

TM261
0483

· 163823

高等学校教材

同步电机基本方程和短路分析

上海交通大学 黄家裕 编

水利电力出版社

(京)新登字115号

高等学校教材
同步电机基本方程和短路分析
上海交通大学 黄家裕 编

*

水利电力出版社出版

(北京三里河路6号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

北京德花印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 11.75印张 262千字

1993年10月第一版 1993年10月北京第一次印刷

印数0001—2010册

ISBN7-120-01832-9/TM·485

定价5.50元

前 言

同步电机是电力系统中最重要和最复杂的元件，它的行为对于电力系统动态过程有举足轻重的影响，如二次能源仍旧主要以交流电形式提供，这一情况还不会改变。因此，必须重视同步电机基本理论和行为的研究。

过去，进行这一领域的研究工作多用解析方法，数学公式多而冗长；有的教科书和专著在阐述中对于基本概念注意和讨论不够，还有一些问题分析时不够全面和确切，这些，给掌握这一领域有关内容和开展研究工作带来一定困难。

60年代以来，电子计算机和计算技术在同步电机和电力系统的分析研究工作中亦得到广泛的应用。有了这一代表现代科学技术的先进工具，派克(Park)方程的作用得到了更好的发挥，这一领域的许多研究工作都已提高到新的水平。

本书内容是介绍同步电机基本方程(即派克方程)，并在转速恒定(如额定转速 ω_n)的简化条件下加以应用。过去曾称这一研究范围为电磁暂态过程。通过研究将会发现，采用这一简化条件并不影响对于派克方程基本内容和基本概念的掌握。在本书的编写中，除了注意严密的数学分析以外，还充分重视物理概念的阐述、理论与生产实际的联系以及计算机的应用等方面。具体内容包括数学模型建立、同步电机正常运行、对称与不对称短路和电力系统自励磁方式分析等。

本书的基本内容在上海交通大学电力系统及其自动化专业的教学工作中已使用过多次。

本书初稿由浙江大学马大强教授仔细审阅，并提出不少宝贵意见，特致深切的谢意。书中关于三相短路和自励磁仿真的算例由本校孙德昌讲师提供，亦顺表谢意。

由于编者水平有限，书中不乏错误和不妥之处，恳切希望广大读者批评指正。

编 者

1992年11月

目 录

前言

第一章 预备知识	1
第一节 同步电机的绕组和绕组的轴线	1
第二节 静止磁耦回路的自感和互感	3
第三节 静止磁耦回路磁链方程的规范化	4
第四节 简化假设	6
第五节 三相电磁量的“综合相值”表示法	6
第六节 相量的合成和分解	9
小 结	12
第二章 同步电机的基本方程及其规范化	13
第一节 用 a 、 b 、 c 分量表示的磁链方程和电压方程	13
第二节 定、转子各绕组的自感系数和互感系数	15
第三节 定子绕组电流 i 、电势 e 和电压 u 正方向的改变	19
第四节 派克变换和基本方程	20
第五节 派克方程与相量图	24
第六节 派克方程的直流电机模型	28
第七节 基本方程的规范化	29
第八节 励磁绕组基准电流 I_{fs} 的确定	35
第九节 功率方程、电磁转矩方程和转子运动方程	37
小 结	40
第三章 同步发电机的正常运行	42
第一节 不计饱和同步发电机正常运行的方程组和相量图	42
第二节 同步发电机正常运行的功率方程（不计磁路饱和）	48
第三节 计及饱和隐极发电机正常运行方式的分析	52
第四节 计及饱和凸极发电机正常运行方式的分析	55
小 结	57
第四章 突然三相短路	58
第一节 三相短路方式的分析	58
第二节 派克方程的等值电路及其参数计算	85
第三节 d 轴三个互感系数相等简化假设的应用	95
第四节 T'_d 、 T''_d 和 x'_d 的近似表达式	97
第五节 关于定子电压方程中变压器电势的讨论	100
第六节 小滑差方式下三相短路试验	104
第七节 饱和 x_{ad} 和 x_{aq} 的计算	107
第八节 同步发电机在三相短路时的电磁转矩	108
第九节 突然三相短路方式的数字仿真	113

第十节 同步发电机误同期时电磁转矩的简化解析公式	120
小 结	123
第五章 α 、 β 、0 坐标系统和不对称短路方式的分析	124
第一节 α 、 β 、0 坐标系统和相应的同步电机方程组	124
第二节 两相短路方式的分析	128
第三节 单相对中线短路方式的分析	133
第四节 两相对中线短路方式的分析	136
第五节 不对称短路方式的数字仿真	139
小 结	141
第六章 发电机的自动励磁方式	142
第一节 自动励磁产生的条件	142
第二节 关于同步自动励磁的讨论	145
第三节 两机系统自动励磁电压的计算	151
第四节 关于两机系统自动励磁的试验	153
第五节 关于异步自动励磁的讨论	153
第六节 发电机稳态异步运行的近似表达式	156
第七节 自动励磁方式的数字仿真	159
小 结	163
习 题	165
附 录	174
参考文献	180

第一章 预 备 知 识

第一章复习和介绍若干预备知识,以便建立同步电机的数学模型、派克(Park)方程。其内容包括:同步电机的绕组和绕组的轴线,静止磁耦回路的磁链方程及其规范化(Normalization),简化假设,三相电磁量的“综合相量”表示法以及相量的合成和分解。

第一节 同步电机的绕组和绕组的轴线

通常,同步电机的定子有三相电枢绕组,转子有励磁绕组;此外,隐极同步电机的转子锻钢本体或凸极同步电机转子上的阻尼笼,在电机受到扰动时起阻尼作用,它们一般用两个相互垂直($\frac{\pi}{2}$ 电弧度)的等效阻尼绕组来表示。

图1-1和图1-2分别为一汽轮发电机的定子和转子示意图。

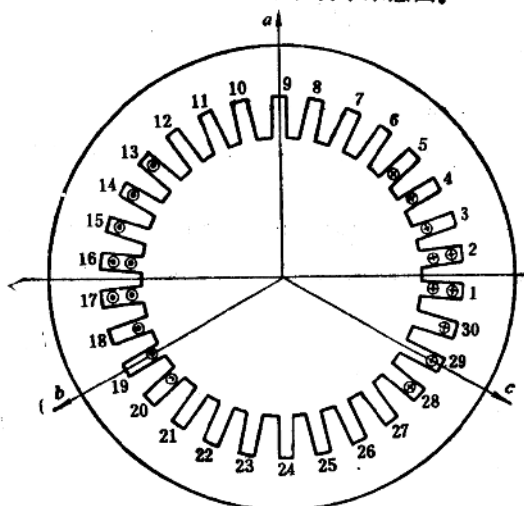


图 1-1 汽轮发电机定子示意图

这一发电机定子槽数为30,图中标明了各定子槽的序号,槽距为 12° (电度)。绕组双层叠绕,绕组线圈节距为12槽或 144° (电度)。a相绕组各线圈导体所处位置亦在该图中示出。设转子逆钟向旋转。

定子各相绕组各线圈的连接示意图示于表1-1。表中标明了线圈导体所处定子槽的序号。实线和虚线分别表示线圈导体位于槽口或槽底。

图1-1中的a轴为a相绕组的轴线(磁轴)或称相轴,当a相绕组中有如图所示方向的电流流过,其磁势方向即为a轴的方向。图1-1中也示出b、c相绕组的轴线b轴和c

表 1-1 图1-1所示电机定子三相绕组线圈连接示意图

A 相			B 相			C 相		
首端	槽的序号 和槽内导体	尾端	首端	槽的序号 和槽内导体	尾端	首端	槽的序号 和槽内导体	尾端
	1 13			11 23			21 3	
	2 14			12 24			22 4	
	3 15			13 25			23 5	
	4 16			14 26			24 6	
	5 17			15 27			25 7	
	16 28			26 8			6 18	
	17 29			27 9			7 19	
	18 30			28 10			18 20	
	19 1			29 11			19 21	
	20 2			30 12			20 22	

表1-1(a)

表1-1(b)

表1-1(c)

轴。a、b、c三个轴线的排列顺序为逆钟向，b轴超前a轴 $2\pi/3$ 电弧度，c轴又超前b轴 $2\pi/3$ 电弧度。

图1-2中的d轴，或称直轴，为励磁绕组的轴线（磁轴）。沿逆钟向，超前d轴 $\pi/2$ 电弧度的为q轴，或称交轴。隐极发电机锻钢本体或凸极发电机阻尼笼一般用以d轴和q轴为轴线的两个等效阻尼绕组来代替。

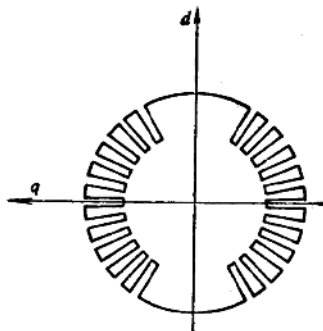


图 1-2 汽轮发电机转子锻钢本体示意图

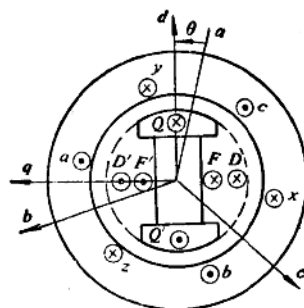


图 1-3 同步电机简化结构示意图

图1-3是本书经常用到的同步电机简化结构示意图。图中定子各绕组都用等效单匝集中、整距绕组表示。x-a、y-b、z-c是定子三相绕组，F-F'是励磁绕组，而D-D'和Q-Q'是以d轴和q轴为轴线的直轴和交轴阻尼绕组。转子的位置用d轴对a轴的角位移 θ 来表示。

第二节 静止磁耦回路的自感和互感

图1-4为一双绕组静止磁耦回路。两个绕组的匝数为 n_1 和 n_2 ，其互磁通 ϕ_m 经过磁路的磁导为 P_m ，而两个绕组的漏磁通 $\phi_{1\sigma}$ 和 $\phi_{2\sigma}$ 经过磁路的磁导分别为 $P_{1\sigma}$ 和 $P_{2\sigma}$ 。假设每个绕组都绕得很紧，以至互磁通 ϕ_m 和漏磁通 $\phi_{1\sigma}$ 、 $\phi_{2\sigma}$ 与有关绕组的每一匝都匝链。

现推导该磁耦回路自感和互感的公式。

当仅绕组1中有电流 i_1 流过，其磁势 $n_1 i_1$ 产生的漏磁通 $\phi_{1\sigma}$ 和互磁通 ϕ_{1m} 分别为

$$\left. \begin{aligned} \phi_{1\sigma} &= n_1 i_1 P_{1\sigma} \\ \phi_{1m} &= n_1 i_1 P_m \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

它们与绕组1匝链的磁链 ψ_{11} 以及互磁通 ϕ_{1m} 与绕组2匝链的磁链 ψ_{21} 为

$$\left. \begin{aligned} \psi_{11} &= n_1 (\phi_{1\sigma} + \phi_{1m}) = n_1^2 i_1 (P_{1\sigma} + P_m) \\ \psi_{21} &= n_2 \phi_{1m} = n_1 n_2 i_1 P_m \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

绕组1的自感 L_{11} 和绕组1对绕组2的互感 L_{21} 等于

$$\left. \begin{aligned} L_{11} &= \psi_{11}/i_1 = n_1^2 (P_{1\sigma} + P_m) = n_1^2 P_{1\sigma} + n_1^2 P_m = L_{1\sigma} + L_{1m} \\ L_{21} &= \psi_{21}/i_1 = n_1 n_2 P_m \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

式中的 $L_{1\sigma}$ 和 L_{1m} 为绕组1自感中的漏电感和自感中与互磁通 ϕ_{1m} 有关部分。按照同样的步骤可求得绕组2的自感 L_{22} 和绕组2对绕组1的互感 L_{12} 等于

$$\left. \begin{aligned} L_{22} &= n_2^2 (P_{2\sigma} + P_m) = n_2^2 P_{2\sigma} + n_2^2 P_m = L_{2\sigma} + L_{2m} \\ L_{12} &= n_1 n_2 P_m \end{aligned} \right\} \quad (1-4)$$

式中的 $L_{2\sigma}$ 和 L_{2m} 为绕组2自感中的漏电感和自感中与互磁通 ϕ_{1m} 有关部分。式(1-3)与式(1-4)中两个互感 L_{21} 与 L_{12} 无疑是相等的。

再注意式(1-3)和式(1-4)中的 L_{1m} 、 L_{12} 和 L_{2m} ，它们都是电感系数中与互磁通 ϕ_{1m} 或 ϕ_{2m} 有关的部分，三者数值的比例为

$$L_{1m} : L_{12} : L_{2m} = (n_1/n_2)^2 : (n_1/n_2) : 1 \quad (1-5)$$

当两个绕组的匝数 n_1 与 n_2 相差较大时， L_{1m} 、 L_{12} 和 L_{2m} 的数值（有名值）也相差较大。

以下讨论图1-4所示磁耦回路的磁链方程和等值电路。

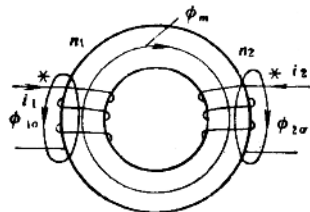


图 1-4 双绕组静止磁耦回路

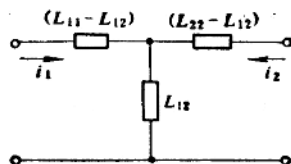


图 1-5 磁耦方程的等值电路

当绕组 1 和 2 中有电流 i_1 和 i_2 流过时, 按照图中所标的电流方向和同名端, 该磁耦回路的磁链方程为

$$\begin{cases} \psi_1 = L_{11}i_1 + L_{12}i_2 \\ \psi_2 = L_{21}i_1 + L_{22}i_2 \end{cases} \quad (1-6)$$

式中 ψ_1 和 ψ_2 为绕组 1 和 2 的磁链。式 (1-6) 可改写为

$$\begin{cases} \psi_1 = (L_{11} - L_{12})i_1 + L_{12}(i_1 + i_2) \\ \psi_2 = L_{21}(i_1 + i_2) + (L_{22} - L_{21})i_2 \end{cases} \quad (1-7)$$

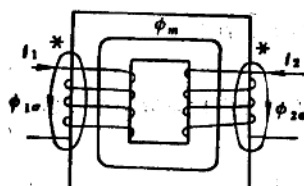
式 (1-7) 可用图 1-5 的等值电路表示。由于式 (1-7) 是代数方程, 所以图中用的是电阻电路。

通常, 对于发电机和变压器, 在各个绕组的自感系数中, 漏电感占的比值较小; 也就是说 L_{11} 与 L_{1m} 的数值相差不多, L_{22} 与 L_{2m} 的数值相差不多。在这种情况下, 如两个绕组匝数 n_1 与 n_2 相差较大, 设 n_1 大于 n_2 , 注意到 L_{1m} 、 L_{12} 和 L_{2m} 的数值有较大差别, 则 $(L_{2m} - L_{12})$ 有可能是负值, 而式 (1-7) 和图 1-5 中的 $(L_{22} - L_{21})$, 由于 L_{22} 与 L_{2m} 相差不多, 也有可能是负值。这在实际使用磁链方程式 (1-7) 及其等值电路图 1-5 时会带来不便。

选取合适的基准值, 将磁链方程规范化, 用标么制进行分析计算, 可以解决这个问题。

第三节 静止磁耦回路磁链方程的规范化

如有一双绕组变压器如图 1-6 所示。变压器的额定功率、两侧额定电压和额定电流分别为 S_N 、 U_{1N} 和 U_{2N} 、 I_{1N} 和 I_{2N} 。变压器的额定电压比 $n_{12} = U_{1N}/U_{2N}$ 即变压器的匝比 n_1/n_2 。该变压器的磁链方程可写成



$$\begin{cases} \psi_1 = L_{11}i_1 + L_{12}i_2 = (L_{1\sigma} + L_{1m})i_1 + L_{12}i_2 \\ \psi_2 = L_{21}i_1 + L_{22}i_2 = L_{21}i_1 + (L_{2\sigma} + L_{2m})i_2 \end{cases} \quad (1-8)$$

其中, L_{1m} 、 L_{12} 、 L_{2m} 有式 (1-5) 的关系, 即

$$L_{1m}:L_{12}:L_{2m} = n_1^2:n_1:n_2:1$$

对式 (1-8) 进行规范化, 一般先选定两侧的基准功率和基准电压。如选基准功率为 $S_{1B} = S_{2B} = S_B$, 选基准电压为 U_{1B} 和 U_{2B} 。将基准电压之比用 K_{12B} 表示, 即 $K_{12B} = U_{1B}/U_{2B}$ 。众所周知, 在电力系统分析中, 选定的 S_B 、 U_{1B} 和 U_{2B} (以及 K_{12B}), 一般与某一变压器的额定值 S_N 、 U_{1N} 和 U_{2N} (以及 n_{12}) 并不相同。如 220kV 的降压变压器, 其两侧的额定电压为 220kV 和 121kV, 其匝比 n_{12} 为 220/121, 而两侧的基准电压常取为 230kV 和 115kV, 其基准电压比 K_{12B} 则为 230/115。

在选定了两侧的基准功率、基准电压等后, 即可对式 (1-8) 进行规范化。其规范化方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\psi_1}{I_{1B}} &= \left(\frac{L_{1\sigma}}{L_{1B}} + \frac{L_{1m}}{L_{1B}} \right) \frac{i_1}{I_{1B}} + \frac{L_{12}}{L_{12B}} \frac{i_2}{I_{2B}} \\ \frac{\psi_2}{I_{2B}} &= \frac{L_{21}}{L_{21B}} \frac{i_1}{I_{1B}} + \left(\frac{L_{2\sigma}}{L_{2B}} + \frac{L_{2m}}{L_{2B}} \right) \frac{i_2}{I_{2B}} \end{aligned} \right\} \quad (1-9)$$

式(1-9)中,以B为下标的变量和参数为各该变量和参数的基准值。在式(1-9)中,任一方程每一项的分母必须相等,则有

$$\left. \begin{aligned} \psi_{1B} &= L_{1B} I_{1B} = L_{12B} I_{2B} \\ \psi_{2B} &= L_{21B} I_{1B} = L_{2B} I_{2B} \end{aligned} \right\} \quad (1-10)$$

在规范化方程式(1-9)中,互感 L_{12} 与 L_{21} 的标么值应该相等,所以它们的基准值也应该相等,即

$$L_{12B} = L_{21B} \quad (1-11)$$

此外,从式(1-10)还可得到如下关系(式中的 $\frac{I_{2B}}{I_{1B}} = K_{12B}$)

$$L_{1B} : L_{12B} : L_{2B} = K_{12B}^2 : K_{12B} : 1 \quad (1-12)$$

比较式(1-5)与式(1-12)可见,在变压器(磁耦回路)磁链方程规范化时,如选择变压器两侧基准电压比等于其匝比,即

$$K_{12B} = n_{12} \quad (1-13)$$

则有

$$\frac{L_{1m}}{L_{1B}} = \frac{L_{12}}{L_{12B}} = \frac{L_{2m}}{L_{2B}} \quad (1-14)$$

或可写成

$$L_{1m*} = L_{12*} = L_{2m*} \quad (1-15)$$

即 L_{1m} 、 L_{12} 、 L_{2m} 这三个电感系数的标么值相等。在实际使用中可不必区别这三个电感系数,而式(1-9)可写成

$$\left. \begin{aligned} \psi_{1*} &= L_{1\sigma*} i_{1*} + L_{12*} (i_{1*} + i_{2*}) \\ \psi_{2*} &= L_{2\sigma*} i_{2*} + L_{12*} (i_{1*} + i_{2*}) \end{aligned} \right\} \quad (1-16)$$

其等值电路则如图1-7所示。由于选择了 K_{12B} 等于 n_{12} ,

规范化后,就使得数值上 $L_{1\sigma*}$ 在 L_{12*} 中所占比例和 $L_{2\sigma*}$ 在 L_{12*} 中所占比例,与其有名值中的比例一样,因此

$L_{1\sigma*}$ 和 $L_{2\sigma*}$ 仍具有漏电感的性质,而互感系数标么值 L_{12*} 也具有 L_{1m} 和 L_{2m} 的性质。

选择 $K_{12B} = n_{12}$,就是使 $\frac{I_{2B}}{I_{1B}} = n_{12}$,或者写成 $n_{12} I_{1B} = n_{12} I_{2B}$,这表示是按照两侧基准电流产生等量磁势这一条件来建立两侧基准值的关系的。

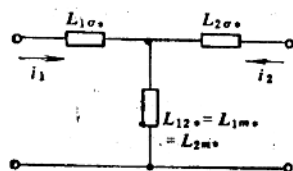


图 1-7 变压器规范化($K_{12B} = n_{12}$)磁链方程等值电路

第四节 简化假设

为了简化分析, 通常认为被研究的同步电机满足下列条件:

(1) 定子三相绕组结构上完全相同, 它们在空间相差 $\frac{2\pi}{3}$ 电弧度。每一相绕组对其轴线而言结构对称, 并且, 如某瞬间有电流 i 流过, 该绕组产生沿空气隙正弦分布的磁势波, 或者说只计及磁势波的基波。

(2) 电机转子绕组, 对直轴或交轴而言结构上对称, 转子各绕组如有电流 i 流过, 也产生沿空气隙正弦分布的磁势波, 或者说也只计及磁势波的基波。

(3) 对于电机沿直轴或交轴的磁路, 如磁势波是对称于直轴或交轴正弦分布的, 则磁密波也是对称于直轴或交轴正弦分布的, 或者说对于磁密波也是只计及其基波。

(4) 转子涡流的影响用等效阻尼绕组来反映, 此外, 还略去了磁滞的影响等。

由于只计及磁势波和磁密波的基波, 因此它们可以用空间矢量来表示。磁势波与电流 i 有关, 磁密波与绕组匝链的磁链 ψ 有关。

第五节 三相电磁量的“综合相量”表示法

相对于常用的“多相量、单参考轴”表示法, 三相电磁量也可以用“单相量、多参考轴”表示法。

将会发现, 后一种方法能简明、确切、严密地反映同步电机的不同运行方式, 因而具有“通用”、“普遍”的意义。这种相量可称为“通用相量 (Generalized Phasor)”、“广义相量”或“综合相量”。

如在二维空间有三相参考轴如图1-8所示。三相参考轴相隔 $\frac{2\pi}{3}$ 弧度, 其排列顺序为逆钟向 (以逆钟向为旋转的正方向) a, b, c 。这后一种方法是在三相轴线上用有向线段表示三相变量。

如某瞬间有三相电流 i_a, i_b, i_c , 且满足三相电流 (瞬时值) 之和为零, 即

$$i_a + i_b + i_c = 0 \quad (1-17)$$

满足式 (1-17) 意味着无零序电流, 或者说零序电流 i_0 已从三相电流中扣除。

将三相电流 i_a, i_b, i_c 表示在三相轴线上如图1-8 (图中的 i_a, i_b 为正而 i_c 为负, i_a, i_b, i_c 的代数和等于零), 则在该二维空间存在一电流相量 $\dot{i}$, 该相量在三相轴线上的投影为 i_a, i_b 和 i_c 。称该电流相量 $\dot{i}$ 为电流综合相量。电流综合相量 $\dot{i}$ 与三相电流间有如下关系

$$\left. \begin{aligned} i_a &= i \cos \beta \\ i_b &= i \cos \left(\beta - \frac{2\pi}{3} \right) \\ i_c &= i \cos \left(\beta + \frac{2\pi}{3} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1-18)$$

式中, i 和 β 分别为电流综合相量 $\dot{i}$ 的模值和对于 a 轴的相位角。按照式 (1-18), i 和 β 可从下式求得

$$i = \sqrt{\frac{2}{3}(i_a^2 + i_b^2 + i_c^2)} \quad (1-19)$$

$$\beta = \cos^{-1} \frac{i_a}{i} \quad (1-20)$$

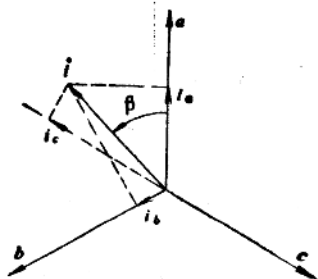


图 1-8 三相电流及其综合相量

β 还应满足其他两相的条件。

当三相电流 i_a, i_b, i_c 随时间而变化, 只要三相电流之和为零, 任一瞬间电流综合相量 $\dot{i}$ 的模值和相位都可以用式 (1-19) 和式 (1-20) 计算。如电流 i_a, i_b, i_c 随时间变化是连续的, 则电流综合相量 $\dot{i}$ 的端点在空间变化的轨迹亦将是连续的。

由于综合相量在 a, b, c 三相轴线上投影之和 (代数和) 为零, 所以它不能表示零序电流。

众所周知, 如三相电流为一组具有角频率 ω , 而大小随时间正弦变化的正序电流, 则其电流综合相量逆时针向旋转 (正转), 而其端点在空间运动的轨迹是一个圆。如三相电流为一组负序电流, 则其电流综合相量顺时针向旋转 (反转), 而其端点在空间运动的轨迹也是一个圆。

如以 a 轴为实数轴, 超前 a 轴 $\frac{\pi}{2}$ 电弧度的轴线为虚数轴, 则电流综合相量 $\dot{i}$ 还可下式表示

$$\dot{i} = ie^{j\beta} \quad (1-21)$$

并按下式计算

$$\dot{i} = \frac{2}{3}(i_a + ai_b + a^2 i_c) \quad (1-22)$$

式中, $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}, a^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}} = e^{-j\frac{2\pi}{3}}$ 。

用式 (1-22) 计算电流综合相量 $\dot{i}$, 在三相电流中可以不必扣除零序电流 i_0 。

对于三相磁链 ψ_a, ψ_b, ψ_c , 三相电势 e_a, e_b, e_c 和三相电压 u_a, u_b, u_c , 都可以用相同的步骤进行讨论。它们的综合相量 $\dot{\psi}, \dot{e}$ 和 $\dot{u}$ 都可以用式 (1-19)、(1-20) 或式 (1-22) 计算。用图形表示, 三相磁链、电势、电压与它们综合相量的关系, 则如图 1-9、1-10 和图 1-11 所示。

综合相量是时间相量, 因为它在三相参考轴上的投影表示三相电磁量的瞬时值。三相电磁量数值随时间的变化关系以综合相量模值和相位的变化来表示。

只有在正常、稳态情况下, 综合相量的模值和转速才恒定。在其他情况下, 综合相量不具有模值恒定和转速恒定的条件或束缚。

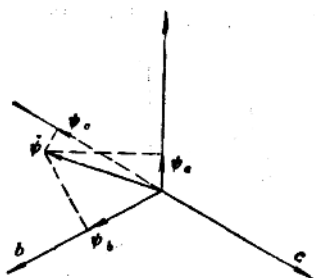


图 1-9 三相磁链及其综合相量

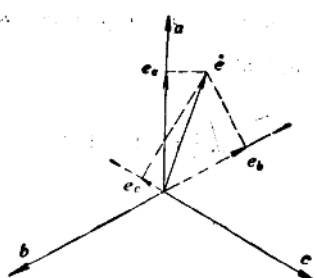


图 1-10 三相电势及其综合相量

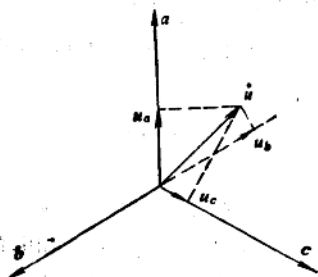


图 1-11 三相电压及其综合相量

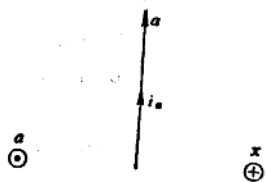


图 1-12 有向线段 i_a 还表示正弦分布的磁势波

如果把同步电机三相绕组的轴线（相轴）作为图1-8中表示电磁量大小的三相轴线，而上面讨论的三相电磁量为流过各相绕组的电流、各相绕组匝链的磁链、各相绕组感应的电势和各相绕组的端电压，则各综合相量即为定子三相变量的相量表示形式。这样表示既形象又严密，并且便于讨论定转子各变量间的相互关系。

结合具体的电机，在 a 相绕组相轴上的有向线段 i_a （参阅图1-12）不仅表示某瞬间通过 a 相绕组的电流，在考虑了绕组的等效匝数后， i_a 也表示正弦分布的磁势波（简化假设1），所以， i_a 还是空间相量（空间矢量），而三相电流的综合相量 i 则既是时间相量又是空间相量。

如三相绕组有电流 i_a 、 i_b 和 i_c ，在考虑了等效匝数后，三相电流的合成磁势为（参阅图1-13）

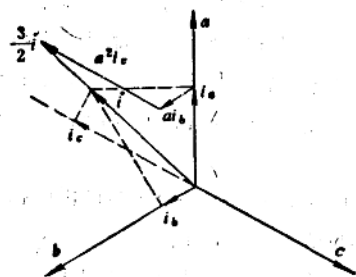


图 1-13 三相电流的合成磁势

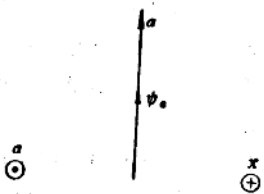


图 1-14 有向线段 ψ_a 还表示正弦分布的磁密波

$$i_a + ai_b + a^2 i_c = \frac{3}{2} \dot{i} \quad (1-23)$$

式中的 a 和 a^2 反映了 b 、 c 相磁势的方向。将式(1-23)与式(1-22)进行比较,则有合成磁势等于电流综合相量 $\frac{3}{2}\dot{i}$ 倍的关系。这一关系,任一瞬间都存在。在图1-13中也示出电流综合相量 $\dot{i}$ 。

此外,在 a 相绕组相轴上的有向线段 ψ_a (参阅图1-14)不仅表示某瞬间 a 相绕组匝链的磁链,也表示了正弦分布的磁密波(简化假设3)。所以, ψ_a 还是空间相量(空间矢量),而三相磁链的综合相量 $\dot{\psi}$ 则既是时间相量又是空间相量。

【例 1-1】如有一组三相电流(无零序分量),它们为 $i_a=3$, $i_b=1$, $i_c=-4$, 分别用式(1-19)、(1-20)和式(1-22)计算电流综合相量 $\dot{i}$ 。

解:

(1) 用式(1-19)、(1-20)计算。综合相量 $\dot{i}$ 的模值用式(1-19)计算

$$i = \sqrt{\frac{2}{3}(i_a^2 + i_b^2 + i_c^2)} = \sqrt{\frac{2}{3}[3^2 + 1^2 + (-4)^2]} = 4.16333$$

从式(1-20),分别用 $i_a = i \cos \beta$ 和 $i_b = i \cos(\beta - \frac{2\pi}{3})$ 计算 β (用电度表示)

$$\beta = \cos^{-1} \frac{i_a}{i} = \cos^{-1} \frac{3}{4.16333} = \pm 43.8979^\circ$$

$$(\beta - \frac{2\pi}{3}) = \cos^{-1} \frac{i_b}{i} = \cos^{-1} \frac{1}{4.16333} = \pm 76.1021^\circ$$

β 应同时满足上两式,所以 $\beta = 43.8979^\circ$, 而电流综合相量为

$$\dot{i} = 4.16333e^{j43.8979^\circ}$$

(2) 用式(1-22)计算

$$\dot{i} = \frac{2}{3}(i_a + ai_b + a^2 i_c)$$

$$= \frac{2}{3} \left[3 + \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(1) + \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(-4) \right]$$

$$= \frac{2}{3} [4.5 + j4.33012] = 4.16333e^{j43.8979^\circ}$$

这一组三相电流的合成磁势等于

$$\frac{3}{2} \dot{i} = 6.24500e^{j43.8979^\circ}$$

第六节 相量的合成和分解

相量可以合成和分解。相量的合成和分解反映三相变量瞬时值的合成和分解。

如有两组三相电流(无零序分量) i_{a1} 、 i_{b1} 、 i_{c1} 和 i_{a2} 、 i_{b2} 、 i_{c2} , 它们的综合相量为 $\dot{i}_1$ 和 $\dot{i}_2$,

(参阅图1-15)。电流瞬时值与综合相量间关系为

$$i_1 = \frac{2}{3}(i_{a1} + ai_{b1} + a^2i_{c1})$$

$$i_2 = \frac{2}{3}(i_{a1} + ai_{b1} + a^2i_{c1})$$

令综合相量的相量和为 $\vec{i}$ ，将上两式相加，有

$$\vec{i} = \vec{i}_1 + \vec{i}_2 = \frac{2}{3}[(i_{a1} + i_{a2}) + a(i_{b1} + i_{b2}) + a^2(i_{c1} + i_{c2})] \quad (1-24)$$

即 $\vec{i}$ 为三相电流瞬时值 $(i_{a1} + i_{a2})$ 、 $(i_{b1} + i_{b2})$ 、 $(i_{c1} + i_{c2})$ 的综合相量。式(1-24)表明了相量的合成和分解与瞬时值的合成和分解间的关系。

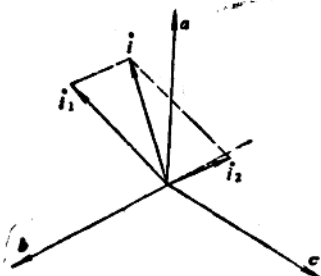


图 1-15 相量的合成和分解

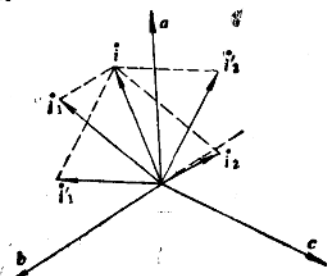


图 1-16 相量分解的不同方案

无疑，相量的合成和分解可以推广到两个以上的情况，即若干个相量可以合成一个相量，而一个相量可以分解成为若干个相量。并且，相量的分解方案不是唯一的。如图1-16所示，电流相量 $\vec{i}$ 可以根据需要分解成为 $\vec{i}_1$ 和 $\vec{i}_2$ 或者 $\vec{i}'_1$ 和 $\vec{i}'_2$ 。

在同步电机运行分析中，由于沿转子 d 轴的磁路与沿转子 q 轴的磁路不同，把相量沿转子 d 轴和 q 轴分解，将带来很大方便。如图1-17中，将电流相量 $\vec{i}$ 分解成 $\vec{i}_d$ 和 $\vec{i}_q$ ，也就是把定子三相电流的合成磁势分解成为沿 d 轴和沿 q 轴的两个磁势。

在图1-17中，如电流相量和转子 d 轴对于 a 轴的相位角分别为 β 和 θ ，则

$$\left. \begin{aligned} i_d &= i \cos(\beta - \theta) \\ i_q &= i \sin(\beta - \theta) \end{aligned} \right\} \quad (1-25)$$

与相量分解对应的是把三相电流（瞬时值） i_a 、 i_b 、 i_c 分解成 $i_{a,d}$ 、 $i_{b,d}$ 、 $i_{c,d}$ 和 $i_{a,q}$ 、 $i_{b,q}$ 、 $i_{c,q}$ 两组。它们与 i_d 、 i_q 的关系为

$$\left. \begin{aligned} i_{a,d} &= i_d \cos \theta \\ i_{b,d} &= i_d \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \\ i_{c,d} &= i_d \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1-26)$$

图 1-17 将电流相量沿 d 轴和 q 轴分解

和

$$\left. \begin{aligned} i_{a,q} &= i_q \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -i_q \sin\theta \\ i_{b,q} &= i_q \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right) = -i_q \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ i_{c,q} &= i_q \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right) = -i_q \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned} \right\} \quad (1-27)$$

而

$$\left. \begin{aligned} i_a &= i_{a,d} + i_{a,q} \\ i_b &= i_{b,d} + i_{b,q} \\ i_c &= i_{c,d} + i_{c,q} \end{aligned} \right\} \quad (1-28)$$

【例 1-2】 在例 1-1 中，如转子 d 轴对于 a 轴的相位角为 10° ，需将电流相量 $\dot{i}$ 分解成为 $\dot{i}_d$ 和 $\dot{i}_q$ ，计算 $\dot{i}_d$ 和 $\dot{i}_q$ 以及 $i_{a,d}$ 、 $i_{b,d}$ 、 $i_{c,d}$ 和 $i_{a,q}$ 、 $i_{b,q}$ 、 $i_{c,q}$ 。

解：

从例 1-1 知，电流相量 $\dot{i}$ 为

$$\dot{i} = i e^{j\theta} = 4.16333 e^{j43.8979^\circ}$$

而 $\theta = 10^\circ$ ，计算电流相量 $\dot{i}$ 的 d 、 q 轴分量 $\dot{i}_d$ 和 $\dot{i}_q$ 。

$$\dot{i}_d = i \cos(\beta - \theta) = 4.16333 \cos(43.8979^\circ - 10^\circ) = 3.45570$$

$$\dot{i}_q = i \sin(\beta - \theta) = 4.16333 \sin(43.8979^\circ - 10^\circ) = 2.32195$$

所以有

$$\dot{i}_d = 3.45570 e^{j10^\circ}$$

$$\dot{i}_q = 2.32195 e^{j100^\circ}$$

计算 $i_{a,d}$ 、 $i_{b,d}$ 、 $i_{c,d}$ 和 $i_{a,q}$ 、 $i_{b,q}$ 、 $i_{c,q}$ 。

$$i_{a,d} = \dot{i}_d \cos\theta = 3.45570 \cos(10^\circ) = 3.40320$$

$$i_{b,d} = \dot{i}_d \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) = 3.45570 \cos(-110^\circ) = -1.18192$$

$$i_{c,d} = \dot{i}_d \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) = 3.45570 \cos(130^\circ) = -2.22128$$

和

$$i_{a,q} = -\dot{i}_q \sin\theta = -2.32195 \sin(10^\circ) = -0.40320$$

$$i_{b,q} = -\dot{i}_q \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) = -2.32195 \sin(-110^\circ) = 2.18192$$

$$i_{c,q} = -\dot{i}_q \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) = -2.32195 \sin(130^\circ) = -1.77872$$

校核

$$i_a = i_{a,d} + i_{a,q} = 3.40320 - 0.40320 = 3.00000$$

$$i_b = i_{b,d} + i_{b,q} = -1.18192 + 2.18192 = 1.00000$$

$$i_c = i_{c,d} + i_{c,q} = -2.22128 - 1.77872 = -4.00000$$

经校核无误。

小 结

本章为建立派克 (Park) 方程作若干准备。准备主要在相量图和方程组规范化两个方面。

相量图是派克方程严密而又形象的表示形式。用三相电磁量“单相量、多参考轴”表示法的相量和相量图讨论派克方程比较方便。这样定义的相量图便于解除相量模值恒定和转速恒定的约束，便于讨论同步电机定、转子电磁量间的相互关系，也便于讨论派克方程中的发电机电势和变压器电势等。

由于三相电磁量的大小与相量的相位角密切相关，所以本书选用“相量”这一名词，而不用“矢量”。关于 d 、 q 、 0 坐标中的零序量，将在第二章中讨论。

在方程规范化方面，强调了按照等效匝比来选取磁耦回路两侧的电流、电压基准值，得到的规范化磁链方程概念明确，其中的漏电感标么值仍具有漏电感的物理性质。

在对于研究电机的简化假设中，强调了磁势波和磁密波为沿气隙空间分布的基波，但无需包括“忽略磁路饱和”的条件。