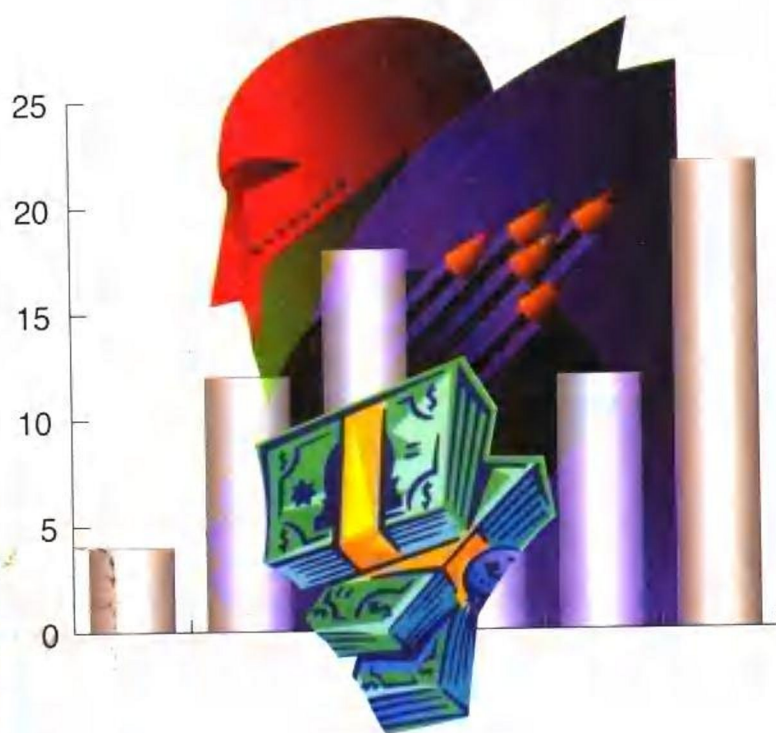


上海普通高校“九五”重点教材

经济控制论

上海市教育委员会 组编
张逸民 编著



机械工业出版社

上海普通高校“九五”重点教材

经济控制论

上海市教育委员会 组编

张逸民 编著



机械工业出版社

书中,作者用控制理论和计算技术对经济系统进行建模、辨识、分析动态特性和确定控制策略(政策建议)。本书的内容还涉及定量分析市场价格的动态过程、经济系统中时滞与寿命的处理方法、商业循环、经济长波及其形成原因、宏观经济模型的动态特性和通胀的宏观控制等。书中以上海市为实例,用二次型目标函数求出最优化控制规律,并基于上海市投入产出表,分析了上海市合理的产业结构、技术进步贡献、产品成本价格及产业关联,同时还以控制理论中的状态方程方法讨论了投入产出模型的动态化。本书内容翔实,大部分案例为作者研究成果,叙述深入浅出。书中所分析的主要模型均有计算机程序,以便于读者进一步理解和使用。本书可作为高等学校经济类、管理类、自动控制等专业的教材,也可以作为现代化管理技术培训的教材,并可供广大经营管理干部和经济工作者使用。

图书在版编目(CIP)数据

经济控制论/张逸民编著. —北京:机械工业出版社,
1999.5

上海普通高校“九五”重点教材

ISBN 7-111-06955-2

I. 经… I. 张… III. 经济控制论-高等学校-教材
IV. F224.11-43

中国版本图书馆CIP数据核字(1999)第02641号

出版人:马九荣(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

责任编辑:钱飒飒 版式设计:霍永明 责任校对:程俊巧

封面设计:海之帆 责任印制:王国光

北京京丰印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行

1999年2月第1版第1次印刷

787mm×1092mm¹/₁₆·18印张·440千字

0 001—2000册

定价:28.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

前 言

在本书中,利用控制理论和数值计算技术对经济系统进行建模、动态分析、预测与控制。作者的意图是把自然科学研究方法用于社会科学(经济系统)的研究之中,使自然科学(方法)与社会科学(对象)相结合、定性研究与定量研究相结合、解析研究与数值计算相结合。这种类型的应用研究有助于经验决策向科学决策的过渡。

本书的第1章中,着重介绍了用控制理论分析经济系统的特点;阐明了静态、比较静态与动态模型的区别,以及经济控制论中的动态模型;简要介绍了经济系统动态特性、Z变换分析法,以及状态空间分析法等。在第2章中,着重研究了经济系统中的时滞及寿命。用控制理论中的方法分析了一些常见的经济模型。这些模型均可作为本书中的特例。对于更复杂的系统,书中提出了数值解法,并把数值解结果用回归分析整理成经验公式供初步估算用。为了控制经济系统的动态特性,本章提出了投资决策方程。在第3章中,采用控制理论着重分析了宏观经济模型,讨论其动态特性,并在此基础上对经济系统中的波动现象、商业循环、经济危机等进行了定量分析。本章还把现代控制理论中线性二次型目标函数的确定性优化控制用于宏观经济模型,并以上海市为实例,求出优化反馈控制规律及目标函数极值。本章还建立了模型,讨论了通胀的宏观调控问题。在第4章中,着重讨论了静态与动态投入产出模型的各种应用。从控制理论观点出发,投入产出模型是一个反馈耦合系统。本章中将凯恩斯乘数、收入乘数等与投入产出分析联系起来,并对上海市投入产出表进行了连锁系数分析、成本价格分析,以及科技进步贡献、产品结构分析等。通过这些分析,对上海市的发展战略提出了一些有益的看法。此外,本章中还采用控制理论中的状态方程方法讨论了投入产出模型的动态化及其解法。

本书内容主要是作者已研究过并取得一定成果的课题。这些课题研究得到国家自然科学基金、上海市科学技术发展基金和上海市自然科学基金以及美国纽约州雪城大学、印第安那大学、宾州州立大学、香港大学等的资助,作者在此表示感谢。在全书27节中有14节内容是受到上述基金资助的,没有这些资助作者不可能完成本书。

在本书的撰写过程中,作者注意到理论与实际的结合,所分析的问题尽可能与经济中的实际情况,尤其是我国及上海市的现状相结合。所讨论的主要模型均附有计算程序。源程序采用IBM-PC的BASIC语言编写,主要是为了使读者易于理解计算公式,且便于调试,并便于知道未打印或显示的中间变量值。某些模型计算利用了Microsoft Excel的工作表格,采用了宏程序。这些程序有助于读者进一步理解本书内容并加以应用。书中的阐述尽量做到深入浅出,读者只需具有一般的高等数学、线性代数知识即可阅读,并把Z变换作为附录附于书末,方便读者查阅。另外,书中在定量分析方面也较深入,有些数学推导、证明在其他书中尚属未见。全书共有18个BASIC程序,10个Excel宏程序和计算工作表格,89幅图,86张表格,932个数学表达式,表明了本书定量分析的性质。

作者曾利用本书初稿在上海理工大学商学院、系统工程学院讲授过,效果良好,对学生应用经济控制论方法建立动态模型起到了启蒙作用。

在撰写本书的过程中，中国科学院上海分院范崇李教授、上海理工大学陈康民教授、国际商学院郑淑华副教授、史云和、张双全、王涛、董沛琼等参与了讨论、作图、计算机输入等大量工作，上海交通大学吴健中教授、同济大学张庆宏教授对全书进行了仔细审稿，提出了宝贵意见，在此一并致谢。

本书的出版得到上海市教育委员会上海普通高校“九五”重点教材建设第一批资助项目的资助。上海理工大学给予配套资助。没有该项目资助，本书出版几乎是不可能的，作者在此对上海市教育委员会和上海理工大学表示深切的感谢。

作者 1998 年 10 月

目 录

前言

第 1 章 经济系统与差分方程	1	3.2 外贸乘数模型	88
1.1 引言	1	3.3 卡列斯基商业循环	107
1.2 离散时间系统与差分方程	1	3.4 用 Z 变换研究改造前后的卡列斯基 模型	112
1.3 市场价格的静态、比较静态与动态 模型	3	3.5 经济长波简化模型	123
1.4 国民收入简化的静态、比较静态与 动态模型	10	3.6 宏观经济模型的确定性二次型优化 控制	130
1.5 线性常系数差分方程	14	3.7 通胀控制的宏观经济模型	146
1.6 Z 平面的稳定性分析	26	第 4 章 投入产出模型分析、应用及其 动态化	151
1.7 离散齐次线性系统的状态空间 分析法	32	4.1 生产函数	151
第 2 章 经济时滞系统	45	4.2 投入产出模型及其解存在条件的 分析	160
2.1 市场价格的动态模型	45	4.3 投入产出表的乘数分析	171
2.2 供需平衡条件下具有时滞的动态 模型	52	4.4 投入产出的连锁系数分析	181
2.3 供需不平衡的带时滞的动态 模型	56	4.5 投入产出模型在分析最终产品结构中的 应用	224
2.4 资本“寿命”问题及投资决策 方程	57	4.6 利用投入产出表分析价格问题	232
2.5 经济时滞系统特征方程的数值解法 及其结果的回归分析	60	4.7 利用投入产出表分析科技进步 贡献	245
第 3 章 宏观经济的系统分析与 控制	71	4.8 动态投入产出模型	254
3.1 汉森-萨缪尔森宏观经济模型	71	附录 Z 变换	264
		参考文献	280

第1章 经济系统与差分方程

1.1 引言

机器的自动控制或动物在自然界的活动，都可以看成是其本身各组成部分间信息的传送过程。控制论就是研究动物（包括人类）和机器内部的控制及通信的一般规律的学科。它着重研究上述过程的数学关系，而不涉及过程内在的物理、化学、生物或其他方面的现象。因此，控制论所研究的是复杂的动态系统中的指挥、控制、调节和自调节等问题，并从整体的观点来强调系统的运动和演变进化规律。动态主要是指系统随时间变化的性质。在日常生活和科学研究中，几乎所有能被观察到的现象都具有重要的动态特征。用静态模型来研究经济系统，就会得出错误的结论。例如，静态模型不能解释经济变量的周期波动现象或它们的增长或衰减，因为它认为国民生产总值、物价水平等的时间轨线是非常平滑的或几乎不变的。所以控制论是着重研究动态系统的理论。动态这一术语首先是指周围世界中随时间演变的现象；其次，它是被用于描述和分析这种现象的数学学科的一部分。

在数学上，动态系统通常是用微分方程或差分方程描述的。实际上，就纯粹的数学内容而论，对动态进行初步的研究几乎与微分方程和差分方程的理论是一样的。这些方程提供了描述各个变量之间随时间而变化相联系的一种结构。使用微分方程还是差分方程来描述动态系统，取决于是以连续时间还是离散时间来观察系统的行为。连续时间与通常的概念相吻合，即把时间看作连续变化的，并认为它是平滑地流逝的，其任意值通常用字母 t 表示。按连续时间所观测的动态行为通常用微分方程来加以描述，微分方程把动态变量的导数与其当时的值联系起来。离散时间由有序点列所构成。从应用观点来看，当各种事件和结果仅在离散时间上（例如按天、月或年）出现或被考虑时，引进离散时间是方便的。例如，在研究宏观经济模型时，是逐年地（或逐月地）计算总产值的变化，而不是连续地计算总产值的变化。离散时间通常是以一个方便的起点作为参考点而依次标注离散时间点来表示的。因此，时间就相当于整数 $0, 1, 2, \dots$ ，而一个任意的时间点常用字母 n 表示。所以，通常把在离散时间点上所观测到的动态行为，用某一时刻上的变量值与各相邻时刻上的变量值联系起来的方程来加以描述，这种方程称作差分方程。对于某一具体现象是建立连续时间模型还是建立离散时间模型，其选择多少是有点任意的。这种选择通常是由现有可利用的数据、分析上的处理方便、应用领域中已建立起来的习惯等因素所决定的。

1.2 离散时间系统与差分方程

动态系统分析一般包括两大部分：建模及根据模型来评价系统的动态特性。建模就是获得系统的数学描述的过程。在工程上，现在数字控制系统已发展到利用数字计算机作为控制元件。这种系统通常是采样系统，即输入计算机的信息是其信号的瞬时值，在新的信息输入

计算机前，其输出值保持不变。图 1.2.1 为数字控制系统的示意图。计算机在系统内完成补偿的功能。计算机输入端的接口是模拟/数字 (A/D) 转换器，用来转换连续时间信号——误差信号，使其成为数字计算机所能接受的形式。在数字计算机的输出端为数字/模拟 (D/A) 转换器，用以把计算机的输出信号转化为驱动装置所需的模拟信号。

对于比例-积分 (PI) 模拟调节器，其输出由下式决定：

$$y(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(t) dt \quad (1.2.1)$$

式中 $e(t)$ ——调节器输入信号；

$y(t)$ ——调节器输出信号；

K_P ——比例调节增益系数；

K_I ——积分调节增益系数。

由于计算机可以编程来完成乘、加及积分等数值的运算，故可用计算机来实现调节器方程。在本例中，用图 1.2.1 中所示的矩形规则进行，则

$$x(nT) = x[(n-1)T] + Te(nT) \quad (1.2.2)$$

式中 $x(t)$ —— $e(t)$ 的积分；

T ——数值算法中步长。

因此对于数字调节器，其输出变为

$$y(nT) = K_P e(nT) + K_I x(nT) \quad (1.2.3)$$

该方程就是差分方程，所以离散时间系统的模型就是差分方程。式 (1.2.1) 为一阶线性差分方程，因为只有最后的一个采样信号进入方程式。 m 阶差分方程的一般形式为

$$x(n) + \sum_{i=1}^m \beta_{n-i} x(n-i) = \sum_{j=0}^m \alpha_j e(n-m+j) \quad (1.2.4)$$

若图 1.2.1 中的装置也可用线性常系数差分方程表示，则整个系统由类似式 (1.2.4) 的差分方程来表示，当然其阶数要高于调节器的阶数。故图 1.2.1 中的数字计算机应编程以求解式 (1.2.4) 的差分方程。系统设计师的任务就是确定：(1) 采样周期 T ；(2) 差分方程阶数 m ；(3) 滤波器系数 α_i 、 β_i 的选定，以使系统具有期望的品质；(4) 数字计算机字长，以使由于计算机舍入误差所引起的系统误差保持在可接受的水平。例如，土星 V 火箭第一级的姿态控制系统的数字调节器（滤波器）设计中，采样周期 $T=0.05s$ ，调节器的差分方程为 5 阶，数字计算机需要的最小字长是 32bit 以确保由于舍入误差引起的系统误差保持在可接受的水平。近十几年来，随着脉冲技术、数字化元件，特别是数字计算机的蓬勃发展，用模拟控制器已无法处理这类复杂的信号而用数字控制器恰可达到任何的控制规律、补偿或期望品质，因此，数字控制系统得到了广泛的应用。

因为对经济系统有关变量的统计不可能是连续地进行的，所以经济模型一般采用离散时间模型表示。一般，采样周期为年、月、周、或日。因此，本书以后涉及的模型主要用差分方程表示。求解差分方程可应用 Z 变换（见本书附录），正如求解微分方程应用拉氏变换一样。

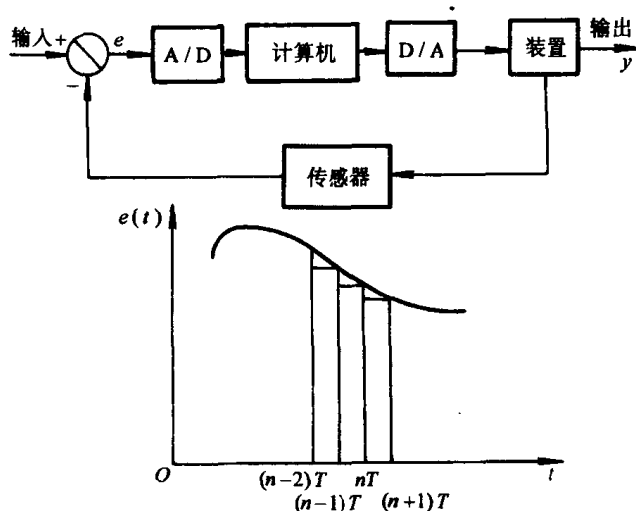


图 1.2.1 数字控制系统

1.3 市场价格的静态、比较静态与动态模型

西方微观经济学研究单个生产者、单个消费者的经济活动，研究单个行业、单个市场的经济状况的变化。因此，供求问题和价格问题自然而然地成为西方微观经济学的中心问题，故有时被称作价格理论及市场理论。西方微观经济学中的分析通常也就从价格和市场的分析着手。马克思对社会的经济结构是从最单纯的因素——商品开始的，而在分析商品的属性时，马克思把价值作为商品最本质的要素来理解。科学的劳动价值论是马克思全部经济分析的出发点。价格与价值不可能完全一致。价值量与劳动生产率成反比，随着劳动生产率的提高，价值会自动地随着降低。价格是由人决定的，它们对劳动生产率变化的反映不可能像价值那样及时和准确。价值不受供求规律的影响，而价格是受其影响的。

由于价格被认为取决于需求和供给，所以首先分别对需求和供给进行分析。需求是指消费者在一定价格条件下对商品的需要。消费者对一定量商品所愿意支付的价格，称为需求价格。需求一般随价格上升而减少，或随价格下降而增加，见图 1.3.1 中曲线 D ，假设它为价格的线性函数，即

$$D = d_0 - ap \quad (1.3.1)$$

式中 D ——需求量；

p ——价格；

d_0 ——需求量自主部分（即需求量中与价格无关的部分）；

$-a$ ——需求量对价格的导数。

在工程科学中，一般用因变量对自变量的导数来描述因变量变化对自变量变化的敏感性。但在经济分析中，这种描述往往不合适。以猪肉需求函数为例

$$D = 10000 - 1000p \quad (1.3.2)$$

式中 D ——猪肉需求量，单位为 kg；

p ——猪肉需求价格，单位为元/kg。

如果用 D 对 p 的导数 $\frac{dD}{dp} = -1000$ 来描述需求量对价格变化的敏感性，它表示猪肉价格提高 1 元/kg，需求量会降低 1000kg。若需求量用 t 表示，则需求函数变为

$$D = 10 - 0.001p \quad (1.3.3)$$

式中 D ——猪肉需求量，单位为 t；

p ——猪肉价格，单位为元/t。

这时 $\frac{dD}{dp} = -0.001$ ，它表示猪肉价格提高 1 元/t，其需求量下降 0.001t。所以，究竟用 -1000 还是用 -0.001 来表示需求量对价格变化的敏感性？有人认为只要规定统一的度量单位就可以解决这个问题。对工程科学而言，可以规定国际单位制作为统一的测度单位。但在经济分析中商品千差万别，很多商品的计量单位不可能统一。例如煤要以百万吨计量，冰箱要以台计算等。在测度单位不统一的情况下，因变量对自变量的导数之间互相就不具备可比性。所以在经济分析中采用函数因变量对自变量的弹性作为新的敏感性概念。函数弹性定义为因变量增长率对自变量增长率的比值，又称作相对增长率。例如函数 $y = g(x)$ ，则 y 对于 x 的弹性系数定义为

$$\epsilon = \frac{dy/y}{dx/x} = \frac{d \ln y}{d \ln x} \quad (1.3.4)$$

改变计量单位, 函数的弹性系数不变。若改变计量单位, 测得因变量 $y' = \lambda y$, 自变量 $x' = \mu x$, 在新计量单位下 y' 对 x' 的弹性系数为

$$\epsilon' = \frac{dy'/y'}{dx'/x'} = \frac{d(\lambda y)/\lambda y}{d(\mu x)/\mu x} = \frac{dy/y}{dx/x} = \epsilon \quad (1.3.5)$$

与用原计量单位测得的弹性系数相同。

对于式 (1.3.2), 可求得需求对价格的弹性系数为

$$\epsilon_D = \frac{dD/dp}{D/p} = \frac{-1000p}{10000 - 1000p} \quad (1.3.6)$$

对于式 (1.3.3), 求得需求对价格的弹性系数为

$$\epsilon_D = \frac{dD/dp}{D/p} = \frac{-0.001p}{10 - 0.001p} = \epsilon_D \quad (1.3.7)$$

由式 (1.3.6)、式 (1.3.7) 可知, 需求对价格的弹性系数是相同的, 不随测度单位变化而变化。若 $p = 5$ 元/kg, 则由式 (1.3.6) 可知 $\epsilon = -1$; 将 $p = 5000$ 元/t 代入式 (1.3.7), 得 $\epsilon = -1$ 。即猪肉价格变化 +1%, 猪肉需求量变化为 -1%。一般说来, 生活必需品的需求价格的弹性系数小于 1, 而奢侈品的需求价格的弹性系数大于 1。

供给是指某一段时间内, 生产者在一定价格条件下, 愿意并可能出售的产品。生产者为你提供一定量商品所愿意接受的价格, 称为供给价格。在其他条件不变的情况下, 价格越高, 生产者越愿意提供产品。因此供给量一般随价格升降而增减, 如图 1.3.1 中曲线 S , 它随价格的增加呈线性上升, 则

$$S = S_0 + bp \quad (1.3.8)$$

式中 b ——供给曲线中的斜率。

供给的弹性系数

$$\epsilon_S = \frac{bp}{S_0 + bp} \quad (1.3.9)$$

供给价格的弹性系数就是因价格变动率而引起供给的相应变动率。供给价格的弹性系数的大小主要取决于供给的难易程度。一般说来, 劳动密集型行业的产品增加供给容易, 供给价格弹性系数大于 1; 而资本密集型行业的产品涉及到设备、技术等问题, 增加供给不容易, 供给弹性系数小于 1。

均衡价格是指一种商品的需求价格和供给价格相一致时的价格, 也就是这种商品的市场需求曲线与市场供给曲线相交时的价格, 如图 1.3.1 所示。 E 点就是均衡点, p_E 就是均衡价格。均衡价格是按照供求定律的自发调节而形成的。供求定律就是指需求大于供给, 价格将会上升; 需求小于供给, 价格将会下降。

均衡点条件可写作

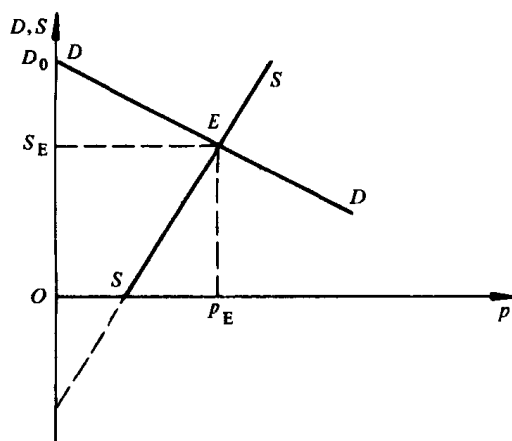


图 1.3.1 市场价格静态模型

$$S_E = D_E \quad (1.3.10)$$

由式 (1.3.1)、式 (1.3.8)、式 (1.3.10) 可得均衡价格 p_E 为

$$p_E = \frac{d_0 - S_0}{a + b} \quad (1.3.11)$$

均衡供给量或需求量为

$$S_E = D_E = \frac{aS_0 + bd_0}{a + b} \quad (1.3.12)$$

若猪肉供给方程为

$$S = -5000 + 2000p \quad (1.3.13)$$

式中 S ——猪肉供给量, 单位为 kg;

p ——猪肉供给价格, 元/kg。

则由需求方程式 (1.3.2) 和供给方程式 (1.3.13) 可求得

$$p_E = 5 \text{ 元/kg}$$

$$S_E = 5000 \text{ kg}$$

即猪肉均衡价格为 5 元/kg, 均衡供给量为 5000kg。由式 (1.3.6) 和式 (1.3.9) 可知, 在均衡价格时需求价格弹性为 -1, 供给价格弹性为 +2。因此, 由市场价格的静态模型得到的一组数字解。

下面根据市场价格的静态模型, 分析当参数条件改变时均衡点状态变化, 这称为比较静力学 (Comparative statics)。它是经济分析中最有用的方法之一。要研究四个独立参数 S_0 、 d_0 、 a 、 b 对均衡点状态 (即 p_E 和 S_E) 的影响, 只需由式 (1.3.11) 求出 p_E 对上述四个参数的偏导数

$$\frac{\partial p_E}{\partial d_0} = \frac{1}{a + b} \quad (1.3.14)$$

$$\frac{\partial p_E}{\partial S_0} = -\frac{1}{a + b} \quad (1.3.15)$$

$$\frac{\partial p_E}{\partial a} = -\frac{d_0 - S_0}{(a + b)^2} \quad (1.3.16)$$

$$\frac{\partial p_E}{\partial b} = -\frac{d_0 - S_0}{(a + b)^2} \quad (1.3.17)$$

由于在模型中 d_0 、 a 、 b 均大于零, S_0 小于零, 因此

$$\frac{\partial p_E}{\partial d_0} = -\frac{\partial p_E}{\partial S_0} > 0 \quad (1.3.18)$$

$$\frac{\partial p_E}{\partial a} = \frac{\partial p_E}{\partial b} < 0 \quad (1.3.19)$$

图 1.3.2 中给出了四个参数增加时均衡价格 p_E 的变化。由图 1.3.2a 可知, 当 d_0 增加为 d'_0 时, 需求曲线向上平移, 故 $p'_E > p_E$, 与式 (1.3.18) 是一致的。同理, 由图 1.3.2c 可知, 当 S_0 增加为 S'_0 时, 供给曲线向上平移, 故 $p'_E < p_E$ 。图 1.3.2b 和 1.3.2d 表示需求曲线和供给曲线斜率的增加, 此时 $p'_E < p_E$, 与式 (1.3.19) 是一致的。从以上分析可知, 比较静力学要探索的是系统从一个均衡点到另一个均衡点的变量的状态, 集中研究均衡的最终位置, 而

不是系统的变化过程。亦即它不研究平衡状态随时间变化的动态过程，不讨论是否可从旧的平衡状态过渡到新的平衡状态。

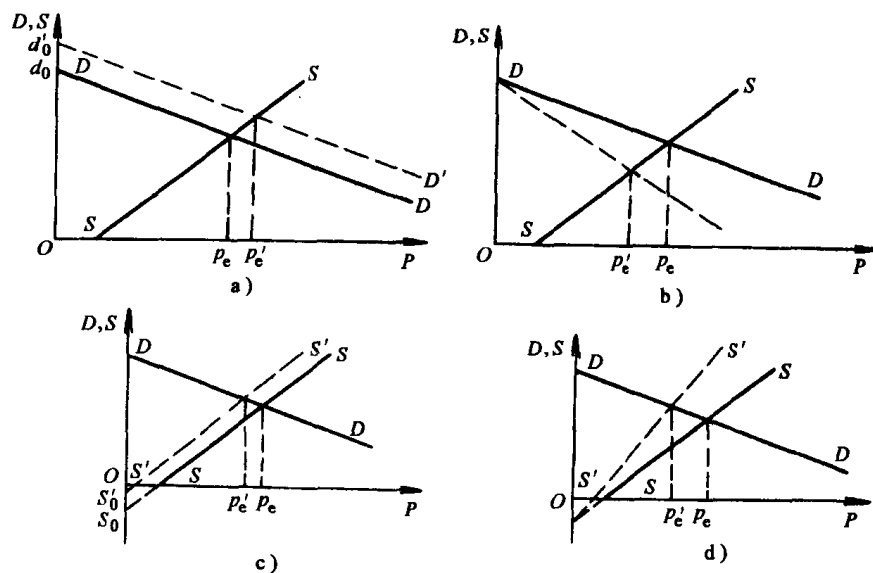


图 1.3.2 市场价格比较静态模型

a) 参数 d_0 增加 b) 参数 a 增加 c) 参数 S_0 增加 d) 参数 b 增加

动态理论研究变量的值随时间的变化，讨论某个变量随着时间增长还是减少，它是否振荡，它最终是否可以达到均衡值或稳态值。在市场价格静态模型中把供给量与供给价格之间引入时间滞后，即式 (1.3.8) 改写为

$$S(n) = S_0 + bp(n-1) \quad (1.3.20)$$

即供给量是前一期价格的函数，这是因为生产过程本身具有时滞。而需求量取决于当前的需求价格，式 (1.3.1) 可写作

$$D(n) = d_0 - ap(n) \quad (1.3.21)$$

在均衡状态时，需求量等于供给量，即

$$S(n) = D(n) \quad (1.3.22)$$

由式 (1.3.20)、式 (1.3.21) 和式 (1.3.22) 可得

$$p(n+1) = -\rho p(n) + p_a \quad (1.3.23)$$

式中

$$\rho = \frac{b}{a}, \quad p_a = \frac{d_0 - S_0}{a} \quad (1.3.24)$$

对式 (1.3.23) 进行 Z 变换，整理后得

$$p(z) = \frac{Z}{Z+\rho} p(0) + \frac{p_a}{1+\rho} \left(\frac{Z}{Z-1} - \frac{Z}{Z+\rho} \right) \quad (1.3.25)$$

由式 (1.3.11) 和式 (1.3.24) 可知

$$\frac{p_a}{1+\rho} = p_E \quad (1.3.26)$$

对式 (1.3.25) 进行 Z 逆变换，并把式 (1.3.26) 代入，得

$$p(n) = p_E + [p(0) - p_E](-\rho)^n \quad (1.3.27)$$

式中 $p(0)$ ——初始价格。

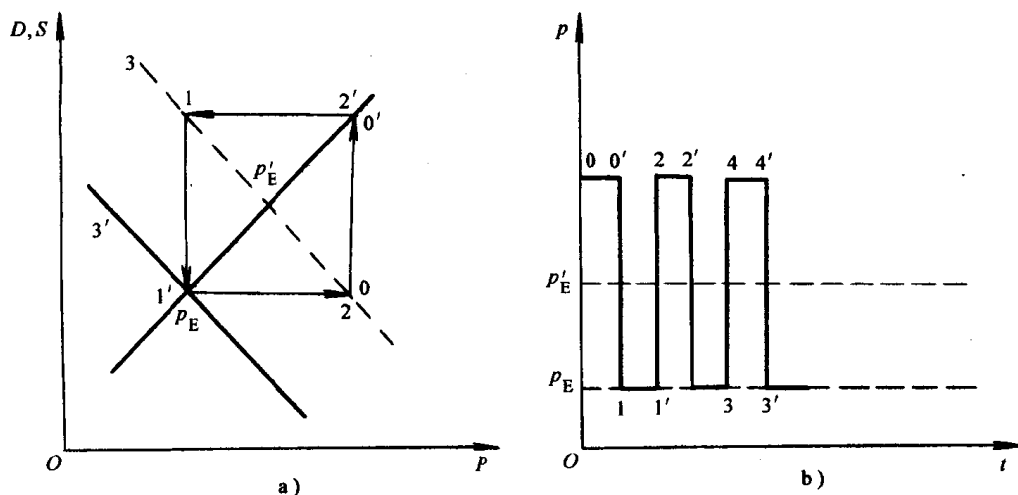


图 1.3.5 蛛网模型 (等幅振荡)

由式 (1.3.9) 和式 (1.3.28) 可得

$$\frac{\epsilon_S}{\epsilon_D} = -\frac{b}{a} \frac{d_0 - ap}{S_0 + bp} \quad (1.3.29)$$

在均衡状态下

$$\frac{\epsilon_S}{\epsilon_D} = -\frac{b}{a} = -\rho \quad (1.3.30)$$

由式 (1.3.30) 可知, ρ 表示供给的价格弹性系数与需求的价格弹性系数之比, 故 $\rho < 1$ 的经济意义就是供给的价格弹性系数绝对值小于需求的价格弹性系数, 这就是蛛网模型稳定条件。“蛛网”名称的由来, 是因为价格和产量的连续演变过程, 在图形上同蛛网相似。

当供给的价格弹性系数大于需求的价格弹性、市场价格由于供不应求而高于均衡价格 p_E 时, 就会引起供给量和价格以较大的幅度波动。由于这种波动的结果, 离开均衡点越来越远, 如图 1.3.4a 所示, 价格波动的幅度越来越大, 如图 1.3.4b 所示, 不能达到新的均衡价格 p'_E 。

最后, 在供给的价格弹性系数等于需求的价格弹性系数时, 市场价格均衡的失调将引起价格和供给量以固定幅度进行周期性波动, 见图 1.3.5a。图 1.3.5b 表明价格始终按同一幅度循环进行。当 $\rho = 1$ 时, 由式 (1.3.27) 可知

$$\begin{aligned} p(0) &= p(0) \\ p(1) &= -p(0) + 2p_E \\ p(2) &= p(0) \\ p(3) &= -p(0) + 2p_E \\ p(4) &= p(0) \\ &\vdots \end{aligned} \quad (1.3.31)$$

即系统出现等幅振荡, 其振荡周期为 $2T$ 。

由以上讨论可知, 只有当 $\rho < 1$ 时, 市场价格才能由旧的均衡状态过渡到新的均衡状态。在 $\rho = 1$ 和 $\rho > 1$ 的情况下, 就不可能过渡到新的均衡状态。这与比较静态分析有很大的不同, 当需求曲线上移后, 就出现新的均衡状态, 见图 1.3.2a, 但不能说明新的均衡状态能否达到。所以静态模型得到的是一组均衡值, 而动态模型的解是一组时间函数, 而不是一组数字。动态模型可给出变量随时间变化历程及其特性, 这些在静态模型中是不涉及的。在动态差分方

程中略去时间的变化, 即 $p(n) = p(n-1)$, 则动态模型的稳态解就是均衡解。因此静态模型在研究经济波动和经济增长时, 其缺点是明显的。从市场价格静态模型来看, 它不能解释价格的波动现象, 这在某些农产品供应中是确实存在的。另外从静态模型识别出来的特性并不能代表实际经济的特性, 如比较静力学分析可得出 b 增加可使市场价格下降 (见图 1.3.2d)。若 b 的增加使 $\rho \geq 1$, 则新的较低的均衡价格就不可能达到, 即不可能收敛到不随时间变化的新均衡值。

上面讨论的市场价格动态模型从控制理论角度来分析, 它是一阶反馈闭环控制系统。由式 (1.3.5) 可作如图 1.3.6 所示的框图。前向传递函数 $G(z)$ 为 1, 反馈传递函数 $H(z)$ 为 ρZ^{-1} , 因此系统的特征方程为

$$1 + G(z)H(z) = 0 \quad (1.3.32)$$

亦即

$$1 + (1)(+\rho\lambda^{-1}) = 0 \quad (1.3.33)$$

故 $-\rho$ 就是系统的特征根。因此 $|\rho| = 1$ 就是系统临界稳定的条件。由于 ρ 是正值, 故系统特征根 $-\rho$ 为负值, 系统具有振荡性质, $|\rho| > 1$ 为发散振荡, $|\rho| < 1$ 为收敛振荡。这与前面分析的结论一致, 因此用控制理论中常用的方法分析经济系统的动态特性是很方便的, 而且概念清晰。

由框图 1.3.6 可知, p_a 是输入变量, 亦即控制变量, 由式 (1.3.24) 可知, p_a 与需求量自主部分 (D_0) 与供给量自主部分 (S_0) 之差成正比, 与需求的价格弹性 (用 a 表征) 成反比。如果生产功能、价格相当的代用商品, 就可使需求量自主部分下降; 采用新技术、新工艺来生产该商品, 就可使供给量自主部分下降。这样造成 p_a 下降就可使市场价格下降。 a 值增大, 相当于需求价格弹性增大, 可使 p_a 下降, 市场价格下降; 且可使 ρ 下降, 即振荡幅度减小, 市场商品多样化就可使非日用必需品的需求价格弹性增加。上述简单分析表明, 用控制理论分析经济系统动态特性及政策变量的影响是方便、有效和清晰的。

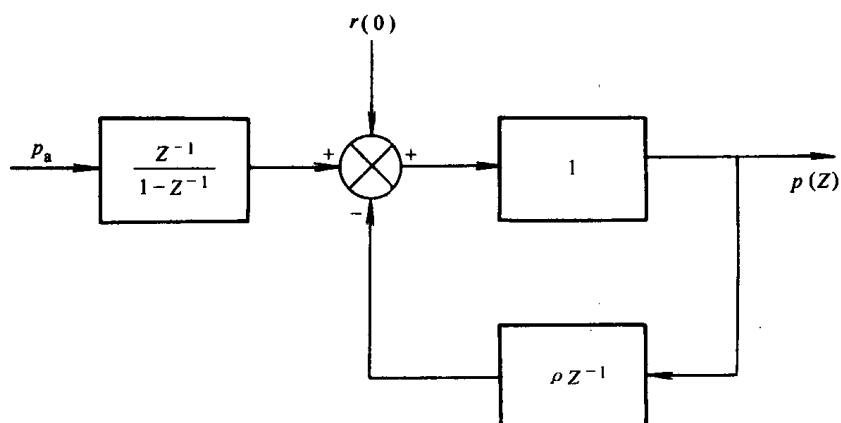


图 1.3.6 场价格动态模型框图

上面讨论的市场价格动态模型是线性模型, 而在实际经济系统中还存在许多非线性现象。例如在上面讨论 $\rho > 1$ 情况, 市场价格呈发散振荡 (见图 1.3.4)。国家为了稳定物价, 对商品需求价格规定了上限 p_h , 则价格动态变化规律发生了变化, 如图 1.3.7 所示, 当市场需求曲线上升, 均衡点由 p_E 向上移时 (新的静态均衡点为 p'_E , 但由于 $\rho > 1$ 故不可能达到该点), 市场价格由 p_E 上升至 p_0 , 下降至 p_1 , 上升至 p_2 , 下降至 p_3 , 符合式 (1.3.27)。由该式决定的 $p(4)$ 已大于限价 p_h , 故 p_4 就不能达到 $p(4)$ 而只能达到 p_h , 同理 p_5 也不可能下降到由式

(1.3.27) 所决定的 p_5 而只能达到 p_1 , 如图 1.3.7 所示。因此

$$\begin{aligned} \text{当 } n < k \text{ 时,} \quad & p(n) = p_0 + [p(0) - p'_E](-\rho)^n \\ \text{当 } n \geq k \text{ 时,} \quad & p(n) = p_h \text{ 或 } p_1 \end{aligned} \quad (1.3.34)$$

式中 k ——非线性限制起作用的转折点。

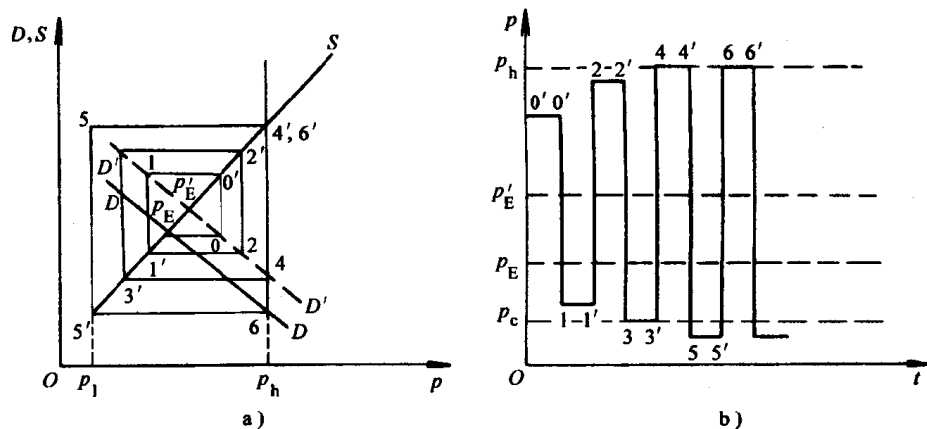


图 1.3.7 市场价格非线性动态模型

所以国家采用限价后价格最终将出现等幅振荡。由该非线性限制引起模型动态特性显著变化。在线性市场价格动态模型中, 只有 $\rho=1$ 才造成价格的等幅振荡, $\rho>1$ 造成价格的发散振荡。而考虑非线性限制后, $\rho>1$ 造成价格的等幅振荡, 表明了非线性限制的影响, 说明国家限价对稳定物价具有一定的作用, 这个简单的模型说明了研究动态模型的重要意义。

1.4 国民收入简化的静态、比较静态与动态模型

上一节介绍了微观经济学中市场价格静态与动态分析。本节将对宏观经济学中国民收入模型进行静态与动态分析, 以进一步阐明静态分析和动态分析的区别, 同时引入乘数的概念

$$Y = C + I + G \quad (1.4.1)$$

$$C = C_0 + cY \quad (1.4.2)$$

式中 Y ——国民收入;

C ——消费支出;

I ——投资;

G ——政府支出;

C_0 ——自主消费;

c ——边际消费倾向。

式 (1.4.1) 为恒等式或称作定义方程, 式 (1.4.2) 为消费函数, 表示消费与收入之间的函数关系。消费倾向是指消费在收入中的份额。消费倾向可分为平均消费倾向与边际消费倾向。平均消费倾向指平均每单位收入中消费所占的份额, 即

$$AP_c = \frac{C}{Y} \quad (1.4.3)$$

边际消费倾向表示收入每变动一单位时消费变动额, 也就是工程上导数的概念, 即

$$MP_c = \frac{\Delta C}{\Delta Y} = \frac{\partial C}{\partial Y} \quad (1.4.4)$$

从长期来看,收入为零时,消费也为零,但短期内可以假定一定量的消费与收入无关,即可以假定没有收入也会有消费,即自主消费 C_0 。

若把 I 和 G 当作是由系统以外所给定的,式 (1.4.3) 和式 (1.4.4) 两个方程建立起 Y 、 C 与 I 、 G 之间关系,即

$$Y = \frac{C_0}{1-c} + \frac{1}{1-c}I + \frac{1}{1-c}G \quad (1.4.5)$$

$$C = \frac{C_0}{1-c} + \frac{c}{1-c}I + \frac{c}{1-c}G \quad (1.4.6)$$

给定 I 、 G 以及结构参数 C_0 、 c 就可得到静态模型的解。所以静态模型给出的是一组数字解,表示均衡点的数值,如图 1.4.1 所示,均衡点 E 就是总收入与总支出两条直线的交点。

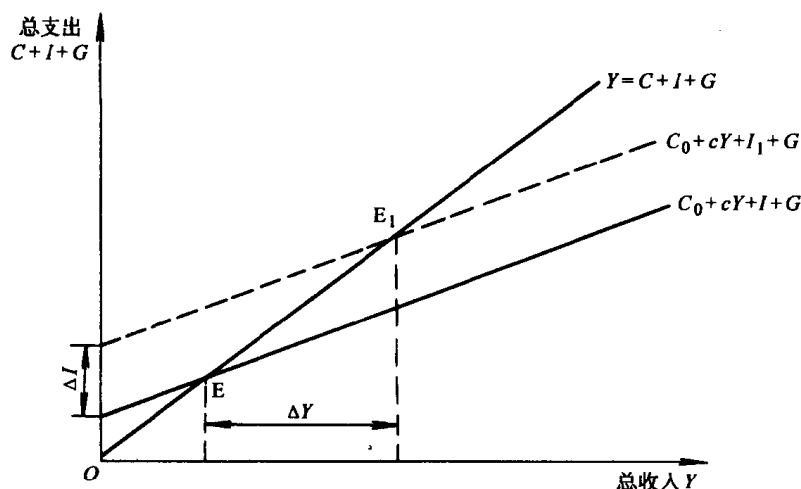


图 1.4.1 国民收入静态模型均衡点图解

现在用比较静力学来分析某些参数条件变化的解的变化。由式 (1.4.5) 可得

$$\mu_I = \frac{\partial Y}{\partial I} = \frac{1}{1-c} \quad (1.4.7)$$

$$\mu_G = \frac{\partial Y}{\partial G} = \frac{1}{1-c} \quad (1.4.8)$$

μ_I 称作投资乘数,它表示投资增加可能引起国民收入增加的倍数。在西方经济学中,乘数被用来分析经济中某一变量的增减所产生的连锁反应的大小。投资乘数就是 $(1 - \text{边际消费倾向})$ 的倒数。由于 $0 < c < 1$, 所以 $\frac{1}{1-c}$ 总是大于 1 的正数, c 越大,投资增加引起的连锁反应越大,国民收入增加得越多。图 1.4.1 中虚线所表示的总支出曲线就是由于投资增加而向上平移,虚线与总收入曲线交点就是新均衡点 E_1 , 总收入的增量就是新均衡点 E_1 与原均衡点 E 之间的差额。同样, μ_G 就是政府支出乘数,它表示投资(或政府支出)每变化一个单位,则国民收入随之变化 $\frac{1}{1-c}$ 单位,消费随之变化 $\frac{c}{1-c}$ 单位。这些偏导数就是宏观经济模型的乘数。

在国民收入简化静态模型的消费函数方程引入时滞,即式 (1.4.2) 改写成

$$C(n) = C_0 + cY(n-1) \quad (1.4.9)$$

式 (1.4.1) 改写成

$$Y(n) = C(n) + I(n) + G(n) \quad (1.4.10)$$