

10 100 1000 10000 100000 1000000

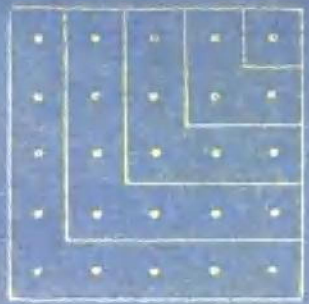
林夏水 著

2014

2 3 4 5 6 7 8 9 10 20 30

Kh-s-a-ya-th-i-ya Kh-s-a-ya-th-i-ya Vh-zh-r-
 Kh-s-a-ya-th-i-ya Kh-s-a-ya-th-i-ya Kh-s-a-ya-th-i-ya
 Kh-s-a-ya-th-i-ya Kh-s-a-ya-th-i-ya Kh-s-a-ya-th-i-ya
 Kh-s-a-ya-th-i-ya Kh-s-a-ya-th-i-ya Kh-s-a-ya-th-i-ya

10 100 1000 10000 100000 1000000



数学的对象与性质

社会科学文献出版社

1/7 1/2 2/3 K/HA

数学的对象与性质

JY1/30/04

林夏水 著



社会科学文献出版社

1994. 3

(京)新登字 028 号

中国社会科学院出版基金资助

数学的对象与性质

林夏水 著

社会科学文献出版社出版发行

(北京建国门内大街 5 号 邮政编码:100732)

新华书店经销 唐山市委机关印刷厂印刷

850×1160 1/32 开本 7.875 印张 179 千字

印数 0001—1500

1994 年 3 月第 1 版 1994 年 3 月第 1 次印刷

ISBN7-80050-521-9/B·54 定价:6.60 元

版权所有 翻印必究

前 言

我根据多年研究积累的资料,早在六年前就构思本书的总体框架。但仔细考虑后,发现有几个问题(比如,现代数学的研究对象和实践检验数学的功能等),必须根据数学研究的历史和现实,建立新的理论,才有希望得到解决。如果一本数学哲学专著不能解决数学发展中提出的哲学问题,或者提出解决问题的一种见解,作为引玉之砖,那就不如不写,免得浪费读者的宝贵时间。因此,我只好把一般的总体构想分解为一些具体的问题。经过近几年的研究,终于形成自己的独立见解。如数学对象(量)的层次性、实践检验数学的两种功能等。这些观点先后以论文形式发表出来,征求意见,使自己的想法渐臻完善。最后才形成书稿。

在征求意见过程中,大连理工大学应用数学所所长徐利治教授、北京大学科学与社会研究中心主任孙小礼教授、中国科学院软件所数理逻辑室杨东屏研究员、中国社会科学院哲学所所长陈筠泉教授、梁存秀研究员、童天湘研究员等专家,对我的论文或书稿都给予充分肯定,热情地提出宝贵意见。在本书付印之际,特表衷心感谢!

本书承蒙社会科学文献出版社的热情支持,得到中国社会科学院出版基金资助,才得以问世。本人不胜感激!

上述提到的一些专家和单位,只是表达我对他们的感激之情;无意表明拙作的完美。至于书中提出的一些新见解,是否正

确?有多大价值?还需要接受实践的真假判断和价值判断,以及读者的鉴定。本书只是作为引玉之砖,与学术界的同仁共同探讨之。同时,限于本人水平,缺点、错误在所难免,恳望学术界的同仁和读者不吝赐教。

林夏水

1993. 10. 于北京

目 录

导言	1
第一章 数学对象与量的层次性	13
第一节 关于现代数学对象的争论	13
第二节 量的层次性	27
第三节 现代数学是研究结构的科学	40
第四节 量的层次性的意义	47
第二章 数学对象的存在性与客观性	58
第一节 关于现代数学对象存在性与客观性的争论	58
第二节 数学对象的存在性	86
第三节 数学对象的客观性	99
第四节 评论	104
第三章 数学的性质	109
第一节 认识数学性质的历程	110
第二节 数学性质的二重性	130
第三节 评先天综合判断论与拟经验论	146
第四章 数学理论的真理性的	160
第一节 认识数学理论真理性的标准的历程	161

第二节 逻辑证明与实践检验的关系·····	174
第三节 实践检验数学理论的两种功能·····	189
第五章 数学与哲学·····	205
第一节 数学对哲学的影响·····	205
第二节 哲学对数学的影响·····	224
 外国人名译名对照表·····	 237
主要参考资料·····	243

导言

本书的内容涉及数学哲学的一些基本问题：数学对象、数学对象的存在性与客观性、数学的性质、数学理论的真理性。这些问题有着悠久的历史，至今仍然是数学哲学争论的主要问题。例如：

数学对象。最早对数学对象进行哲学概括的是古希腊哲学家亚里士多德。他认为，数学家在开始研究之前，先剥去事物的可感的质，而留下量性和连续性。这就从总体上肯定数学的研究对象是，事物的量而不是事物的质。同时，他还进一步说明，数是离散的数量，具有多少的意思；量是连续的数量，表示大小的意思。这样，他就把当时的数学概括为研究数量的科学。亚里士多德关于数学对象是数量这一哲学概括，反映了常数数学时期数学研究在对象上的特点。所以它为人们普遍接受。17 世纪以后，随着代数符号的引进和研究物体的运动规律，以及解析几何、微积分学的创立和代数学的发展，数学的研究对象已经由常数扩大到变数。函数成为数学的主要研究对象。在这里，函数概念已经超出原先表示多少的数或表示大小的数量的意义。它表示在一定取值范围内的一类数（即变数），而不是单个的、具体的数

(常数), 常数成为变数的特例。在函数的表达式中包含变数、常数及其运算, 而运算是表示变数间的一种关系。所以, 恩格斯把 17、18 世纪的数学对象概括为空间形式和数量关系。

19 世纪以后, 随着现代数学的发展, 涌现出许许多多新的数学对象。例如, 四元数、矩阵、命题、抽象元素、基数、序数、向量、 n 维空间等等。这些新的对象都具有运算的特征, 已经不是原来意义上的数量关系所能包括的。还有, 抽象代数理论的建立, 说明数学已经由研究运算对象的具体性转入研究运算本身的性质了。于是, 如何对现代数学研究对象的新特点作出新的概括呢? 法国布尔巴基学派认为, 数学是研究结构的科学。我国一些著名数学家则认为, 数学是研究纯量的科学。那么, 现代数学的对象是什么呢? 这是数学哲学首先必须回答的问题。

数学对象的存在性与客观性。在古希腊时期, 由于人们还分不清一般与个别、抽象与具体的关系, 把一般当作单个的存在物, 一般象具体的事物一样, 真实地独立存在。所以, 数学对象如何存在的问题成为他们争论的焦点。毕达哥拉斯学派认为: 数学对象独立存在于可感事物之中。柏拉图则认为: 数学对象独立存在于可感事物之外。亚里士多德批判这两种观点, 提出数学对象抽象地存在于可感事物之中。19 世纪以前, 绝大多数数学对象都是从具体事物中抽象出来的, 一般都具有现实原型。所以, 关于它们的存在性和客观性, 一般说来, 数学家是不怀疑的(除了象无理数、负数和虚数这些个别对象一开始有过争论以外)。另一方面, 以前关于数学对象存在性的准则是可构造性, 即能用直尺和圆规实际作出的图形才是存在的, 或者是能够实际求出某个问题的解, 才说明解的存在性。这就是说, 那时数学家所研究

的对象都是实际存在的。所以,数学家也就没有把数学对象的存在性作为一个问题来讨论。

1799年,K.高斯证明代数的基本定理时,并不是用求根的办法来证明根的存在性,而是在问题没有一般算法的情况下证明根的存在性。他开辟了研究数学对象存在性的新途径。但也引出后来直觉主义对存在性证明的怀疑:他们只承认可构造性的存在性证明,而拒绝接受非构造性的存在证明。19世纪以后,许多数学对象已经不是直接从自然界抽象、概括出来的,而是数学推理的必然结果,它们在现实世界中没有直接的对应物或现实原型。还有,公理系统中不加定义的概念以及规定其性质的公理也具有任意性。特别是形式系统不具有直观内容,只有经过解释才赋予其含义,它失去与实在事物的直接联系了。集合论的创立及其后出现悖论,直接导致柏拉图主义、形式主义、直觉主义之间,围绕实无穷(或无穷总体)而展开的关于数学对象的存在性与客观性的争论。

数学的性质。这是一个关于数学知识的来源问题。它在数学哲学中表现为,数学是经验的科学还是演绎的科学。19世纪以前,数学主要是适应生产和科学技术的需要而发展起来的。许多数学家通常也是某一科学部门的专家,他们为了解决生产和科学技术中提出的数学问题,发明数学方法、创立数学理论,从而推动数学的发展。自然界成为数学发现的最丰富源泉。因此,数学家一般认为,数学与自然科学一样,是一门经验科学。19世纪以后,随着分析的算术化、非欧几何和群论的创立,以及公理化方法在数学中的广泛应用,数学开始分为纯粹数学和应用数学。在纯粹数学中许多数学概念脱离了感性直观,超越了经验,

表现为一种理性创造、一种人为性,但在逻辑上又是无矛盾的。数学的成果表现为一系列的逻辑演绎,在形式系统中甚至看不到数学的经验内容。数学家在这里所研究的似乎只是人类精神的创造物和想象物。于是,数学性质的经验论便为数学的演绎论所代替。20世纪初,数学基础学派中的逻辑主义、形式主义正是根据这种观点,提出解决数学基础的可靠性和真理性的方案。1931年,K.哥德尔不完全性定理的发表,说明形式主义的计划是无法实现的。逻辑主义也没有真正把数学还原为逻辑。还有,公理集合论虽然避免了已知的悖论,也满足数学发展的需要,但它的相容性只是一个经验事实。许多数学家又开始怀疑数学是一门演绎科学的观点,重新反思数学的性质。数学经验主义又在数学哲学中复兴。当逻辑经验主义者C.G.亨佩尔在数学哲学中坚持逻辑主义观点的时候,美国科学哲学家W.V.O.蒯因就出来批判逻辑实证主义把命题划分为分析命题和综合命题,以及数学是不含经验内容的分析命题等观点,提出科学知识“作为一个整体来面对感觉经验的法庭”的经验论观点。60年代,数学哲学家、科学哲学家I.拉卡托斯则从认识论方面进一步论述数学的拟经验性质,提出数学是拟经验的理论。那么,数学的性质是什么?它是经验的还是演绎的抑或是拟经验的?这是数学哲学必须回答的又一个问题。

数学理论的真理性。这是与数学性质相联系的一个理论问题。它主要涉及检验数学理论真理性的标准是什么。由于数学研究方法的特殊性,它不象自然科学那样采用观察、实验的方法,而是采取逻辑演绎的方法。一个自然科学理论如果没有实验的证实,科学家是不承认的。相反地,一个数学理论如果没有严

密的逻辑证明,数学家是拒绝接受的。比如,你量了一千个、一万个等边三角形的三个内角都相等,数学家还是不会承认等边三角形的三个角相等是一条定理。只有经过严密的逻辑证明以后,数学家才会承认它。这就提出一个问题:数学理论的真理标准到底是实践还是逻辑证明?逻辑主义和形式主义把数学理论的真理性等同于逻辑上的无矛盾性。经验主义坚持数学理论应该面对感觉经验的法庭,接受经验的裁判。在它们各执一端的时候,数学拟经验论者则提出,检验数学理论真理性是潜在证伪者:逻辑的证伪者和启发式的证伪者。那么,如何阐明实践检验与逻辑证明的辩证关系,这是数学哲学工作者义不容辞的责任。

以上四个问题,从传统哲学的分类来看,前两个问题属于本体论,后两个问题属于认识论。这两类问题比起数学哲学的其他问题(例如,数学方法论、数学美学、数学与社会、数学与科学等),更重要、更基本。因为它们随着数学的发展不断改变自己的形式,吸引着一代又一代的数学家和哲学家为之探讨;它们影响着数学自身的发展,支配着数学哲学其他问题的研究。所以,本书主要集中探讨这四个基本问题。因此,这四个问题依次成为本书的前四章。另加一章“数学与哲学”。

第一章数学对象与量的层次性。根据认识发展的阶段性和数学发展在不同阶段上研究对象的不同特点,论述量的层次性理论,并以此评价现代数学对象的争论和阐明现代数学是研究结构的科学;说明量的层次性理论是怎样丰富哲学对量的认识,以及对数学史分期的意义。

第二章数学对象的存在性与客观性。根据人类思维的发展过程,即从感性具体到理性抽象,再由理性抽象上升到理性具

体,把数学对象分为两类:第一类是从具体事物中抽象出来的,具有直接的现实原型;第二类是从逻辑推导出来的,表现为逻辑上可能的对象。然后具体论述数学对象存在性与客观性的辩证性,避免因不分具体情况而作出片面断言所引起的争论。

第三章数学的性质。根据数学思想史上数学家对数学性质经历了否定之否定的认识过程;以及数学作为对客观世界的一种认识,它遵循着认识的发展规律,同时,它作为研究量的科学,其研究方法又具有特殊性的特点;论述了数学性质的二重性:实践性和演绎性。最后,评述了关于数学性质的两种理论:康德的先天综合判断论和拉卡托斯的拟经验论。

第四章数学理论的真理性的标准。主要讨论真理性的标准。根据数学史上的大量事实论述,逻辑证明与实践检验是两个不同认识层次上的检验标准;逻辑上证明为真的数学理论,只说明它符合推理规则,但逻辑真只是走向真理的第一步,只有实践才是判定数学理论是否正确反映客观实际的最终标准;但又必须认识到,实践检验数学理论所作出的判断具有两种功能:真假判断与价值判断,否则就无法说明实践是如何推动数学的发展的。

第五章数学与哲学。以数学史上的具体事例说明数学与哲学的相互关系,旨在引起哲学家重视数学,从数学成果中不断吸取新的营养来丰富和发展哲学;数学家重视哲学,从哲学的成果中吸取新的思想,在科学攀登的道路上不断开拓新的思路,才有希望到达光辉的顶点。

二

可以说,有数学就有数学哲学。既然数学哲学与数学有着同样悠久的历史,那么,现在数学哲学的学科状况如何呢?

自古以来,许多著名哲学家都研究过数学哲学。例如,毕达哥拉斯、柏拉图、亚里士多德、莱布尼茨、康德、黑格尔、马克思、恩格斯等等。他们研究数学哲学是为他们的哲学服务的,也就是说,为他们的哲学理论提供科学依据的。所以,那时的数学哲学还没有从一般的哲学分离出来。

进入 20 世纪以后,数学哲学才开始脱离一般哲学,而分属数学基础、科学哲学以及自然辩证法。本世纪初,作为数学基础的集合论出现悖论,数学家们感到数学基础面临着危机,需要为数学重新奠定牢固的基础。当时一些数学家从各自的数学哲学观点出发,提出解决数学基础问题的三种不同方案,形成不同的数学基础研究学派:逻辑主义、直觉主义和形式主义。因此,所谓数学基础就包含着两个方面的内容:数学哲学和数理逻辑。这种情况也充分体现在 70~80 年代英美的百科全书中。1980 年的《大英百科全书》(第 15 版)和 1972 年版的美国《哲学百科全书》都没有设置“数学哲学”条目,它们都只设置“数学基础”这个条目。在《大英百科全书》中,“数学基础”条目的内容包括:公理方法、发生方法、1900 年以后基础的危机(悖论、直觉主义、逻辑主义、形式主义和元数学方法)、当前的倾向(直觉主义的数学基

础、数学基础的非直觉主义研究)①。美国《哲学百科全书》中,“数学基础”条目的内容包括:公理化方法、认识论的讨论、柏拉图主义和构造主义、数理逻辑(哥德尔不完全定理、希尔伯特方案的发展和公理集合论)②。从这两部百科全书的条目设置的内容来看,他们都把数学哲学归属于数学基础。

我国自然辩证法界在1956年制定的《自然辩证法(数学和自然科学中的哲学问题)12年(1956~1967)研究规划草案》中,列举了自然辩证法研究的九类问题:第一类题目:数学和自然科学的基本概念与辩证唯物主义的范畴;第二类题目:科学方法论;第三类题目:自然界各种运动形态与科学分类问题;第四类题目:数学和自然科学思想的发展;第五类题目:对于唯心主义在数学和自然科学中的歪曲的批判;第六类题目:数学中的哲学问题;第七类题目:物理学、化学、天文学中的哲学问题;第八类题目:生物学、心理学中的哲学问题;第九类题目:作为社会现象的自然科学③。在这个规划草案中,数学哲学属于自然辩证法。

这些不同归类反映我们对数学哲学的研究还是不够的,只是研究其中的一些问题,还没有把它看作一门独立的哲学分支学科。所以,它也就寄名于自然辩证法或数学基础之下。但是,根据今天数学发展的状况,特别是数理逻辑的发展以及数学哲学特有的问题,数学哲学应该从数学基础中分离出来,进行独立的研究。这是因为,随着数学基础研究的深入展开和专门化,逐

① 《大英百科全书》第15版,1980,伦敦,第11卷,第330~369页

② 美国《哲学百科全书》,纽约,麦克米兰出版公司,1972,第5卷,第188~213页

③ 《自然辩证法研究通讯》,创刊号,1956年10月,第1~3页

渐发展出数理逻辑这门新兴的学科。现在一般公认,数理逻辑是数学的一个分支学科。这样,数理逻辑从数学基础分离出去以后,数学哲学继续留在数学基础的名下,也就显得名不正言不顺了。如上所述,数学基础问题的提出,其本意是要解决数学的推理基础问题的,它应该是具体科学的任务。当时数学家的哲学观点只是起着引导数学家采取何种办法(方案)来解决数学基础问题的,它并不解决具体的科学问题。此外,数学基础并不能包括数学哲学的全部内容,而数学发展到今天如此丰富的内容,我们也有必要从哲学上作专门的、全面的反思,总结出带有普遍意义的东西,作为数学继续发展的借鉴。因此,我们应该把数学哲学从数学基础中分离出来,作为一门独立的哲学分支学科来进行研究。

数学哲学是不是属于自然辩证法或者科学哲学呢?我认为,它既不属于自然辩证法也不属于科学哲学。众所周知,数学不是直接以物质世界为其研究对象的,而自然科学却是以物质世界为其直接研究对象的。因此,一般认为,在科学分类上,数学不属于自然科学。既然如此,那么研究数学中哲学问题的数学哲学也就不应该属于研究自然科学中哲学问题的自然辩证法或者科学哲学了。数学哲学不同于自然辩证法有其更深刻的根源,这就是数学研究对象的特殊性。由于这种特殊性才形成数学哲学的一些特有的问题。例如,在本体论问题上,自然科学家一般不会认为他们的研究对象是不存在的,但在数学哲学中关于数学对象是什么?它是否存在?如何存在?这类问题已经争论二千多年了,迄今仍然悬而未决。由于数学的研究对象不同于自然科学的研究对象,所以在研究方法上也有区别。自然科学采用观察、实

验的方法,而数学研究既不能用望远镜,也不能用显微镜,它只能运用思维的方法,即逻辑演绎的方法。研究方法的不同,又引出了数学是经验科学还是演绎科学,数学命题是分析的还是综合的,数学发展的根本动力是实践还是逻辑。还有,自然科学的理论结论如果没有实验的证实,科学家是不予承认的。相反地,数学上的结论如果没有严格的逻辑证明,数学家是拒绝接受的。比如,平面三角形的内角和等于 180° 这个定理,如果你量了一千个三角形,一万个三角形其内角和都等于 180° ,数学家绝对不会承认它是一条定理,最多只能是一种猜想。这就产生另一些问题:检验数学理论的真理性标准是什么?逻辑证明在数学发展中的作用和地位怎样?它与实践检验的关系如何?这些也是数学哲学长期争论的问题。由此可见,在自然辩证法或科学哲学看来争论不大的问题,在数学哲学中却成了长期争论的问题。这正说明自然辩证法或科学哲学不可能包括数学哲学。当然,它们也具有一些共同问题。这些共同问题正如《自然辩证法研究规划草案》中所列出的前五类题目。但从数学哲学发展史来看,数学哲学研究的重心仍然是在不同点上。所以,我认为,数学哲学既不能寄名于“数学基础”之下,也不能放在自然辩证法或科学哲学之中,它应该自成一门独立的哲学分支学科。

在这方面,无论是国外还是国内都已经有一些直接标明数学哲学的论著或杂志出版了。这表明这些学者已经开始把数学哲学作为一门知识体系、独立的哲学学科来进行研究了。有的作者还试图给它下定义,说数学哲学就是对数学作哲学分析;数学哲学问题就是研究数学中的哲学问题。这些都只是一种通俗化说法。从逻辑学的观点来看,这些说法都不能叫做数学哲学的定