

高等学校试用教材

建筑力学

中 册

武汉水利电力学院建筑力学教研室编

栗一凡 主编

人民教育出版社

内 容 提 要

本书包括了传统的材料力学、结构力学和某些近代工程力学的内容。根据它们的内在联系进行了综合的编写。全书分上、中、下三册。上、中册为各有关专业必需的基本内容,下册为选学内容,可根据专业需要选学其中的有关部分。

中册主要包括静定结构和超静定结构的基本计算方法、结构的稳定计算、弹性地基梁的计算以及结构的计算简图和结构的型式选择等。

本书为高等学校工科力学课程的试用教材,主要适用于水利类和土建类专业,也可供其他有关专业和工程技术人员参考。

高等学校试用教材

建 筑 力 学

中 册

武汉水利电力学院建筑力学教研室编

粟一凡 主编

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京印刷一厂印刷

*

开本 787×1092 1/16 印张 29.75 字数 674,000

1980年7月第1版 1980年12月第1次印刷

印数 00,001—7,400

书号 15012·0264 定价 2.45 元

目 录

第十一章 静定杆系结构的内力计算1	第九节 内力图的校核120
第一节 静定杆系结构及其型式1	第十节 超静定结构的特性122
第二节 工程实际中常见的桁架和刚架的 计算简图2	第十一节 单跨超静定梁的计算成果124
第三节 静定平面桁架的内力计算6	习题129
第四节 桁架的形式和腹杆的布置15	第十四章 用力法计算超静定拱与圆管133
第五节 工程实际中的静定刚架及其内力 计算20	第一节 概述133
第六节 工程实际中的三铰拱及其内力计算30	第二节 无铰拱的计算136
第七节 三铰拱的合理拱轴和压力线43	第三节 用总加法求积分141
第八节 静定结构的特性及其内力的计算 方法46	第四节 利用现成表格计算无铰拱的内力147
习题49	第五节 无铰拱的压力线154
第十二章 虚功原理与结构的位移计算55	第六节 支座位移、温度变化及混凝土 收缩作用下的计算155
第一节 刚体的虚功原理55	第七节 弹性支座上的等截面无铰拱的 计算158
第二节 变形体的虚功原理58	第八节 二铰拱的计算161
第三节 结构位移计算的一般公式—— 单位荷载法60	第九节 圆管的内力计算164
第四节 荷载作用产生的位移61	习题167
第五节 温度变化产生的位移75	第十五章 用位移法计算超静定结构171
第六节 支座位移产生的位移78	第一节 位移法的基本概念171
第七节 互等定理79	第二节 位移法的基本假定、基本未知数 和基本结构172
习题82	第三节 用位移法计算在荷载作用下的超 静定结构176
第十三章 用力法计算超静定结构88	第四节 位移法的简化计算186
第一节 超静定结构及其在工程实际中的 应用88	第五节 结构对称性的利用189
第二节 力法的基本概念92	第六节 等截面直杆的转角位移方程194
第三节 力法典型方程95	第七节 用转角位移方程计算超静定结构196
第四节 荷载作用下的计算98	第八节 用混合法计算超静定结构201
第五节 温度变化及支座位移作用下的 计算102	习题203
第六节 结构对称性的利用107	第十六章 力矩分配法205
第七节 超静定桁架和超静定组合结构113	第一节 力矩分配法的基本原理205
第八节 荷载作用下超静定结构的位移 计算118	第二节 用力矩分配法计算多个结点无 移动的结构216
	第三节 直接应用力矩分配法计算结点有 移动的结构227

第四节 位移法和力矩分配法的联合运用233
 第五节 关于有倾斜柱结构的计算241
 第六节 计算结构由于温度变化和支座
 沉降产生的内力245
 习题248
 第十七章 活荷载作用下结构的计算250
 第一节 活荷载作用下梁的受力特点250
 第二节 静定梁的反力和内力影响线251
 第三节 静定平面桁架的影响线257
 第四节 影响线的应用260
 第五节 简支梁的内力包络图 绝对最大
 弯矩和绝对最大剪力268
 第六节 活荷载作用下连续梁的计算272
 第七节 等代荷载的利用280
 习题282
 第十八章 结构的稳定计算285
 第一节 结构的稳定问题285
 第二节 细长压杆的临界力288
 第三节 压杆的临界应力296
 第四节 压杆的设计298
 第五节 偏心受压杆的纵向弯曲305
 第六节 杆的纵横弯曲309
 第七节 组合压杆的稳定计算312
 第八节 圆管和圆拱的稳定计算318
 习题324
 第十九章 弹性地基梁的计算328

第一节 弹性地基梁的特点328
 第二节 用文克尔假定计算弹性地基梁334
 第三节 用链杆法计算弹性地基梁351
 第四节 用戈氏法计算弹性地基梁368
 习题380
 第二十章 结构的计算简图和结构的
 型式选择383
 第一节 概述383
 第二节 结构计算简图的选择385
 第三节 结构的型式选择398
 附录 IV 厚壁刚架的计算404
 第一节 概述404
 第二节 考虑剪切变形影响时的形常数和
 载常数406
 第三节 考虑结点刚性域影响时的形常数
 和载常数409
 第四节 用力矩分配法计算厚壁刚架的内力410
 附录 V 作弹性地基上等截面梁计算用
 的阿·恩·克雷洛夫的函数表424
 附录 VI 弹性地基梁反力和内力计算
 系数表(戈氏表)431
 附录 VII 弹性地基梁在边荷载作用下
 的反力和内力计算系数表454
 附录 VIII 习题解答465

第十一章 静定杆系结构的内力计算

在上册各章中,我们已经着重介绍了单个基本构件(主要是杆)的设计计算问题。但是在工程实际中,我们大量遇到的将是由许多基本构件组成的构件系统,所以从本章起我们将着重介绍一些常见构件系统(主要是杆系结构)的设计计算方法和有关问题。

在本章内,我们先对几种常用静定杆系结构——桁架、刚架和三铰拱——的内力计算方法作比较详细的说明。

第一节 静定杆系结构及其型式

凡在任意荷载作用下,其全部反力及内力只需用静力平衡条件就可求得的几何不变系统称为静定结构。

在理解上述定义时必须注意:第一,所谓“静定”必须包括结构的全部反力和全部内力都是静力可定的,而不只是一部分反力和一部分内力是静力可定的。其次,“静定”的含义仅仅是指结构的反力和内力是静力可定的,不包括结构的其他物理量例如应力、位移等。

在工程实际中,合乎上述定义的静定结构可以有各种各样的形式,但是根据其构造特点与受力性能,大致可以分为下列五种类型。

1. 静定梁:

这类结构就是在上册第五章中已经介绍过的简支梁、外伸梁及多跨静定梁。它们的特点是以弯曲变形为主,内力主要是弯矩和剪力。

2. 静定拱:

这类结构的计算简图如图 11-1a 所示,其轴线是曲线,特点是在竖向荷载作用下,支座处除产生竖向反力外,还产生水平反力(又叫推力),内力主要是轴向压力。

3. 静定桁架:

这类结构的计算简图如图 11-1b 所示,它是用铰将若干直杆连接而成,其特点是在结点荷载作用下,各杆中只产生轴力。

4. 静定刚架:

这类结构的一些结点是刚结点,按照它们的受力特性可以分为梁型刚架(图 11-1c)和拱型刚架(图 11-1d)。刚架的内力一般包括弯矩、剪力和轴力。

5. 静定组合结构:

这类结构一般是由轴心受拉(压)杆和受弯杆组合而成。图 11-1e 所示的就是组合结构的一个例子。

在下面各节中将着重介绍静定桁架、静定刚架和静定拱的计算简图、特点和计算方法。

根据前面对静定结构的定义,我们知道,静定结构的全部反力和内力都只需用静力平衡条件

• 1 •

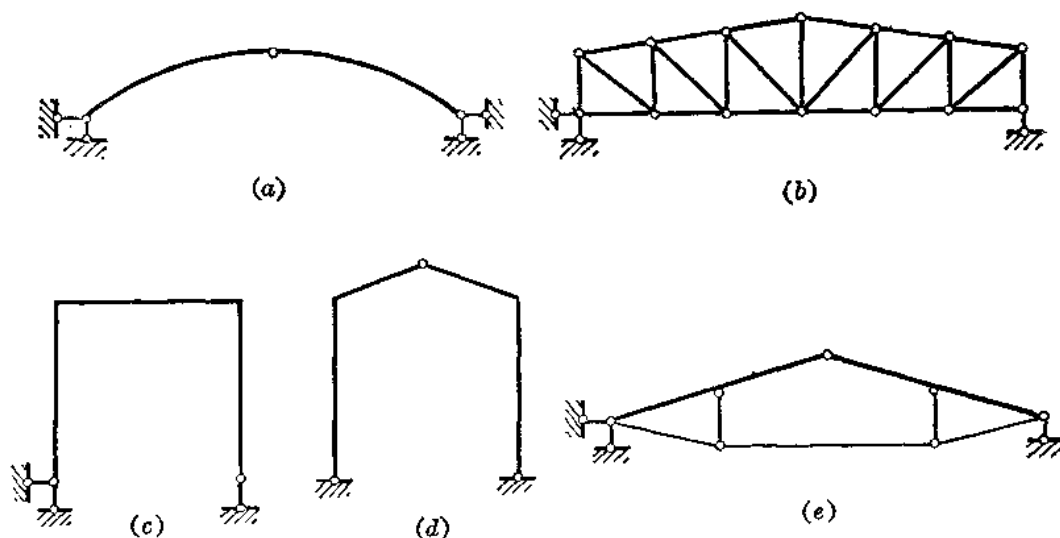


图 11-1

就可以求得, 因此, 在计算这些结构的反力及内力时, 可以像在上册第五章中计算静定梁的内力时一样, 或者利用结构的整体平衡条件, 或者利用一部分脱离体的平衡条件。也就是说, 对脱离体写出平衡条件是我们计算静定杆系结构内力的关键 (虽然, 对于不同类型、不同形式的结构, 选取脱离体建立平衡条件的技巧有所不同)。因此, 读者在学习本章时, 如果能够紧紧地掌握好这个关键, 并且灵活地加以运用, 那么, 对于静定杆系结构的内力计算问题就可以迎刃而解了。

第二节 工程实际中常见的桁架和桁架的计算简图

在上册的第五章和第六章中, 我们曾经对静定梁进行了介绍, 并且知道由于内力沿梁长上的分布和应力沿梁横截面上的分布都不是均匀的, 因此等截面梁, 特别是矩形等截面梁 (图 11-2a) 中的很大一部分材料常常是多余的, 它们不但不能充分发挥作用, 而且还会增加梁的自重, 间接影响梁承受外荷载的能力。随着社会生产的发展, 要求结构能跨过较大的跨度和承受较大的荷载, 于是, 在结构的形式上就逐渐出现了如图 11-2b 所示的桁架。

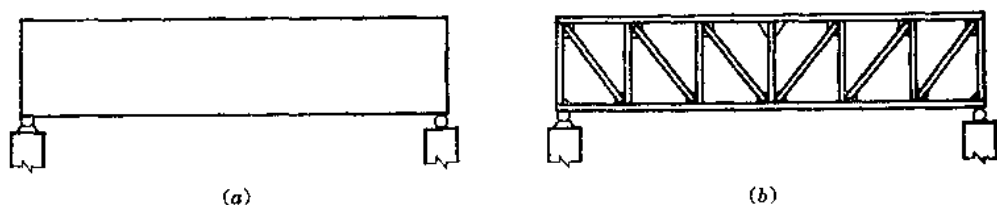


图 11-2

桁架在工程实际中的应用非常广泛, 在土建工程和水利工程中用得更多。例如图 11-3 所示

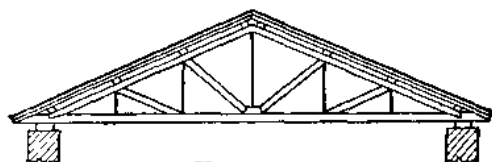


图 11-3



图 11-4

的为三角形屋顶桁架,图 11-4 所示的为钢筋混凝土屋顶桁架,图 11-5 所示的为南京长江大桥的

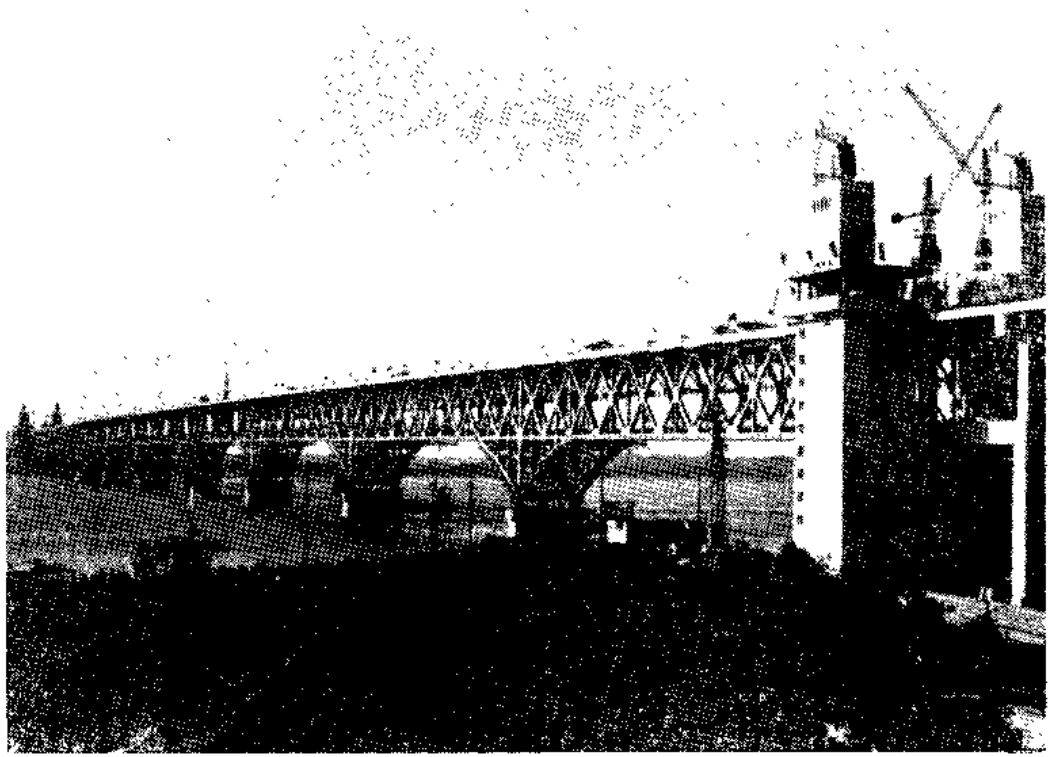


图 11-5

钢桁架,图 11-6 所示的为平面钢闸门中的主桁架和横向支撑桁架,图 11-7 所示的为施工中使用

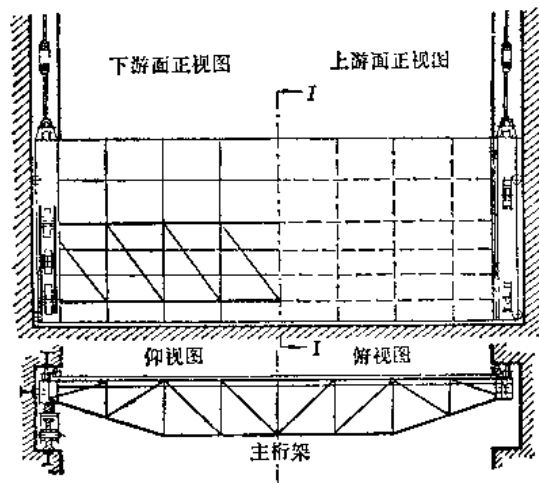


图 11-6

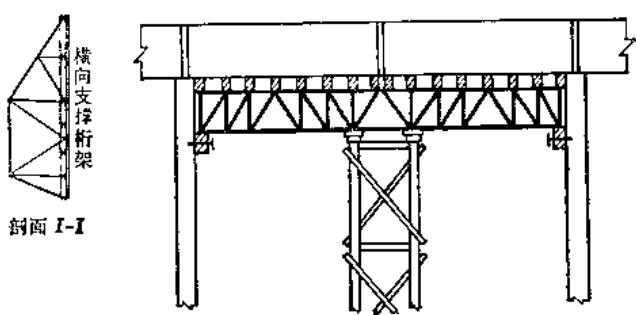


图 11-7

的模板支撑桁架,图 11-8 所示的为砂石料加工系统中的筛分楼和进料排架中所用的桁架。

由上面列举的这些实例可以看出,桁架是由许多直杆按一定方式和互结合起来的格构体系。在桁架中,几根杆件互相结合的地方称为结点。桁架的杆件,由于所处的位置不同,分别有不同的名称。如图 11-9 所示的桁架,在上边的各杆称为上弦杆,在下边的各杆称为下弦杆,在中间的

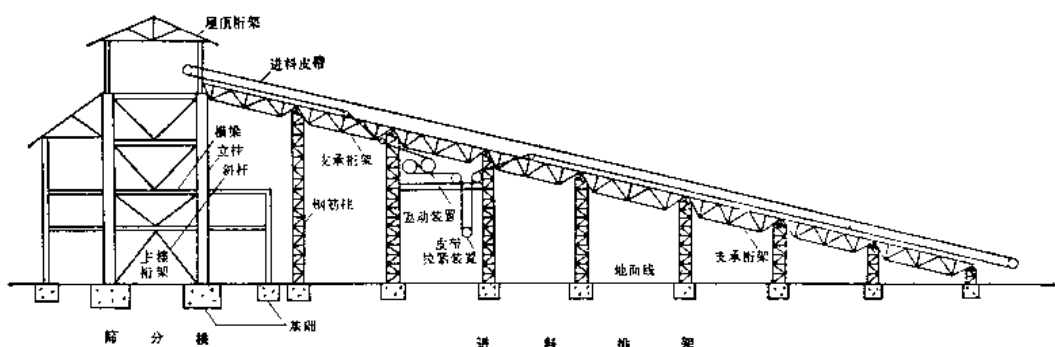


图 11-8

各杆称为腹杆，腹杆又按照竖向和斜向分为竖杆和斜杆。我们还把桁架两支座间的距离 l 叫做桁架的跨距，弦杆中间两个相邻结点间的距离 d 叫做节间长度，两支座的连线到桁架最高点之间的垂直距离 h 叫做桁架的高度。

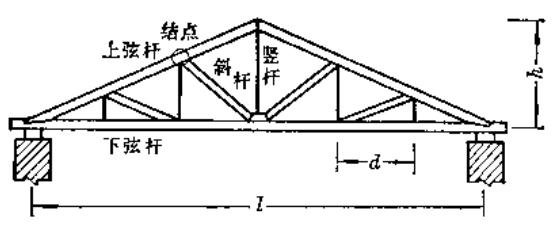


图 11-9

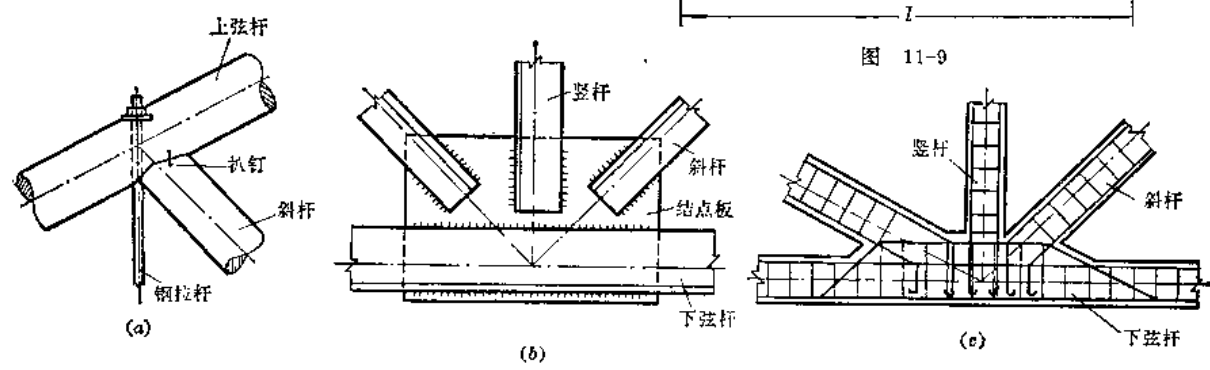


图 11-10

在工程实际中的大多数桁架，除了木桁架的榫接结点接近于铰结点（参看图 11-10a，它表示图 11-9 所示木桁架的上弦结点的构造情况）外，由其他材料制成的桁架，例如钢桁架和钢筋混凝土桁架，为了使其杆件的结合和施工都比较方便，做成后的结点一般都具有一定的刚性。例如在图 11-10b 和 c 中分别表示出了图 11-6 所示钢桁架和图 11-4 所示钢筋混凝土桁架的下弦结点的构造情况。由这些结点构造图可以看出，有些杆件在结点处是连续不断的，汇集于同一结点处的各杆的轴线也不一定都交于一点。所以，实际上这种桁架属于复杂的超静定结构，它们的内力情况和应力情况都是非常复杂的，要对它们进行精确的分析是困难的。但是桁架的实际工作情况和对桁架进行结构试验的结果都表明，由于大多数的常用桁架是由比较细长的杆件所组成，而且承受的荷载大多数是由上部结构（例如次梁或檩条）通过结点传来的结点荷载，这就使得桁架结点的刚性对杆件内力的影响可以大大地减小，接近于铰的作用，使所有的杆在荷载的作用下主

要呈现轴心拉伸或轴心压缩变形,而弯曲变形与剪切变形一般都很小。根据这种情况,为了简化计算,我们在取桁架计算简图时,可以作出如下三个方面的假定:

- (1) 桁架的结点都是光滑的铰结点;
- (2) 所有的外力(包括荷载和支座反力)都作用在结点上;
- (3) 所有各杆的轴线都是直线,并且通过铰结点的中心。

通常我们把符合上述条件的桁架叫做理想桁架。图 11-11 就是图 11-3 所示三角形桁架的计算简图。所有的杆都用杆轴线来表示,所有的铰结点都用小圆圈来代表,荷载和支座反力都作用在结点上。从这个桁架中任意取出的一根杆(例如杆 CD 或 EF),因为它只在两端受力并且处在静力平衡状态,铰支端又不能承受力矩,所以作用在杆两端的力,必然是数值相等、方向相反,其作用线都与杆轴线相重合的二力。因此杆是处在轴心受拉(例如杆 EF)或轴心受压(例如杆 CD)

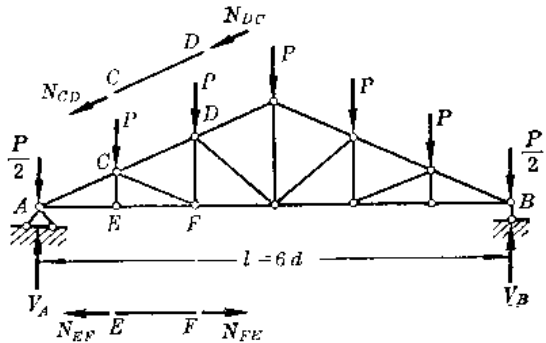


图 11-11

的情况下,在杆的横截面上只会产生轴力。与杆 CD 、 EF 相同,桁架的所有其他杆,也都是这种只在两端受力的二力杆,在轴力的作用下,他们的横截面上只会产生均匀分布的正应力,可以使材料的作用得到充分的发挥。因此,桁架是一种常用的有利的结构形式,并且由于它的自重较轻,特别适宜用于大跨度结构。

桁架一般可以根据它的杆和所承受的力是否能简化在同一平面内而分为平面桁架和空间桁架;根据各杆的内力是否能用静力平衡条件求出而分为静定桁架和超静定桁架,根据制造的材料的不同而分为钢桁架、木桁架、钢筋混凝土桁架和钢木桁架等。

因为理想桁架的结点都是铰结点,为了保证静定平面桁架是能够承受荷载的几何不变系统,它的杆的布置必须满足一定的条件。按照上册第二章中讲的几何组成分析规则,组成桁架的基本规律有两个:

(1) 由一个基本的铰接三角形或基础开始,每次用不在一直线上的两根杆连接一个新结点。按照这个规律组成的桁架叫做简单桁架。以图 11-12a 所示的平行弦桁架为例,首先将 1、2、3 三根杆用 ①、②、③ 三个铰结点连接成一个基本三角形(如图中画有阴影线的部分,很明显,这个三角形是几何不变的),然后从这个基本三角形出发,每次用不在同一条直线上的两根杆(4、5)、(6、7)、...、(16、17)依次连接结点④、⑤、...、⑩,所组成的桁架就是一个简单桁架,这个桁架本身是一个几何不变体系。图 11-12b 是从基础开始,每次用两根杆(1、2)、(3、4)、...、(15、16)依次连接结点①、②、...、⑧所组成的简单桁架,这个桁架也是几何不变的。

(2) 几个简单桁架,按照几何不变的体系组成规则所组成的桁架,叫做联合桁架。例如,图 11-12c 中的 I、II 两部分都是简单桁架,用铰 A 和链杆 BC 将它们连接在一起就组成一

个联合桁架。因为链杆 BC 不通过铰 A , 所以这个桁架是几何不变的。

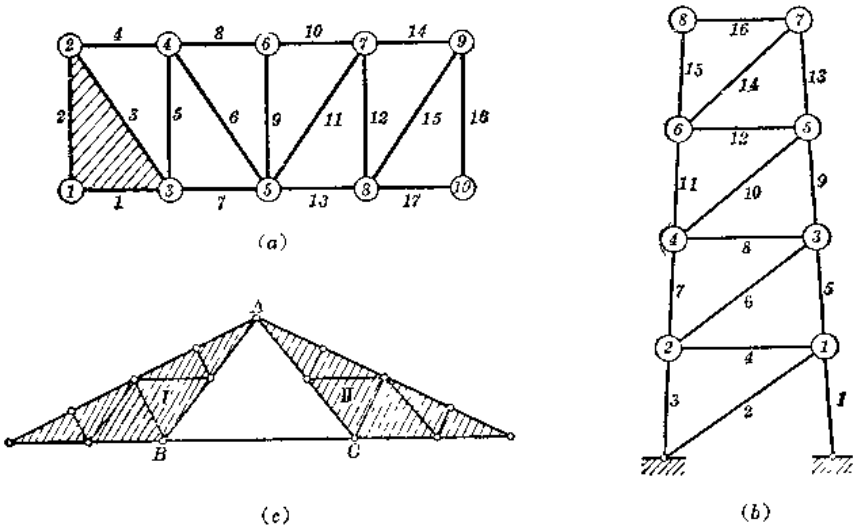


图 11-12

第三节 静定平面桁架的内力计算

进行静定平面桁架设计时, 在选定了桁架的形式, 作出了计算简图以后, 一般是先将支座反力求出, 然后选取若干个截面从桁架中截取出脱离体, 根据每一脱离体的平衡条件列出方程求解内力。根据计算时选取脱离体的不同, 计算的方法可以分为结点法和截面法两种。有时, 也可以根据具体情况联合使用这两种方法。分别介绍如下:

一、用结点法求桁架的内力

1. 结点法

结点法就是按照一定的顺序截取桁架的结点为脱离体, 考虑作用在这个结点上的外力和杆内力的平衡, 建立平衡方程, 从而求解出桁架各杆内力的方法。因为理想桁架的杆都汇交于结点的几何中心, 在每一结点上所作用的都是平面汇交力系, 在每一结点处又只能列出两个独立的平衡方程, 所以应用这个方法求解未知力时, 应从未知力不多于两个的结点开始。

在计算中画结点的受力图时, 对于方向已知的力应该按实际的方向画出; 对于方向未知的内力, 通常是先假设它们为拉力, 并且把它们的指向画成背离结点, 如果计算的结果是正值, 表明这个假设的指向是正确的, 如果计算的结果是负值, 表明实际的内力指向应该与假设的相反, 即杆的内力实际是压力。

下面举例说明用结点法求解简单静定平面桁架内力的详细步骤。

例题 11-1 图 11-13 是某工地砂石混合料场的示意图。图 11-14 是料场 钢桁架的计算简图, 试用结点法求此钢桁架各杆的内力。

解:

1. 计算支座反力

$$V_A = V_B = \frac{1}{2} (5 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 5) = 30 \text{ kN}$$

2. 计算各杆内力

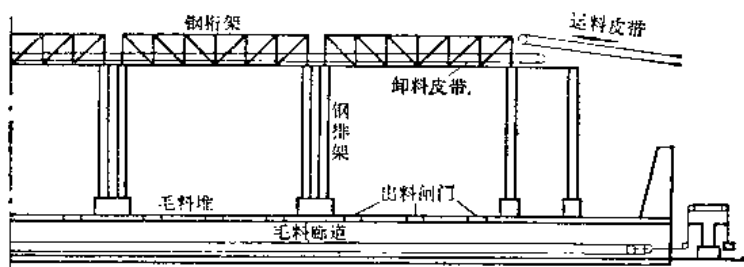


图 11-13

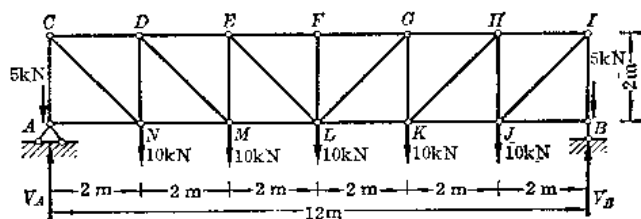


图 11-14

(1) 首先取二杆结点 A 为脱离体，画出它的受力图如图 11-15a 所示。注意其中的荷载 5 kN 与反力 $V_A = 30\text{ kN}$ 的方向是按它们的实际方向画出，而对未知的杆内力 N_{AC} 和 N_{AN} ，则先假设它们为拉力。

由平衡方程 $\sum X = 0$ 可以知道， $N_{AN} = 0$

由平衡方程 $\sum Y = 0$ ： $N_{AC} + 30 - 5 = 0$

可以求得

$$N_{AC} = -30 + 5 = -25\text{ kN}$$

负号表示 N_{AC} 实际上是压力。

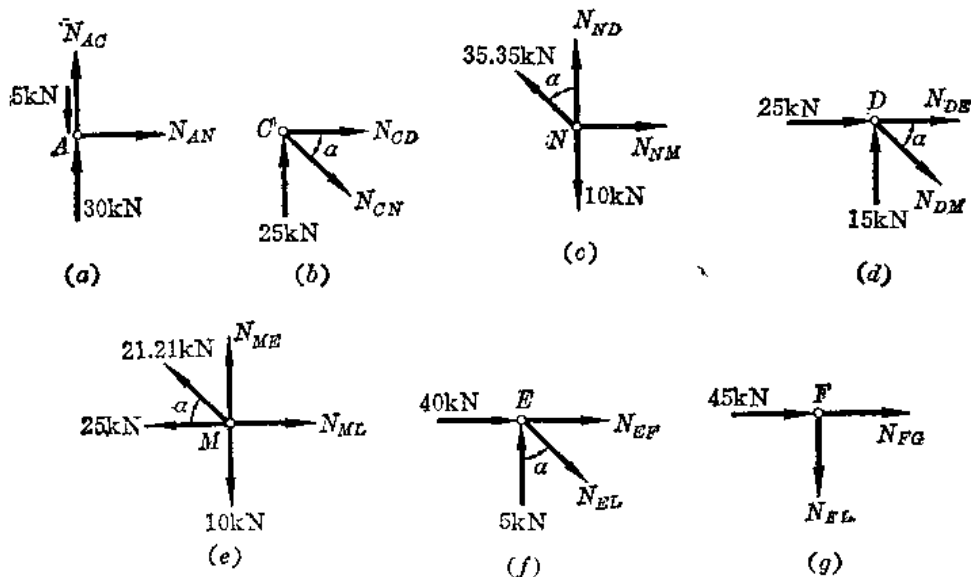


图 11-15

(2) 其次取结点 C 为脱离体，其受力图如图 11-15b 所示，因为杆 AC 的内力 N_{AC} 已经在上面求得，所以在这点上的未知力只有 N_{CD} 和 N_{CN} 两个。注意在作图 11-15b 时， $N_{AC} = -25\text{ kN}$ 是按照它的实际指向（即压力的指向是朝向结点）画的，所以不再冠以负号，未知力 N_{CD} 和 N_{CN} 则仍旧假设为拉力。 $\angle \alpha = \tan^{-1} \frac{2}{2} = \tan^{-1} 1 = 45^\circ$ 。

由 $\Sigma Y=0$:

$$25 - N_{CN} \sin 45^\circ = 0$$

可以求得

$$N_{CN} = \frac{25}{\sin 45^\circ} = \frac{25}{0.707} = 35.35 \text{ kN}$$

由 $\Sigma X=0$:

$$N_{CD} + N_{CN} \cos 45^\circ = 0$$

可以求得

$$\begin{aligned} N_{CD} &= -N_{CN} \cos 45^\circ = -35.35 \times 0.707 \\ &= -25 \text{ kN (压力)} \end{aligned}$$

(3) 取结点 N 为脱离体, 作出其受力图如图 11-15c 所示。

由 $\Sigma X=0$:

$$N_{NM} - 35.35 \sin 45^\circ = 0$$

可以求得

$$N_{NM} = 35.35 \times 0.707 = 25 \text{ kN}$$

由 $\Sigma Y=0$:

$$N_{ND} + 35.35 \cos 45^\circ - 10 = 0$$

可以求得

$$N_{ND} = -35.35 \times 0.707 + 10 = -15 \text{ kN (压力)}$$

(4) 取结点 D 为脱离体, 作出其受力图如图 11-15d 所示。

由 $\Sigma Y=0$:

$$15 - N_{DM} \sin 45^\circ = 0$$

可以求得

$$N_{DM} = \frac{15}{0.707} = 21.21 \text{ kN}$$

由 $\Sigma X=0$:

$$N_{DE} + 25 + N_{DM} \cos 45^\circ = 0$$

可以求得

$$\begin{aligned} N_{DE} &= -25 - 21.21 \times 0.707 \\ &= -40 \text{ kN (压力)} \end{aligned}$$

(5) 取结点 M 为脱离体, 作出其受力图如图 11-15e 所示。

由 $\Sigma X=0$:

$$N_{ML} - 25 - 21.21 \cos 45^\circ = 0$$

可以求得

$$N_{ML} = 25 + 21.21 \times 0.707 = 40 \text{ kN}$$

由 $\Sigma Y=0$:

$$N_{ME} + 21.21 \sin 45^\circ - 10 = 0$$

可以求得

$$N_{ME} = -21.21 \times 0.707 + 10 = -5 \text{ kN (压力)}$$

(6) 取结点 E 为脱离体, 作出其受力图如图 11-15f 所示。

由 $\Sigma Y=0$:

$$5 - N_{EL} \cos 45^\circ = 0$$

可以求得

$$N_{EL} = \frac{5}{0.707} = 7.07 \text{ kN}$$

由 $\Sigma X=0$:

$$N_{EF} + N_{EL} \sin 45^\circ + 40 = 0$$

可以求得

$$N_{EF} = -7.07 \times 0.707 - 40 = -45 \text{ kN (压力)}$$

(7) 取结点 F 为脱离体, 作出其受力图如图 11-15g 所示。

由 $\Sigma X=0$:

$$N_{FG} + 45 = 0$$

可以求得

$$N_{FG} = -45 \text{ kN (压力)}$$

由 $\Sigma Y=0$:

$$N_{FL} = 0$$

(8) 校核

因为这个桁架的形状与所受的荷载都是对称的, 所以只需要计算出它的左半部分各杆和中间杆的内力就够了, 右半部分各杆的内力可以根据对称关系得出。我们将算得的各杆轴力, 统一标注在图 11-16a 中。

为了校核前面的计算是否正确, 可以检查处在桁架对称轴上的结点 L 在有关轴力的作用下是否能够保持平衡。为此, 作出它的受力图如图 11-16b 所示, 因为:

$$\Sigma X = -40 - 7.07 \times \cos 45^\circ + 7.07 \times \cos 45^\circ + 40 = 0$$

$$\Sigma Y = 7.07 \sin 45^\circ + 7.07 \times \sin 45^\circ - 10 = 0$$

满足平衡条件,说明前面的计算是正确的。

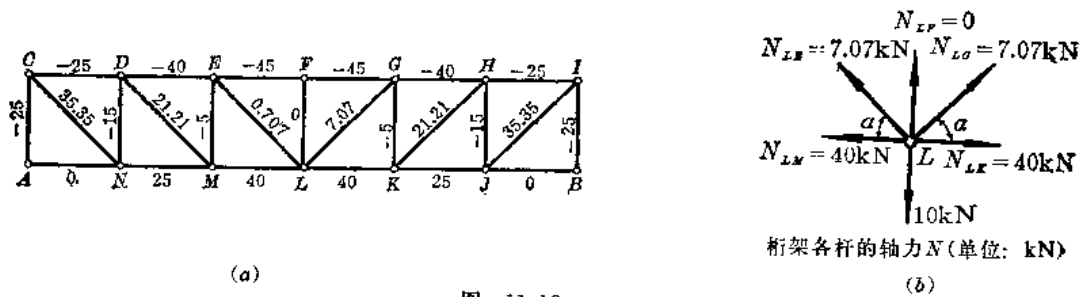


图 11-16

例题 11-2 三角形木屋架的结点荷载和几何尺寸如图 11-17 所示,试用结点法计算各杆的轴力。

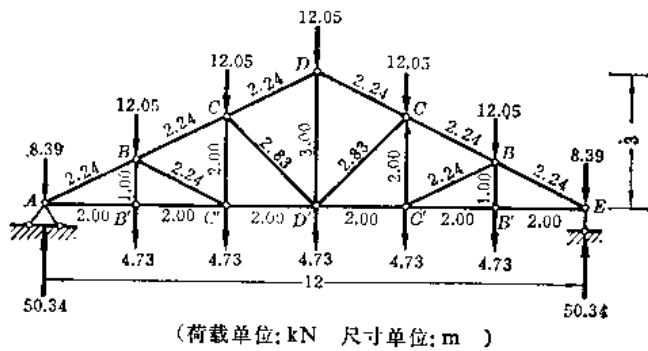


图 11-17

解:

1. 计算支座反力

$$V_A = V_E = \frac{1}{2} (12.05 \times 5 + 4.73 \times 5 + 8.39 \times 2) = 50.34 \text{ kN}$$

2. 计算各杆内力

(1) 取结点 A 为脱离体,作出结点 A 的受力图如图 11-18a 所示。先假设 N_{AB} 及 $N_{AB'}$ 为拉力。

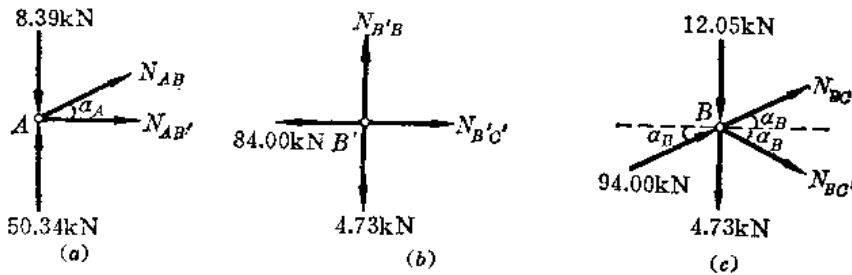


图 11-18

列出平衡方程 $\sum Y = 0$: $50.34 - 8.39 + N_{AB} \sin \alpha_A = 0$

由图 11-17 知道 $\sin \alpha_A = \frac{1}{2.24}$, 代入上式得到

$$41.95 + N_{AB} \times \frac{1}{2.24} = 0$$

可以求得

$$N_{AB} = -94.00 \text{ kN (压力)}$$

列出 $\sum X = 0$:

$$N_{AB'} + N_{AB} \cos \alpha_A = 0$$

由图 11-17 知 $\cos \alpha_A = \frac{2}{2.24}$, 代入上式得到

$$N_{AB'} + N_{AB} \times \frac{2}{2.24} = 0$$

可以求得
$$N_{AB'} = -N_{AB} \times \frac{2}{2.24} = -(-94.00) \times \frac{2}{2.24} = 84.00 \text{ kN}$$

(2) 取结点 B' 为脱离体, 作出结点 B' 的受力图如图 11-18b 所示, 杆 AB' 的轴力已经求出, 按实际指向(拉力)画出。

由 $\sum X = 0$:
$$N_{B'C'} - 84.00 = 0$$

可以求得
$$N_{B'C'} = 84.00 \text{ kN}$$

由 $\sum Y = 0$:
$$N_{B'B} - 4.73 = 0$$

可以求得
$$N_{B'B} = 4.73 \text{ kN}$$

(3) 取结点 B 为脱离体, 作出结点的受力图如图 11-18c 所示, 杆 AB 与杆 $B'B$ 的轴力已经求出, 按实际指向画出。

由 $\sum X = 0$:
$$N_{BC} \cos \alpha_B + N_{BC'} \cos \alpha_B + 94.00 \cos \alpha_B = 0,$$

并且消去其中各项的公因子 $\cos \alpha_B$ 得到

$$N_{BC} + N_{BC'} + 94.00 = 0 \quad (a)$$

由 $\sum Y = 0$:
$$N_{BC} \sin \alpha_B - N_{BC'} \sin \alpha_B + 94.00 \sin \alpha_B - 12.05 - 4.73 = 0$$

并且用 $\sin \alpha_B = \frac{1}{2.24}$ 遍除各项得到

$$N_{BC} - N_{BC'} + 94.00 - 37.60 = 0$$

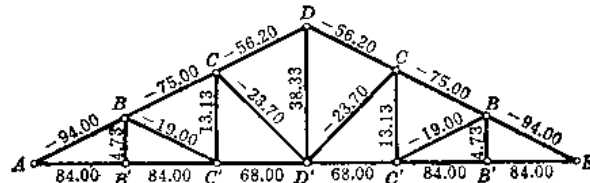
或

$$N_{BC} - N_{BC'} + 56.40 = 0 \quad (b)$$

联立求解 (a)、(b) 两式, 可以得到

$$N_{BC} = -75.00 \text{ kN (压力)}$$

$$N_{BC'} = -19.00 \text{ kN (压力)}$$



桁架各杆的轴力 (单位: kN)

图 11-19

其余各杆的内力都可以按上面的同样方法求出, 我们将算得的结果标注在桁架图上如图 11-19 所示。

2. 桁架的零杆判断

在计算桁架的杆的内力时, 有时会遇到轴力为零的杆, 这种杆叫做零杆。在下列三种情形下, 零杆可以不经计算很容易地直接判断出来。

(1) 不在一条直线上的两杆交于一个结点, 且结点上没有外力作用时, 此两杆都是零杆(图 11-20a)。因为根据二力平衡条件, 当两力 N_1 、 N_2 成平衡时, 它们的作用线应该在同一直线上, 现在这两力的作用线不在同一直线上, 所以它们的大小必定都是零。

(2) 不在一条直线上的两杆交于一个结点, 如果作用在结点上的外力是沿其中一杆的轴线方向作用, 那么另一杆就是零杆(图 11-20b)。因为如果取外力 P 和 N_2 的作用线为 y 轴, 与 y 轴垂直的轴为 x 轴, 则由平衡条件 $\sum X = 0$ 可以知道 $N_1 = 0$ 。

(3) 如果三杆交于一个结点, 其中的两杆在一直线上, 结点上又没有外力作用, 则第三杆(此杆也称为独杆)为零杆(图 11-20c)。因为如果取两杆所在的直线上为 x 轴, 而与 x 轴垂直的轴为 y 轴, 则由平衡条件 $\sum Y=0$ 可以知道 $N_1=0$ 。

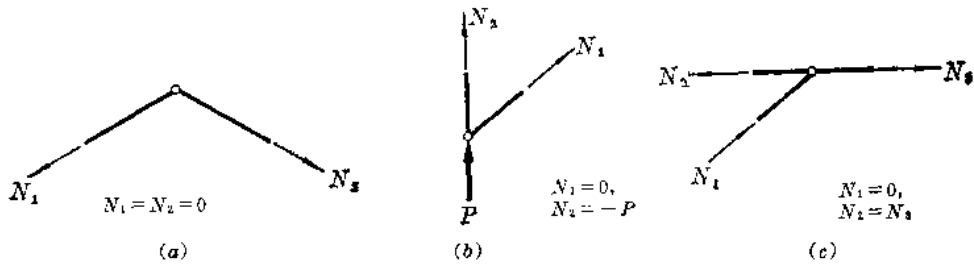


图 11-20

熟悉了上面所述的这些零杆判断方法, 首先把桁架中的零杆找出来, 常常可以使求解桁架杆内力的计算工作大为简化, 举例如下。

例题 11-3 某工程筛分楼主楼桁架 (参看图 11-8 和 11-21) 在竖直荷载作用下的计算简图如图 11-21a 所示, 试求此桁架在竖直荷载作用下各杆的内力。

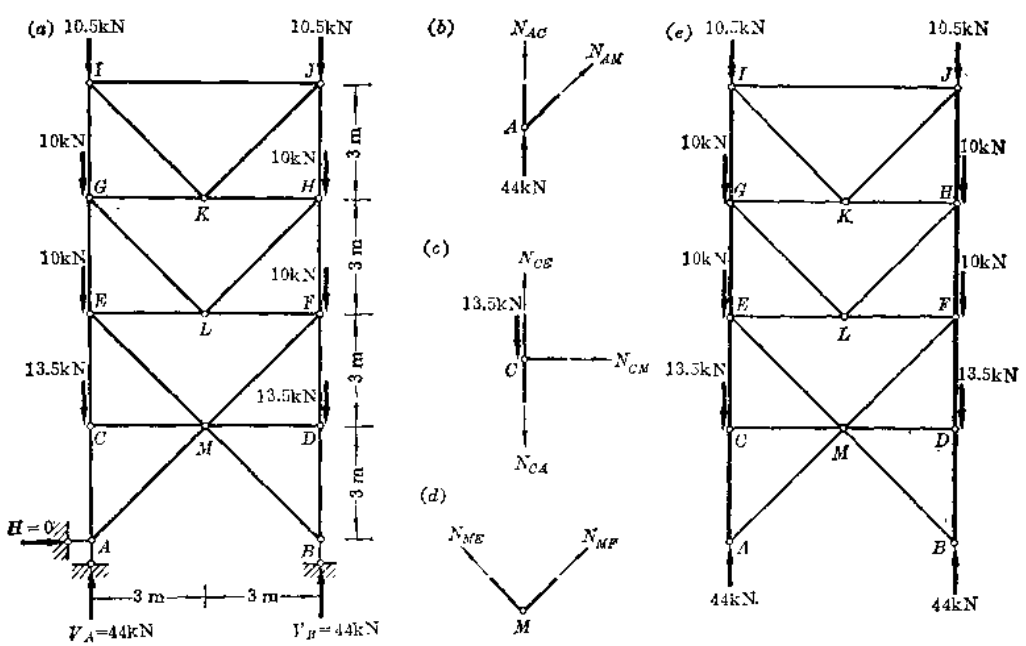


图 11-21

解: 分别考虑结点 A(图 11-21b)和结点 B, 由前述的情形(2)可以看出杆 AM 和 BM 都是零杆, 即 $N_{AM}=N_{BM}=0$

再分别考虑结点 C(图 11-21c)和结点 D, 由前述的情形(3)可以看出杆 CM 和 DM 都是独杆, 它们也都是零杆, 即

$$N_{CM}=N_{DM}=0$$

考虑结点 M, 因为上面已经求出杆 AM、BM、CM 和 DM 的内力都等于零, 这个结点可以表示成如图 11-21d 所示的无荷载作用的二杆结点, 根据前述的情形(1) 可以判断杆 ME、MF 也是零杆, 即

$$N_{ME} = N_{MF} = 0$$

考虑结点 E 和 F , 根据前述情形 (3) 可以知道杆 EL 和 FL 也是零杆, 即

$$N_{EL} = N_{FL} = 0$$

继续依次考虑结点 L, G, H, K, I, J , 可以判断出杆 GL, HL, GK, HK, IK, JK 和 IJ 也都是零杆, 即

$$N_{GL} = N_{HL} = N_{GK} = N_{HK} = N_{IK} = N_{JK} = N_{IJ} = 0$$

如果将剩下的不是零杆的杆用粗线表示出来如图 11-21e 所示, 就可以看出, 这个原来形式比较复杂的桁架, 在竖向荷载的作用下, 只会在其两侧的竖杆内引起内力, 而这些竖杆的内力是容易求得的, 它们是

$$N_{IG} = N_{JH} = -10.5 \text{ kN}$$

$$N_{GE} = N_{HF} = -20.5 \text{ kN}$$

$$N_{EC} = N_{FD} = -30.5 \text{ kN}$$

$$N_{CA} = N_{DB} = -44.0 \text{ kN}$$

注意, 在本例中, 我们判断出桁架中 $AM, BM, \dots, IJ$ 等杆为零杆, 这只是桁架在特定的竖向荷载作用下的情况, 当计算桁架在横向荷载作用下各杆的内力时, 它们就不一定都是零杆了, 要另行计算。

二、用截面法求桁架的内力

前面已经指出, 用结点法计算桁架的内力时, 必须从只有两杆相交的结点开始, 然后按照一定的顺序逐个地取出其他的结点来进行计算。在桁架计算中, 有时只要求出某几个指定杆的内力, 采用结点法就显得麻烦, 这时可以采用截面法。

所谓截面法, 就是通过要求解其内力的杆作一截面, 将桁架分为两个部分, 并且取其中的一部分为脱离体。这种脱离体至少包括有两个以上的结点, 所受的力为平面力系, 所以可以用一般平面力系的三个平衡方程计算出被切断杆的轴力。

在计算中一般仍假设未知的轴力为拉力。如果计算的结果是正值, 说明实际的轴力是拉力, 如果是负值, 说明实际的轴力是压力。具体的计算步骤用下面的例题来说明:

例题 11-4 图 11-22a 表示一施工中用的模板支撑钢木桁架。图 11-22b 是它的计算简图, 结点荷载和几何尺寸如图所示, 试求 $CD, C'D, C'E'$ 三杆的内力, 并且求杆 $C'E'$ 所需的钢筋直径 (用 3 号钢)。

解:

(1) 计算支座反力

$$V_A = V_B = \frac{1}{2}(6.40 \times 3 + 9.60 \times 2) = 19.20 \text{ kN}$$

(2) 计算 $CD, C'D, C'E'$ 三杆的内力。

用截面 I-I 切断 $CD, C'D, C'E'$ 三杆, 因为截面左边部分的外力较少, 取左边部分为脱离体进行计算比较简便, 图 11-22c 是脱离体的受力图, 假设 $N_{CD}, N_{C'D}, N_{C'E'}$ 都是拉力。

首先计算 CD 杆的内力。为了避免解联立方程, 取 $N_{C'E'}, N_{C'D}$ 的交点 C' 为力矩中心, 用力矩方程求 N_{CD} 。

$$\text{由 } \sum M_{C'} = 0: \quad V_A \times 1.83 - P_A \times 1.83 + N_{CD} \times 0.62 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{可以求得} \quad N_{CD} &= \frac{(P_A - V_A) \times 1.83}{0.62} = \frac{(6.40 - 19.20) \times 1.83}{0.62} \\ &= \frac{-12.80 \times 1.83}{0.62} = -37.80 \text{ kN} \end{aligned}$$

结果为负值, 说明 CD 杆受压力。

其次计算 $C'D$ 杆的内力。由 $\sum Y = 0$, 可以列出下列方程:

$$V_A - P_A - P_C + N_{C'D} \sin \theta = 0$$

从图 11-22b 可以看出:

$$\sin \theta = \frac{C'D}{C'D} = \frac{0.62}{\sqrt{0.92^2 + 0.62^2}} = 0.558$$

$$\cos \theta = \frac{CD}{C'D} = \frac{0.92}{\sqrt{0.92^2 + 0.62^2}} = 0.830$$

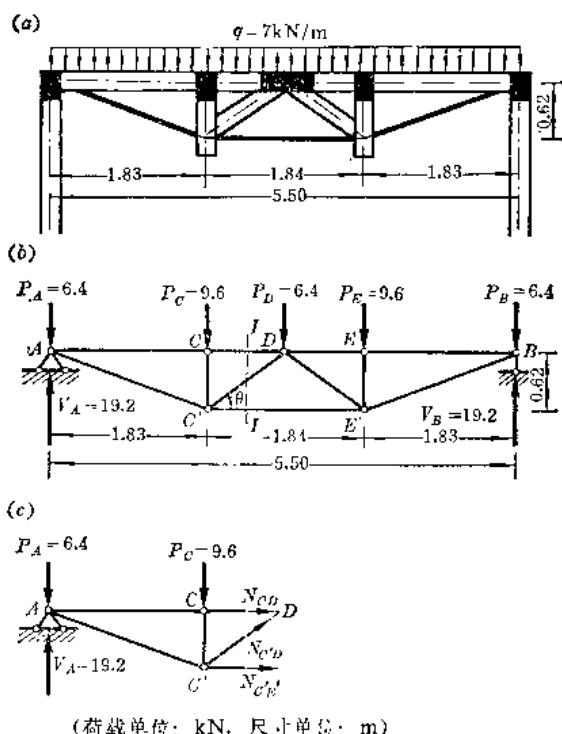


图 11-22

代入上列方程, 可以解得

$$N_{C'D} = \frac{P_A + P_C - V_A}{\sin \theta} = \frac{6.4 + 9.6 - 19.2}{0.558} = -\frac{3.2}{0.558} = -5.74 \text{ kN}$$

结果为负值, 说明 $C'D$ 杆受压力。

再计算 $C'E'$ 杆的内力。

由 $\sum X = 0$:

$$N_{CD} + N_{C'E'} + N_{C'D} \cos \theta = 0$$

可以求得

$$N_{C'E'} = -N_{CD} - N_{C'D} \cos \theta = -(-37.8) - (-5.74 \times 0.83) = 42.55 \text{ kN}$$

结果为正值, 说明 $C'E'$ 杆受拉力。

(3) 求杆 $C'E'$ 所需用钢筋直径。因为采用 3 号钢, 所以 $[\sigma] = 170 \text{ MPa}$, 由式 (3-20) 求得

$$A \geq \frac{N_{C'E'}}{[\sigma]} = \frac{42.55 \times 10^3}{170 \times 10^6} = 2.5 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

直径为

$$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 2.5 \times 10^{-4}}{3.14}} = 1.79 \times 10^{-2} \text{ m} = 17.9 \text{ mm}$$

选用一根直径为 20 mm 的钢筋。

三、用结点法和截面法联合求桁架的内力

对于如图 11-12c 所示的几何组成较复杂的联合桁架, 用结点法就不可能计算出它的全部内力。因为不论从哪个支座结点开始, 计算到第四个结点时都会出现三个未知轴力, 由结点平衡列