



# 相对论和早期量子论中的基本概念

BASIC CONCEPTS  
IN  
RELATIVITY  
AND  
EARLY QUANTUM  
THEORY

【美】R. 瑞斯尼克著  
上海师范大学物理系译校  
许国保

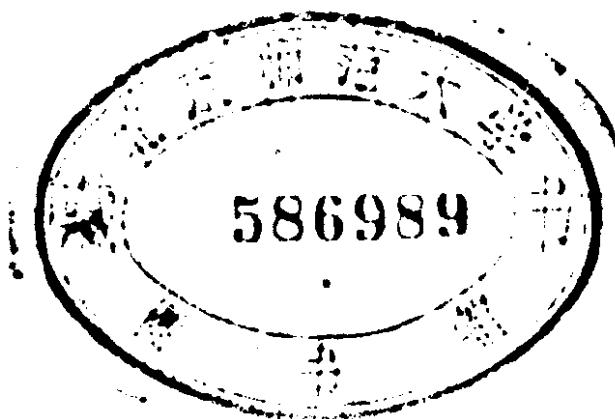
上海科学技术出版社

JYI/117/01

# 相对论和早期量子论中 的基本概念

〔美〕 R. 瑞斯尼克 著

上海师范大学物理系 译  
许 国 保 校



上海科学技术出版社

BASIC CONCEPTS IN  
RELATIVITY AND EARLY QUANTUM THEORY  
Robert Resnick  
by John Wiley, Sons, Inc. (1972年纽约版)

相对论和早期量子论中  
的基本概念

〔美〕R. 瑞斯尼克 著  
上海师范大学物理系 译  
许 国 保 校  
上海科学技术出版社出版  
(上海瑞金二路 450 号)

上海发行所发行 上海群众印刷厂印刷

开本 850×1156 1/32 印张 9 字数 235,000  
1978年11月第1版 1978年11月第1次印刷  
印数 1—40,000

书号：13119·734 定价：0.88 元

## 译者说明

相对论和量子论是由于电磁学、光学和原子光谱的精密实验结果，不能由经典物理学来说明，而在本世纪初创立的。到了二十年代发展成为完整的理论。近十余年来，随着工程技术、科学的研究的高度发展，相对论和量子论也从理论阶段进入实用阶段。例如激光、半导体技术、原子能以及高能粒子的研究，都需要有相对论和量子论的知识。因此，世界各国都把这两种理论纳入大学基础物理课程之中，以使非物理专业的学生在毕业后参加科技工作时也能运用这方面的知识。甚至有些国家还作了把相对论加入中学物理教程的尝试。

我国为了加速实现四个现代化，为大专学生和知识青年介绍一些相对论和量子论的基础知识，也有迫切的需要，但是，关于这方面的读物目前还很缺少。为此，我们选译了美国 1972 年出版的，R. 瑞斯尼克编写的《相对论和早期量子论中的基本概念》一书。

本书内容比较通俗，没有应用高深的数学，从实验结果出发，引出理论的基本假设和概念，然后再用物理描述和形象化的图画导出一些主要结论。书中强调了测量的重要性，例如对相对论的长度收缩和时间膨胀，明确指出这是对在相对运动的观察者所测量的长度和时间间隔的比较而言，并不涉及抽象的空间和时间，这可能对消除人们关于相对论的神秘感有所帮助。

本书每章列有参考文献，以鼓励读者去阅读原始资料或通俗著作。正文中常在括号内举出对《物理学》<sup>\*</sup>的一些章节的参考，可作为对经典物理学的一种复习。本书还包含 350 个以上内容广

\* D. 哈里德(Halliday)和 R. 瑞斯尼克(Resnick): 《物理学》(Physics), 1965 年  
高等教育出版社出版, 李仲卿等译。

泛、难易不一的问题和习题，最难的习题标以星号。书末附有习题的答案、常用数据以及公式的表格，以帮助读者自学。

由于译者的政治和业务水平不够，译文有错误和不妥之处，恳请读者随时指正。本书由苏云荪、徐在新、瞿鸣荣、赵宇昂、丁沅、宓子宏、阚仲元、汪思谦等译，由许国保校订。

# 目 录

<b>第一章 狹义相对论的实验背景</b> .....	<b>2</b>
§ 1-1 导言 .....	2
§ 1-2 伽利略变换 .....	4
§ 1-3 牛顿相对性 .....	8
§ 1-4 电磁学和牛顿相对性 .....	14
§ 1-5 找寻绝对参考系的尝试——迈克耳孙-莫雷实验 .....	16
§ 1-6 保留优先以太参考系概念的尝试——洛伦兹-斐兹杰惹 收缩假说 .....	24
§ 1-7 保留优先以太参考系概念的尝试——以太曳引假说 .....	25
§ 1-8 修改电动力学的尝试 .....	31
§ 1-9 相对论的假设 .....	32
§ 1-10 爱因斯坦和相对论的根源 .....	36
<b>第二章 相对论运动学</b> .....	<b>45</b>
§ 2-1 同时的相对性 .....	45
§ 2-2 洛伦兹变换式的导出 .....	51
§ 2-3 洛伦兹变换的某些推论 .....	57
§ 2-4 进一步从物理学角度来看洛伦兹变换式的主要特点 .....	61
§ 2-5 相对论中的观察者 .....	71
§ 2-6 相对论的速度相加 .....	73
§ 2-7 相对论中的光行差和多普勒效应 .....	77
§ 2-8 相对论并不神秘 .....	83
<b>第三章 相对论动力学</b> .....	<b>100</b>
§ 3-1 力学和相对论 .....	100
§ 3-2 重新定义动量的必要性 .....	101
§ 3-3 相对论动量 .....	103
§ 3-4 相对论的力定律和单粒子的动力学 .....	107
§ 3-5 质量与能量的当量关系 .....	119

§ 3-6 相对论和电磁学	129
<b>第四章 能量量子化</b>	<b>138</b>
§ 4-1 引言	138
§ 4-2 热辐射	138
§ 4-3 空腔辐射的经典理论和普朗克理论	144
§ 4-4 能量量子化	151
§ 4-5 弗兰克-赫芝实验	154
§ 4-6 一小段量子史	158
<b>第五章 辐射的粒子性</b>	<b>163</b>
§ 5-1 引言	163
§ 5-2 光电效应	163
§ 5-3 光电效应的爱因斯坦的量子理论	167
§ 5-4 康普顿效应	173
§ 5-5 光子和 X 射线的产生	180
§ 5-6 电子对的产生和湮没	183
<b>第六章 物质的波动性质和测不准原理</b>	<b>197</b>
§ 6-1 物质波	197
§ 6-2 电子光学与电子显微镜	205
§ 6-3 波粒二象性	209
§ 6-4 测不准原理	213
§ 6-5 测不准原理的一个推导	220
§ 6-6 测不准原理的解释	225
§ 6-7 结论	227
<b>第七章 原子的早期量子理论</b>	<b>233</b>
§ 7-1 原子的模型	233
§ 7-2 原子核模型的稳定性	241
§ 7-3 原子光谱	241
§ 7-4 玻尔原子	245
§ 7-5 单电子原子的玻尔模型	250
§ 7-6 角动量的量子化	254
§ 7-7 关于原子核的质量的修正	257
§ 7-8 量子化条件	261
§ 7-9 结论	264

## 第一章至第三章引言

近代物理学可定义为需要相对论和量子论来解释的物理学。这两个理论是当经典物理学在说明实验观察方面遇到越来越大的困难而在本世纪的最早二、三十年中发展出来的。

在本书的第一部分(第一至第三章)中，我们将考察相对论的实验背景，狭义相对论的发展，和相对论预言的实验证明。我们将看到，经典力学在高速运动范围中的失败，而相对论力学是一种包括经典定律作为特殊情况的推广。从而将逐渐引起对相对论原理的物理思想。从相对性考虑所产生的观点和结论被证明为对近代物理的许多领域，包括原子物理、原子核物理和高能物理，是有用而必要的。

# 第一章 狹义相对论的实验背景

## § 1-1 导 言

为了尽可能快地从空中一点向另一点传送讯号，我们采用一束光线或其他某种电磁辐射，例如无线电波。至今还未发现传送讯号的更快方法。这个实验事实说明光在真空中的速度  $c$  ( $= 3.00 \times 10^8$  米/秒)\*，对于其他能够比较的速度，例如粒子或机械波的速度来说，是一种适当的极限参考速度。

在我们日常经验的宏观世界里，运动物体或机械波相对于任何一个观察者的速度  $u$  总是大大小于  $c$ 。例如环绕地球的人造卫星可用 8.1 公里/秒的速度相对于地球运动；这里  $u/c = 0.000027$ 。在室温下，声波在空气中的速度是 332 米/秒，所以  $u/c = 0.0000010$ 。正是在这个永久存在、但有局限性的宏观环境里，首先形成了我们对于空间和时间的概念，并且正是在这个环境中，牛顿发展了他的力学体系。

然而，在微观世界里，可以找到速度十分接近光速的粒子。对于一个通过 10 Mev 电势差——这个数字是相当容易获得的——加速了的电子，其速度  $u$  等于  $0.9988c$ 。没有直接的实验检验，我们就不能有把握地说，牛顿力学可以从它在其中发展起来的通常的低速范围 ( $u/c \ll 1$ ) 保险地外推到这个高速范围 ( $u/c \rightarrow 1$ )。事实上，实验表明，当把牛顿力学应用到这样的高速粒子上，它并不能预示正确的答案。的确，在牛顿力学里，粒子所获得的速度在原则上是没有限制的，所以光速  $c$  完全不占什么特殊地位。但是，假定把前面所讲的 10 Mev 电子的能量增加到原来的四倍（达到

\* 光速的现今公认值是  $2.997925 \pm 0.000003 \times 10^8$  米/秒。

40 Mev), 实验表明电子的速度并不能象我们从牛顿的关系式  $K = \frac{1}{2} M v^2$  所期望的, 加倍到  $1.9976c$ , 而仍旧低于  $c$ ; 它仅从  $0.9988c$  提高到  $0.9999c$ , 变化了  $0.11\%$ . 或者, 假如  $10 \text{ Mev}$  电子垂直于  $20$  赫兹拉的磁场运动, 所测量到的它的轨迹的曲率半径并非  $0.53$  厘米(如象可从经典关系  $r = m_e v / qB$  计算出的那样), 而是  $1.8$  厘米. 所以不管牛顿力学在低速范围内可以用得怎样成功, 当  $u/c \rightarrow 1$  时, 它就惨败了.

在 1905 年, 阿尔伯特·爱因斯坦发表了他的狭义相对论. 由于受到对电磁本性取得更深刻理解的愿望的推动, 爱因斯坦在他的相对论中把牛顿力学推广和普遍化了. 他正确地预言了速度从  $u/c=0$  到  $u/c \rightarrow 1$  的整个范围里的力学实验结果. 人们由此看出, 牛顿力学不过是一种更为普遍的理论的重要的特殊情况. 在发展这种相对论过程中, 爱因斯坦批判地考查了用于测量长度和时间间隔的手段, 这种手段要求采用光信号; 而且事实上关于光如何传播的假定, 是这个理论所根据的两个中心假设中的一个. 他的理论终于使人们对空间和时间的本性具备全新的观点.

力学和电磁学之间有联系是不足为奇的, 因为在构成功学基础的空间和时间的基本度量方面, 扮演了主要角色的光(下面要谈到)正是一种电磁现象. 然而, 低速的牛顿时空是我们日常生活中如此经常接触的东西, 以至于每个人在他初次学习爱因斯坦理论要理解他的时空观念时有某种概念上的困难. 爱因斯坦在说到“常识是在十八岁以前敷设在思想上的一层偏见”时, 可能就是针对这种困难而言的. 事实上曾有人说, 每一种伟大的理论开始好象异端而终于成为偏见. 伽利略和牛顿关于运动的思想正好经历了这样一种历程. 半个多世纪来的实验和应用已经把狭义相对论推出了异端阶段并把它置于牢固的思想和实践基础上. 而且, 我们将表明, 对爱因斯坦的和牛顿的基本假定的仔细分析, 就会明白爱因斯坦的假定比牛顿的假定实在合理得多.

在下面的各页中, 我们将阐述狭义相对论思想的实验基础. 由于我们在上述回顾中知道了牛顿力学在用于高速粒子时失败,

看来首先考察牛顿力学的基础是合于思路的。这样，我们也许能够找到这样的线索，就是如何使它普遍化以得出在高速时的正确结论，同时仍然保持在低速时与实验的良好一致性。

## § 1-2 伽利略变换

让我们从考察一个物理事件谈起。一个事件是某种事物，它的发生不依赖于我们用来描写它的参考系。具体说，我们可以设想这个事件是两个粒子的碰撞或者是拧开一个小的光源。事件发生在空间的一点和时间的一瞬刻。我们可以在一个特定的参考系里用四个(空间-时间)测量值，比如说位置数字  $x, y, z$  和时刻  $t$  来确定一事件。例如，两个粒子的碰撞可以发生在一个参考系(比如地面上的实验室)的  $x=1$  米,  $y=4$  米,  $z=11$  米和在时刻  $t=7$  秒，所以这四个数(1, 4, 11, 7)就在那个坐标系里确定了这事件。从一个不同的参考系(例如一架在头顶上飞行的飞机)观察同一个事件也会由四个数来确定，虽然这些数可能与实验室参考系里的那些数不同。这样，假如我们要描写事件，第一步是建立参考系。

我们把惯性定律(牛顿第一定律)在其中成立的参考系定义为惯性参考系。在这样一个我们也可以称为非加速的系统中，受到合力为零的外力作用的物体将以常定速度运动。牛顿假设相对于恒星固定的参考系是一个惯性参考系。一个自身不旋转，而且关掉引擎而遨游于太空的火箭飞船，提供一个理想的惯性参考系。相对这样一个系统加速的参考系不是惯性的。

实际上，我们常可忽略由于地球的自转和轨道运动以及由于太阳系运动而产生的微小的(加速度)效应\*。这样就可以认为任何固定在地球上的一组坐标轴(近似地)构成一个惯性坐标系。同样，任何一组相对于地球匀速运动的坐标轴，例如在火车，轮船，或

\* 可以看出这些效应的情况是傅科摆实验和自由落体与铅垂线的偏离。在赤道上一物体从 12 米高度垂直下落的物体，与铅垂线的偏离小于 1/6 厘米，说明了这种效应的数量级。

者飞机里，将是（接近于）惯性的，因为匀速运动并不引起加速度。不过，相对于地面加速的坐标系，例如固定在一台旋转电马或一辆加速的车子上的坐标系，并不是一个惯性系。一个由合力为零的净外力作用的粒子，对于这种非惯性系里的观察者来说，并不沿直线作匀速运动。

我们在这里所说到的狭义相对论，仅仅讨论在不同的惯性参考系中的观察者对各种事件的描述。我们所研究其运动的物体对这些参考系可以是加速的，但是参考系本身是不加速的。由爱因斯坦在 1917 年提出的广义相对论涉及到所有的参考系，包括非惯性参考系\*。

现在考虑一个惯性参考系  $S$  和相对于  $S$  作匀速度  $v$  运动的另一惯性参考系  $S'$ ，如图 1-1 所示。为方便起见，我们选定它们的三条坐标轴彼此平行，并设它们的相对运动沿着公共的  $x-x'$  轴。以后，我们不难推广到参考系间的任意指向和相对速度，但是其中的物理原理并不因我们现在所作的特别简单的选择而受到影响。也要注意，我们同样可以认为  $S$  以速度  $-v$  相对于  $S'$  运动，

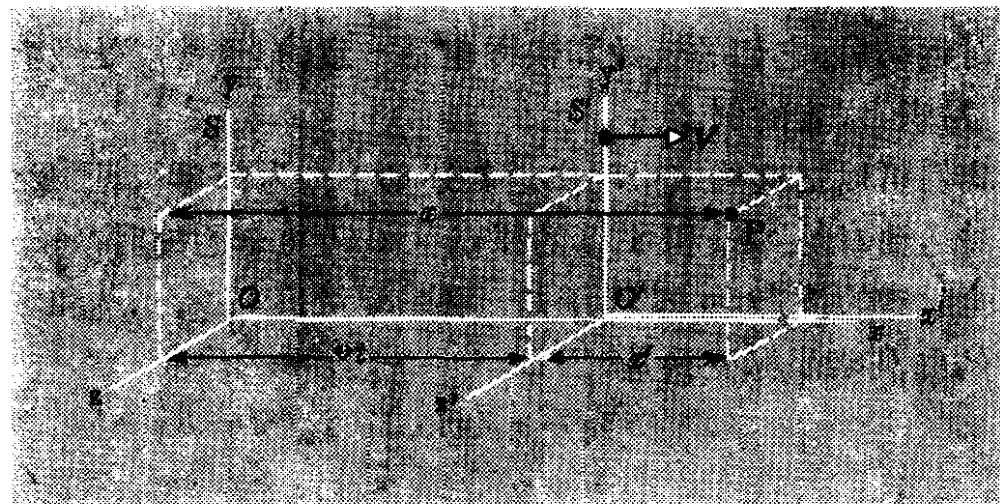


图 1-1 两个具有公共  $x-x'$  轴的惯性参考系， $y-y'$  轴和  $z-z'$  轴彼此平行。从  $S$  系来看， $S'$  系以速度  $v$  沿  $x$  轴正方向运动。同样，从  $S'$  系来看， $S$  系以同样大小的速度沿  $x'$  轴负方向运动。 $P$  点表示一个事件，它的空间-时间坐标可以由每个观察者测量到。原点  $O$  和  $O'$  在时刻  $t=0, t'=0$  重合

\* 见 R. 瑞斯尼克：《相对论导论》附论 C，“关于广义相对论的简要讨论”。

正如我们可以认为  $S'$  以速度  $v$  相对于  $S$  运动一样.

让一个事件发生在  $P$  点, 它的空间和时间坐标在每一个惯性参考系中受到测量. 例如,  $S$  中的观察者用米尺和时钟决定这个事件发生的地点和时刻, 以空间坐标  $x, y, z$  和时刻  $t$  来描写它.  $S'$  中的观察者, 用了他的测量工具, 以空间-时间坐标  $x', y', z'$  和  $t'$  标明同一个事件. 坐标  $x, y, z$  给出由观察者  $S$  测量的  $P$  点相对于  $O$  点的位置, 而  $t$  是由观察者  $S$  用他的时钟所记录的事件  $P$  的发生时刻. 同样, 坐标  $x', y', z'$  是指惯性观察者  $S'$  所定  $P$  对于原点  $O'$  的位置, 而  $t'$  是惯性观察者  $S'$  的时钟所记录到  $P$  的时刻.

现在我们要问在  $x, y, z, t$  和  $x', y', z', t'$  之间有什么关系. 两个惯性系观察者所用的米尺是彼此间经过比较和校正好的, 用的时钟也是彼此同步和校正好好的. 下面我们将采用带些批判的目光来看的经典方法, 这种方法假定长度间隔和时间间隔是绝对的, 也就是说, 对于所有惯性参考系的观察者来说, 同样事件间的这些量是相同的. 例如, 在静止状态下互相比较好的长度相同的两根米尺, 在它们彼此相对运动时, 不用说它们的长度也是假定为相同的. 同样, 假定在静止时校正并同步的两个时钟, 即使在进入相对运动后, 它们的读数和快慢也是一致的. 这些就是经典理论作为“常识”假定的例子.

我们可以把这些结果明白地叙述如下. 为简单起见, 我们说, 在相对运动着的  $S$  系和  $S'$  系的原点  $O$  和  $O'$  重合的瞬时, 每一个观察者的时钟的读数为零. 于是, 联系测量值  $x, y, z, t$  和  $x', y', z', t'$  的伽利略坐标变换是

$$\left. \begin{array}{l} x' = x - vt, \\ y' = y, \\ z' = z. \end{array} \right\} \quad (1-1a)$$

这组方程与我们的经典性直觉是一致的, 方程的根据不难从图 1-1 中看出. 这里假定时间能独立于任何特定的参考系来定义. 这是经典物理的一个隐含的假定, 它表现为变换式里不出现  $t$  的变换, 在伽利略变换式中加上等式

$$t=t', \quad (1-1b)$$

我们就能使这个时间普遍性的假定显现出来.

从变换式(1-1a)和(1-1b)立刻可以得出, 两个给定事件, 比方说  $P$  和  $Q$ , 发生的时间间隔, 对每一个观察者来说是相同的, 即

$$t'_P - t'_Q = t_P - t_Q, \quad (1-2a)$$

以及在某一给定瞬时测量到的两个点, 例如  $A$  和  $B$  的距离或空间间隔, 对每一个观察者来说是一样的, 即

$$x'_B - x'_A = x_B - x_A. \quad (1-2b)$$

[例 1] 推导经典的空间间隔结果, 关系式(1-2b). 例如设  $A$  和  $B$  是一根棒的两个端点, 它静止在  $S$  参考系中. 棒以速度  $-v$  相对于观察者  $S'$  运动, 于是  $S'$  系的观察者量得端点位置是  $x'_B$  和  $x'_A$ , 而  $S$  系的观察者量得它们在  $x_B$  和  $x_A$ . 利用伽利略变换就能得到

$$x'_B = x_B - vt_B \quad \text{和} \quad x'_A = x_A - vt_A,$$

所以

$$x'_B - x'_A = x_B - x_A - v(t_B - t_A).$$

因为  $A, B$  两点是在同时测量的, 我们必须令  $t_B = t_A$ , 所以得到上面所找出的式子

$$x'_B - x'_A = x_B - x_A.$$

或者, 我们可以假定棒静止在  $S'$  系中, 因而它以速度  $v$  相对于  $S$  系观察者运动. 于是可以把伽利略变换相应地写为

$$\left. \begin{array}{l} x = x' + vt, \\ y = y', \\ z = z', \\ t = t'. \end{array} \right\} \quad (1-3)$$

从而得出  $x_B = x'_B + vt'_B$  和  $x_A = x'_A + vt'_A$ , 并利用  $t'_A = t'_B$ , 我们就又一次得出  $x_B - x_A = x'_B - x'_A$ .

要仔细注意这两种测量(端点  $x'_A, x'_B$  或  $x_A, x_B$ )是由每一个观察者各自做的, 并且我们假定这两种测量是在同时做的( $t_A = t_B$ , 或  $t'_A = t'_B$ ). 在同一时刻——就是同时——做测量的假定, 是运动

着的棒的长度定义的一个决定性方面。当然，我们不应该在不同时刻测量棒的两个端点的位置以取得运动的棒的长度；它将象在一个瞬刻测量一条游动着的鱼的尾巴位置，而在另一瞬时测量它的头的位置并以此来决定它的长度（见图 1-2）。

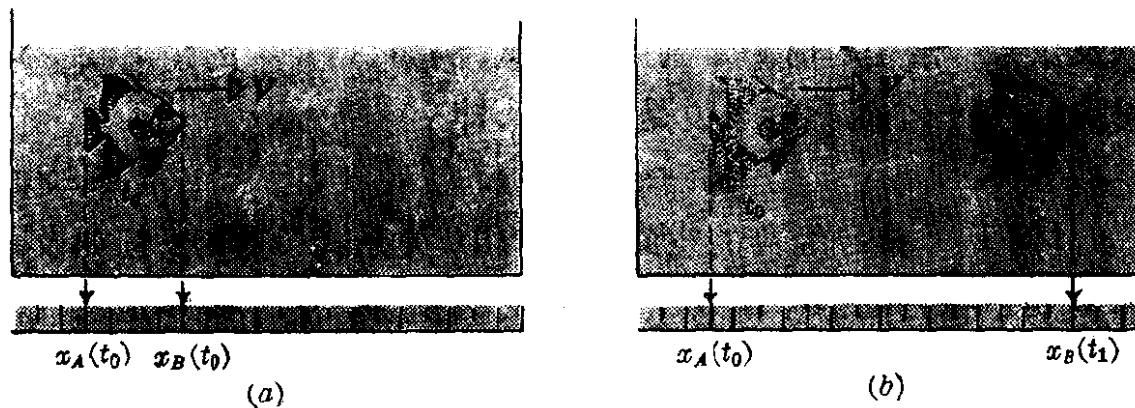


图 1-2 要测量游鱼的长度，必须同时作出它的头和尾的位置记号(a)，  
而不能在两个任意的不同时刻作出(b)

上面所作的时间间隔和空间间隔的测量，按照伽利略变换是绝对量；那就是说，对所有惯性系观察者来说，它们是一样的。参考系的相对速度  $v$  是任意的，而且不出现在结果之中。当再把物体的质量是个常数、不依赖于它对观察者的相对运动这个经典物理的假定加上去，我们就能够得出结论，即经典力学和伽利略变换认为长度、质量和时间——力学中的三个基本量——都与测量者（观察者）的相对运动无关。

### § 1-3 牛顿相对性

不同惯性系的观察者是怎样比较关于物体的速度和加速度的测量值的呢？运动着的粒子的位置是时间的函数，所以可以用位置的时间导数来表示粒子的速度和加速度。我们只要求出伽利略变换式的各级时间微商，就立刻可得出速度变换的式子：

$$x' = x - vt.$$

起初，对时间  $t$  求导数，就给出

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{dx}{dt} - v.$$

但是, 因为  $t=t'$ , 运算  $d/dt$  与运算  $d/dt'$  全同, 故

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{dx'}{dt'},$$

因此

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{dx}{dt} - v.$$

同样可得出

$$\frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{dt}$$

和

$$\frac{dz'}{dt'} = \frac{dz}{dt}.$$

然而  $dx'/dt' = u'_x$ , 即  $S'$  中量得的速度的  $x'$  分量;  $dx/dt = u_x$ , 是  $S$  中量得的速度的  $x$  分量, 等等, 所以我们简单地得到经典速度相加定理:

$$\left. \begin{array}{l} u'_x = u_x - v, \\ u'_y = u_y, \\ u'_z = u_z. \end{array} \right\} \quad (1-4)$$

很清楚, 在一般情形中, 参考系的相对速度  $v$  有沿着三个坐标轴的分量, 我们就会代以更一般的(矢量)结果:

$$\mathbf{u}' = \mathbf{u} - \mathbf{v}. \quad (1-5)$$

读者已经碰到过在这方面的许多例子(见 D. 哈里德和 R. 瑞斯尼克:《物理学》第一卷第 4-6 节). 例如, 飞机相对于空气的速度( $\mathbf{u}'$ )等于飞机相对于地面的速度( $\mathbf{u}$ )减去空气相对于地面的速度( $\mathbf{v}$ ).

[例 2] 一个旅客沿着火车车厢的过道以 2.2 公里/小时的速度向前走, 而火车相对于地面以 57.5 公里/小时的常速度沿着直的轨道运动. 问旅客相对于地面的速度是多少?

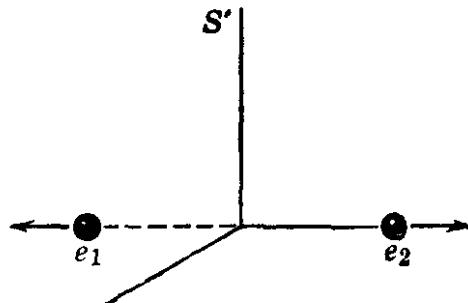
让我们选定火车为  $S'$  系, 所以  $u'_x = 2.2$  公里/小时.  $S'$  系以速度  $v = 57.5$  公里/小时相对于地面( $S$  系)向前运动. 于是旅客相对于地面的速度是

$$\begin{aligned} u_x &= u'_x + v = 2.2 \text{ 公里/小时} + 57.5 \text{ 公里/小时} \\ &= 59.7 \text{ 公里/小时.} \end{aligned}$$

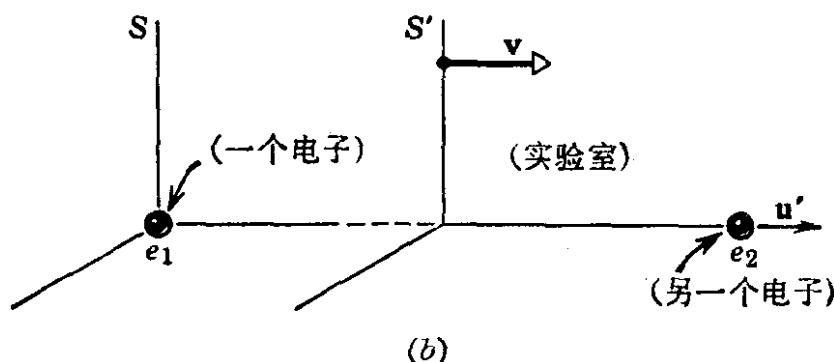
[例 3] 在静止于实验室的放射性物质样品中，有两个电子从放射性原子中沿相反的方向射出。由实验室观察者量得每一个电子的速度为  $0.67c$ 。根据经典速度相加定理，从一个电子测量到的另一个电子的速度是多少？

这里，我们可以将一个电子看成是  $S$  系，把实验室看成是  $S'$  系，而把另一个电子看成是我们将求取它在  $S$  系中的速度的物体（见图 1-3）。在  $S'$  系中，另一个电子的速度是  $0.67c$ ，例如说沿着  $x'$  正方向运动，而  $S$  系（一个电子）的速度是  $0.67c$ ，沿着  $x'$  负方向运动。这样， $u'_x = +0.67c$  和  $v = +0.67c$ ，所以按照经典速度相加定理，另一个电子相对于  $S$  系的速度是

$$u_x = u'_x + v = +0.67c + 0.67c = +1.34c.$$



(a)



(b)

图 1-3 (a) 在实验室参考系中，观察到两个电子以同样的速度反向运动。(b) 在一个电子的静止参考系  $S$  中，实验室以速度  $v$  运动。在实验室参考系  $S'$  中，第二个电子具有的速度以  $u'$  表示。由第一个电子看来，第二个电子的速度是多少？

为了得到加速度变换，我们只需将速度关系式(1-4)求微商，采用与上述相同的办法，可以得到：