$ 函数, 可写出流量公式为

$$\dot{m} = N \frac{p^* A q(\lambda)}{\sqrt{T^*}} \quad (1.40)$$

式中:

$$N = \sqrt{\frac{k}{R} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{(k+1)/(k-1)}}$$

4) $y(\lambda)$ 函数:

$$y(\lambda) = q(\lambda) / \pi(\lambda) = \left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{1}{k-1}} \frac{\lambda}{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2} \quad (1.41)$$

利用 $y(\lambda)$ 则流量公式为

$$\dot{m} = N \frac{p^* A y(\lambda)}{\sqrt{T^*}} \quad (1.42)$$

5) ϕ 函数:

$$\phi = \left\{ \frac{2k^2}{k-1} \left(\frac{p}{p^*} \right)^{2/k} \left[1 - \left(\frac{p}{p^*} \right)^{(k-1)/k} \right] \right\}^{1/2} \quad (1.43)$$

利用 ϕ 流量公式为

$$\dot{m} = \frac{\phi p^* A}{\sqrt{kRT^*}} \quad (1.44)$$

利用流量方程, 可把任何一个切面处的面积比与压力比或马赫数 Ma 联系起来。即

$$A/A_{1i} = \frac{\left(\frac{2}{k+1} \right)^{1/(k-1)} \left(\frac{k-1}{k+1} \right)^{1/2}}{\left(p/p^* \right)^{1/k} \left[1 - \left(\frac{p}{p^*} \right)^{(k-1)/k} \right]^{1/2}} \quad (1.45)$$

$$A/A_1 = \frac{1}{Ma} \left[\left(\frac{2}{k+1} \right) \left(1 + \frac{k-1}{2} Ma^2 \right) \right]^{(k+1)/2(k-1)} \quad (1.46)$$

6) $z(\lambda)$ 函数:

$$z(\lambda) = \lambda + 1/\lambda \quad (1.47)$$

利用 $z(\lambda)$, 于是气流的冲量公式为

$$I = \dot{m}V + pA = \frac{k+1}{2k} \dot{m} a_1 z(\lambda) \quad (1.48)$$

或

$$I = pA(1 + kMa^2) \quad (1.49)$$

7) $f(\lambda)$ 函数:

$$f(\lambda) = (\lambda^2 + 1) \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right)^{1/(k-1)} \quad (1.50)$$

利用 $f(\lambda)$ 于是冲量公式为

$$I = p^* A f(\lambda) \quad (1.51)$$

8) $r(\lambda)$ 函数:

$$r(\lambda) = \frac{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2}{1 + \lambda^2} \quad (1.52)$$

利用 $r(\lambda)$ 冲量公式便为

$$I = pA/r(\lambda) \quad (1.53)$$

有关气动函数的图线关系, 如图1.1所示。

1.7 超音速气流膨胀和压缩基本方程

二维定常均匀超音速流偏转了 δ 角后, 发生着朗特-迈耶膨胀, 会加速到更高的 Ma 数, 该 Ma 数与气流偏转角 δ 的关系为

$$\delta = -\sqrt{b} \left\{ \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{(Ma^2 - 1)^{1/2}}{b} \right] - \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{(Ma_1^2 - 1)^{1/2}}{b} \right] \right\} + [\operatorname{tg}^{-1}(Ma^2 - 1)^{1/2} - \operatorname{tg}^{-1}(Ma_1^2 - 1)^{1/2}] \quad (1.54)$$

如果气流起始膨胀的 Ma 数为 $Ma_1 = 1.0$, 则气流偏转了 δ 角后所对应的 Ma 数便为

$$\delta = -\sqrt{b} \operatorname{tg}^{-1} \sqrt{\frac{(Ma^2 - 1)}{b}} + \operatorname{tg}^{-1} \sqrt{Ma^2 - 1} \quad (1.55)$$

式中:

$$b = (k+1)/(k-1)$$

由方程 (1.55) 给出的流动偏转角 δ 通常称为普朗特-迈耶角, 是从初始音速膨胀到超音速 Ma 数时所必须的偏转角。图1.2中给出了 $k=1.4$ 时, 普朗特-迈耶角 δ 与马赫数 Ma 的曲线关系。

二维定常均匀超音速气流向内折转了 δ 角时, 会产生一道斜冲波, 使气流的速度下降, 静压升高, 同时带来总压损失。这损失的大小与工质的性质, 冲波前气流的 Ma 数, 及冲波倾斜角 β 大小有关。即气流经过斜冲波后的总压恢复系数为

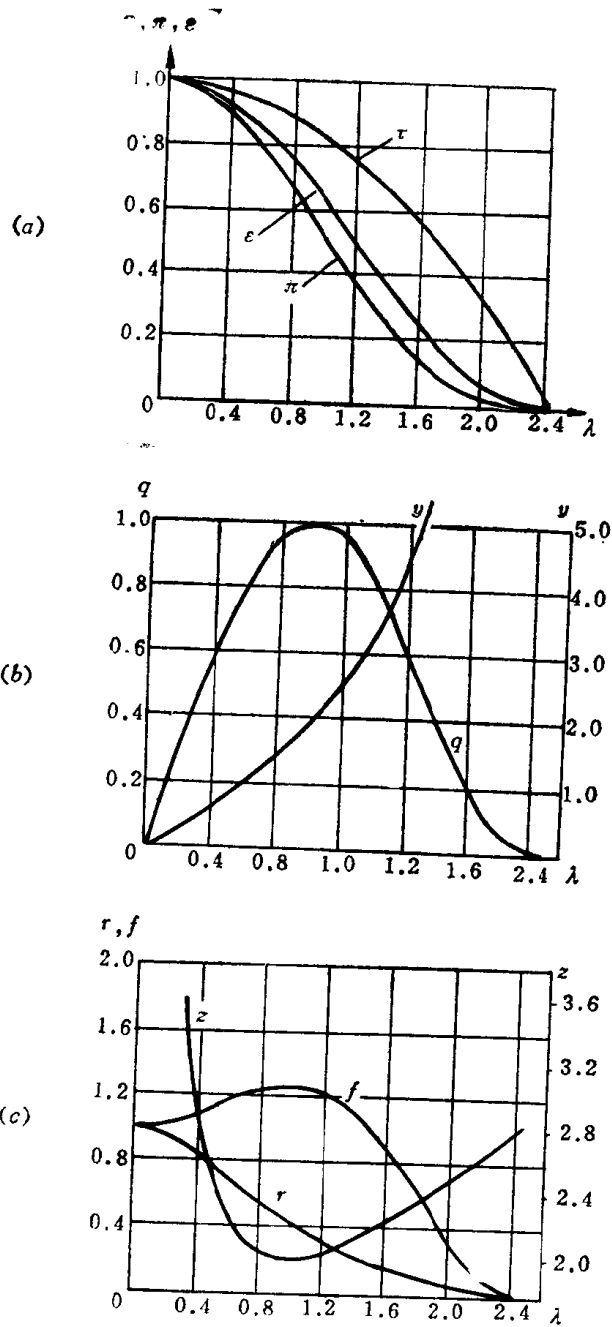


图 1.1 气动函数曲线

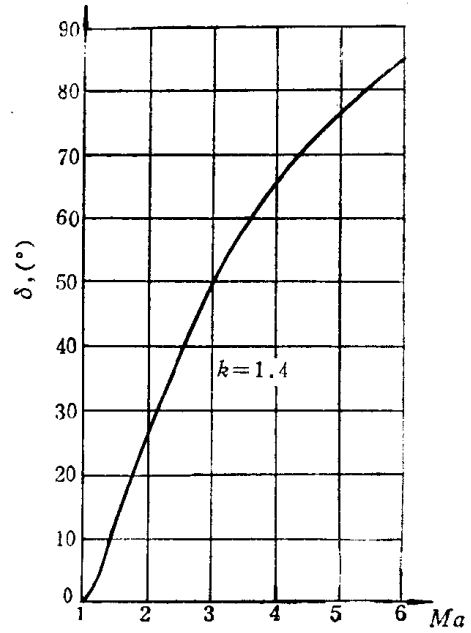


图 1.2 $k=1.4$ 时, 马赫数 Ma 与气流偏转角 δ 的关系

$$\tau(Ma) = \left\{ \left(\frac{2k}{k+1} Ma_1^2 \sin^2 \beta - \frac{k-1}{k+1} \right)^{1/(k-1)} \left[\frac{2}{k+1} \left(\frac{1}{Ma_1^2 \sin^2 \beta} + \frac{k-1}{2} \right) \right]^{k/(k-1)} \right\}^{-1} \quad (1.56)$$

式中 β 为冲波角, 它与气流的折转角 δ 有关, 即

$$\operatorname{ctg} \delta = \frac{1 + Ma_1^2 \left(\frac{k+1}{2} - \sin^2 \beta \right)}{Ma_1^2 \sin^2 \beta - 1} \operatorname{tg} \beta \quad (1.57)$$

超音速气流经斜冲波后, 静压的增大为

$$p_2/p_1 = \frac{2k}{k+1} Ma_1^2 \sin^2 \beta - \frac{k-1}{k+1} \quad (1.58)$$