

车辆发动机动力学

汪长民 杨继贤 孙业保 李香莲 编

国防工业出版社

车辆发动机动力学

汪长民 杨继贤
孙业保 李香莲 编

国防工业出版社

内 容 简 介

本书主要介绍汽车、拖拉机和坦克等车辆发动机曲柄连杆机构的动力学基本原理和曲轴系统的扭振问题。此外,还介绍国内外一些典型车辆发动机的有关动力学方面的参数。为便于读者进一步掌握和使用,还附有复习题以及一些具体的电算程序。

本书既可作为有关内燃机专业的教材、教学参考书籍,也可供有关内燃机设计、研究、生产和使用部门的技术人员参考。

车辆发动机动力学

汪长民 杨继贤 编
孙业保 李香莲

*

国防工业出版社 出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

787×1092¹/₁₆ 印张21 489千字

1981年9月第一版 1981年9月第一次印刷 印数: 3,001—3,800册

统一书号: 15034·2253 定价: 2.15元

前 言

本书是根据“车辆发动机”专业教学大纲的要求，结合教学和科研的实践编写的。

本书主要内容是汽车、拖拉机和坦克等车辆用活塞式发动机的动力学。全书共分两篇：第一篇为发动机曲柄连杆机构的动力学。主要对活塞、连杆和曲轴的运动规律和受力情况进行了分析和介绍；同时在此基础上分析发动机的平衡情况，并介绍进行平衡的一般方法。第二篇为曲轴系统的扭转振动。从扭转振动的基本理论入手，叙述曲轴系统由于受周期性干扰力矩作用，所引起的强制振动及其计算步骤和方法。介绍消减扭转振动的措施以及测量扭振的方法和主要仪器。

为了便于读者掌握书中内容，在每章之后附有一些复习题，可供思考与练习。

由于在分析V型发动机平衡时，运用正、反转矢量法更为清楚，采取相应的平衡措施更为直观，故将这部分内容列于附录一中。

我们结合科研与教学的实践，吸取有关单位的经验，用FORTRAN语言编排了发动机动力学与扭转振动计算的程序。这些程序已在DJS-8计算机上算题通过，列于附录二中，供参考使用。

根据当前具体情况，本书采用的计量制仍为公制。为了准备逐步采用国际单位制，我们将书中所采用的公制单位与国际单位制列表对照。

为了便于读者查阅，避免混乱，我们将采用的主要符号列于每章之前。

本书在编写过程中，七〇研究所、山东工学院与西安交通大学内燃机教研室的有关同志曾提出不少宝贵意见。全书经吴兆汉同志审阅。赵桂芝等同志为本书进行了描图工作。对上述同志们的指教和帮助，在此表示衷心感谢！

本书由汪长民同志主编，第一章及第二章由孙业保同志编写，第三章由李香莲同志编写，第四章至第八章由杨继贤同志编写，附录一由李香莲同志编写，附录二由汪长民、孙业保两同志编写。由于编者水平有限，编写时间又很短促，错误与缺点在所难免，欢迎同志们批评指正。

编者 1980年8月

目 录

本书使用的某些公制单位与国际单位制的换算	1
----------------------------	---

第一篇 曲柄连杆机构动力学

第一章 曲柄连杆机构运动学	4
§ 1-1 概述	4
§ 1-2 中心曲柄连杆机构运动学	6
§ 1-3 主副连杆式曲柄连杆机构运动学	24
第二章 曲柄连杆机构中的作用力和力矩	37
§ 2-1 曲柄连杆机构运动零件的质量换算	38
§ 2-2 曲柄连杆机构中的惯性力	42
§ 2-3 气体作用力	44
§ 2-4 中心曲柄连杆机构中的作用力和力矩	45
§ 2-5 主副连杆式曲柄连杆机构中的作用力和力矩	57
§ 2-6 作用在曲轴轴颈和轴承上的力	61
§ 2-7 多缸发动机的总扭矩	72
§ 2-8 曲轴旋转的不均匀性与飞轮的设计	73
第三章 发动机的平衡	81
§ 3-1 单缸发动机的平衡	82
§ 3-2 单列式多缸发动机的平衡	85
§ 3-3 单列式发动机平衡分析的图解法	95
§ 3-4 V型两缸发动机的平衡	98
§ 3-5 V型多缸发动机的平衡	103
§ 3-6 发动机的不平衡力及力矩系数表	115
§ 3-7 发动机的内部平衡	124
§ 3-8 发动机的理论平衡与实际平衡	131

第二篇 发动机曲轴系统的扭转振动

第四章 轴系扭转振动的基本理论	137
§ 4-1 单质量系统(扭摆)的无阻尼自由振动	137
§ 4-2 单质量系统(扭摆)的有阻尼自由振动	142
§ 4-3 单质量系统(扭摆)的无阻尼强制振动	144
§ 4-4 单质量系统(扭摆)的有阻尼强制振动	146
§ 4-5 双质量系统的无阻尼自由振动	152
§ 4-6 三质量系统的无阻尼自由振动	154
§ 4-7 多质量系统的无阻尼自由振动	156
第五章 发动机曲轴系统的自由振动计算	160
§ 5-1 概述	160

§ 5-2	转动惯量的计算方法	162
§ 5-3	轴的柔度计算	171
§ 5-4	发动机曲轴系统的自由振动计算	181
§ 5-5	分支系统的自由振动计算	191
第六章	发动机曲轴系统的强制振动计算	198
§ 6-1	概述	198
§ 6-2	干扰力矩及其简谐分析	199
§ 6-3	多缸发动机干扰力矩所做的功	204
§ 6-4	发动机的临界转速	213
§ 6-5	阻尼力矩及其做功	215
§ 6-6	强制振动计算	218
第七章	发动机轴系的扭振测量	227
§ 7-1	概述	227
§ 7-2	惯性式扭振仪的工作原理	228
§ 7-3	扭振仪简介	231
§ 7-4	测量结果的整理和分析	233
第八章	发动机轴系扭转振动的消减	240
§ 8-1	扭转振动的消减措施	240
§ 8-2	减振器结构简介	243
§ 8-3	减振器的工作原理	247
§ 8-4	减振器的设计计算	256
附录一	V型发动机平衡的正、反转矢量分析法	264
§ 1	并列连杆V型双缸机的正、反转矢量分析法	265
§ 2	错拐曲轴V型双缸机的正、反转矢量分析法	269
§ 3	并列连杆与错拐曲轴V型多缸发动机的正、反转矢量分析法	272
§ 4	主副连杆V型双缸机与多缸机的正、反转矢量分析法	276
§ 5	叉形连杆V型双缸机与多缸机的正、反转矢量分析法	281
§ 6	正、反转矢量分析法应用举例	283
附录二	车辆发动机动力计算与扭振计算的电算程序	295
§ 1	概述	295
§ 2	发动机动力计算电算程序	295
§ 3	发动机扭转振动的电算程序	317
参考文献		330

本书使用的某些公制单位与国际单位制的换算

名 称	本书使用单位	国 际 制 单 位	换 算 关 系
力	公斤(kg)	牛顿(N)	1 公斤 = 9.81 牛顿
质量	公斤·秒 ² /米(kg·sec ² /m)	公斤(kg)	1 公斤·秒 ² /米 = 0.102 公斤
压力, 应力	公斤/厘米 ² (kg/cm ²)	帕(Pa)	1 公斤/厘米 ² = 9.81 × 10 ⁴ 帕
扭矩, 力矩	公斤·米(kg·m)	牛顿·米(N·m)	1 公斤·米 = 9.81 牛顿米
动能, 功	公斤·米(kg·m)	焦耳(J)	1 公斤·米 = 9.81 焦耳
功率	马力(PS)	千瓦(KW)	1 马力 = 0.736 千瓦
密度	公斤/米 ³ (kg/m ³)	公斤/米 ³ (kg/m ³)	1 公斤/米 ³ = 1 公斤/米 ³
重量	公斤(kg)	公斤(kg) 质量	1 公斤重量 = 1 公斤质量
运动粘度	厘沲(CST)		1 厘沲 = 10 ⁻⁶ 米 ² /秒
转动惯量	公斤·秒 ² ·米(kg·sec ² ·m)	公斤·米 ² (kgm ²)	1 公斤·秒 ² ·米 = 0.102 公斤·米 ²
抗扭刚度	公斤·米/弧度(kgm/rad)	牛顿·米/弧度(Nm/rad)	1 公斤·米/弧度 = 9.81 牛顿·米/弧度
柔度	弧度/公斤·米(rad/kgm)	弧度/牛顿·米(rad/Nm)	弧度/公斤·米 = 0.102 弧度/牛顿·米
剪切弹性模数	公斤/厘米 ² (kg/cm ²)	牛顿/米 ² (N/m ²)	1 公斤/厘米 ² = 9.81 × 10 ⁴ 牛顿/米 ²
阻尼系数	公斤·厘米·秒/弧度	牛顿·米·秒/弧度	1 公斤·厘米·秒/弧度 = 0.0981 $\frac{\text{牛顿} \cdot \text{米} \cdot \text{秒}}{\text{弧度}}$

第一篇 曲柄连杆机构动力学

发动机是国民经济各部门中使用最广泛的动力机械之一。目前，我国的汽车、拖拉机、坦克中，几乎都采用汽油机和柴油机作为动力。因此，发动机设计制造技术的进一步发展和提高，对加快实现四个现代化具有重要的意义。而发动机各零、部件的设计必需由研究发动机曲柄连杆机构动力学所提供的（直接的或间接的）各零件的受力情况为基础才能开始正确的设计。

当汽车、拖拉机和坦克工作时，发动机的动力是通过曲柄连杆机构来进行传递和转化的。作用在曲柄连杆机构上的力，是由曲柄连杆机构运动质量的惯性力和活塞上的气体作用力所组成，这些力随着曲柄转角的不同而变化。为了计算曲柄连杆机构中各个零件的强度、耐磨度和疲劳强度，首先必需研究曲柄连杆机构中的受力情况，计算出曲轴每转一周（二冲程发动机）或两周（四冲程发动机）内相当于一系列曲柄转角位置时的作用力和力矩的数值。然后在这个基础上研究这些力和力矩对发动机各有关零件的影响以及发动机的平衡状况。

由于汽车、拖拉机和坦克发动机的工况是不断变化的，因此作用在曲柄连杆机构上的力和力矩也是不断变化的。要计算在各种工况下作用力和力矩的情况是相当复杂的，一般情况下，在动力学分析中只计算额定工况下的作用力和力矩，并且认为曲轴是等速旋转的，也不考虑发动机负荷变化的影响。

在进行动力计算之前，必须根据发动机的热计算或实验测定的示功图来确定气体作用力的变化情况，再根据运动学求出的各运动件的加速度，从而求出各运动件的惯性力变化的情况，最后得到总的作用力及其力矩的变化情况。同时在此基础上，进一步分析这些力和力矩对发动机平衡的影响。必须指出，这些力和力矩也是发动机曲轴系统产生扭转振动的原始动力，这将在第二篇“发动机曲轴系统的扭转振动”中作详细的论述。

本篇共分三章，分别讲述发动机曲柄连杆机构运动学、发动机曲柄连杆机构中的作用力和力矩以及发动机平衡等三个问题。

第一章 曲柄连杆机构运动学

使用的主要符号及其意义

ω	曲柄旋转角速度	Φ_a	加速度系数
n	转速	l	副连杆长度
R	曲柄半径	r	关节半径
V_t	切向速度	γ	气缸夹角
a_n	向心加速度	γ_c	关节角
α	曲柄转角	ψ	关节角差
t	时间	α_c	曲柄偏离副缸中心线转角
β	连杆摆动角	β_c	副连杆摆动角
λ	曲柄半径与连杆长度比	$\dot{\beta}_c$	副连杆摆动角速度
L	主连杆长度	$\ddot{\beta}_c$	副连杆摆动角加速度
$\dot{\beta}$	连杆摆动角速度	X_c	副缸活塞位移
$\ddot{\beta}$	连杆摆动角加速度	X_{0c}	副缸活塞在上死点时, 曲轴中心到副缸活塞销中心的距离
X	活塞位移	X_0	曲轴中心到副缸活塞销中心的距离
S	活塞行程	V_c	副缸活塞速度
Φ_x	位移系数	a_c	副缸活塞加速度
V	活塞速度	S_c	副缸活塞行程
Φ_v	速度系数	C_m	活塞平均速度
a	活塞加速度		

§ 1-1 概 述

研究曲柄连杆机构运动学的主要目的, 在于求出其零件的运动规律。根据所求得运动规律, 才能为以后进行曲柄连杆机构中的作用力和力矩、发动机的平衡、曲轴系统扭转振动的分析与计算以及有关零件的设计等打下基础。

汽车、拖拉机和坦克发动机曲柄连杆机构结构型式很多, 但是从运动学观点来看, 基本上可以分为中心曲柄连杆机构、偏心曲柄连杆机构和主副连杆式曲柄连杆机构三种 (见图 1-1)。

中心曲柄连杆机构的特点是气缸中心线通过曲轴的旋转中心, 并垂直于曲轴的回转轴线。这种型式的曲柄连杆机构在坦克、汽车和拖拉机发动机中应用最为广泛。一般的直列式发动机、采用并列连杆与叉形连杆的 V 型发动机以及对置活塞式发动机的曲柄连杆机构都属于这一种。

偏心曲柄连杆机构的特点是气缸中心线垂直于曲轴的回转轴线, 但不通过曲轴的旋转中心, 距离曲轴的回转轴线有一偏移量 e 。这一种曲柄连杆机构可以减小工作行程时活塞

与气缸壁间的最大侧压力，使活塞在工作行程与压缩行程时作用在气缸壁两侧上的侧压力的大小比较均匀。这种型式的曲柄连杆机构，主要应用于曲轴转速较低的汽车、拖拉机发动机中。

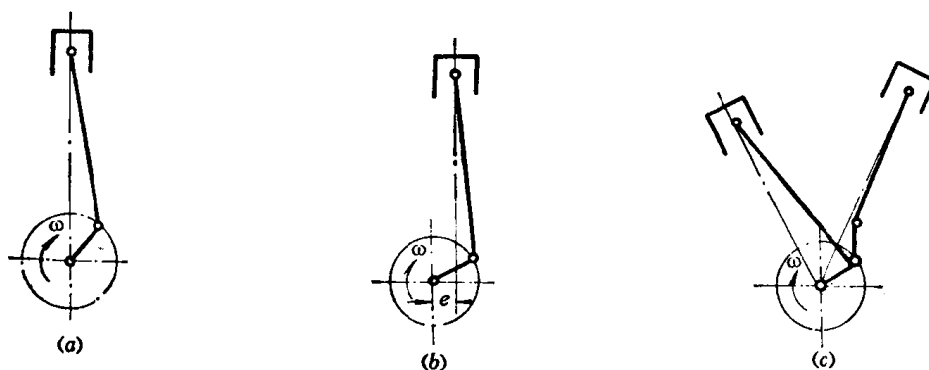


图1-1 曲柄连杆机构简图

(a)——中心曲柄连杆机构；(b)——偏心曲柄连杆机构；(c)——主副连杆式曲柄连杆机构。

主副连杆式曲柄连杆机构的特点是发动机的一列气缸用主连杆，其它各列气缸则用副连杆，这些副连杆的下端不是直接连接在曲柄的连杆轴颈上，而是通过副连杆销装在主连杆的大头上，形成了所谓的“关节式”运动（图 1-1 (c)）。它在一个曲柄上能同时带动几套副连杆和活塞，形成V型、X型、W型和星型等单轴多列式的发动机。这种结构可以使发动机长度缩短、结构紧凑。它最初广泛地应用于航空星型发动机中，目前有些大功率的坦克和内燃机车用的V型发动机也采用这种型的结构。

本章主要讨论车辆发动机中常用的中心曲柄连杆机构和主副连杆式曲柄连杆机构的运动学。

在曲柄连杆机构运动学计算中，曲柄的运动可以近似地看作是等速（或叫等角速度）回转的，这对近代的高速发动机来说是完全可以允许的，因为发动机在稳定的工况下工作时，由于扭矩不均匀性而引起曲柄回转角速度的变化是不大的。因此，曲柄连杆机构中曲柄的角速度为

$$\omega = \frac{\pi n}{30} \quad \text{弧度/秒}$$

式中 n ——曲柄转速 转/分。

为了使手工计算简便起见，部分转速 n 所对应的 ω 、 ω^2 值列于表 1-1 中。

曲柄上连杆轴颈中心点的切向速度和向心加速度分别为

$$\begin{aligned} V_t &= R\omega \quad \text{米/秒} \\ a_n &= R\omega^2 \quad \text{米/秒}^2 \end{aligned}$$

式中 R ——曲柄半径 米。

上述曲柄的运动规律对于各种型式的曲柄连杆机构都是适用的，因此以下各节只分别讨论各种曲柄连杆机构中的连杆与活塞的运动规律。

表1-1 n 与 ω 、 ω^2 的关系

n (转/分)	ω (1/秒)	ω^2 (1/秒 ²)	n (转/分)	ω (1/秒)	ω^2 (1/秒 ²)
1000	104.72	10966	2250	235.62	55516
1050	109.96	12090	2300	240.86	58012
1100	115.19	13269	2350	246.09	60561
1150	120.43	14503	2400	251.33	63166
1200	125.66	15793	2450	256.56	65827
1250	130.90	17135	2500	261.80	68540
1300	136.14	18535	2550	267.04	71308
1350	141.37	19986	2600	272.27	74131
1400	146.61	21494	2650	277.51	77010
1450	151.84	23059	2700	282.74	79944
1500	157.08	24674	2750	287.98	82932
1550	162.32	26346	2800	293.22	85975
1600	167.55	28074	2850	298.45	89073
1650	172.79	29855	2900	303.69	92226
1700	178.02	31693	2950	308.92	95433
1750	183.26	33585	3000	314.16	98696
1800	188.50	35530	3050	319.40	102013
1850	193.73	37532	3100	324.63	105385
1900	198.97	39587	3150	329.87	108812
1950	204.20	41698	3200	335.10	112293
2000	209.44	43865	3250	340.34	115830
2050	214.68	46085	3300	345.57	119421
2100	219.91	48361	3350	350.81	123068
2150	225.15	50692	3400	356.05	126769
2200	230.38	53076	3450	361.28	130525
			3500	366.52	134335

连杆、活塞的运动规律是时间 t 的函数，由于曲柄作等速旋转，曲柄转角 α 与时间 t 成正比例（即 $\alpha = \omega t$ ），因此在讨论连杆与活塞的运动规律时，不用时间 t 表达，而表达为曲柄转角 α 的函数。并且规定以活塞距曲轴中心轴线最远的极限位置（即上死点），所对应的曲柄位置，作为量度曲柄转角 α 的起点（令 $\alpha = 0$ ）；此时，活塞距曲轴中心线最远的极限位置（即上死点），作为活塞位移的零点，因而，活塞的速度、加速度的方向朝着曲轴中心线方向者为正，背离曲轴中心线方向者为负。

§ 1-2 中心曲柄连杆机构运动学

一 活塞、连杆运动规律的概述

图 1-2 是中心曲柄连杆机构运动分析简图。图中气缸中心线通过曲轴中心 O ， OB 为曲柄， AB 为连杆， B 为连杆轴颈中心， A 为连杆小头孔中心或活塞销中心。

当曲柄作等角速度 ω 旋转时，曲柄 OB 上任意一点都以 O 点为圆心作等速旋转运动， A 点（即活塞）沿气缸中心线作往复运动，而连杆 AB 则进行复杂的平面运动，其大头与曲柄的连杆轴颈（即 B 点）一样，作等速的旋转运动，而连杆的小头则和活塞一样作往复运动，所以连杆本身的运动是一种由旋转运动和往复运动而合成的复杂的平面运动。在实际分析中，为了使问题简化，一般将连杆简化为分别集中于连杆大头和小头的两个集中质量，这样就不需要对连杆的运动规律进行单独的研究了。

表1-2 一些车辆发动机的运动学参数

序号	发动机型号	国别	用途	型式	缸径 (毫米)	行程 (毫米)	功率 (马力)	转速 (转/分)	缸数及 型式	C_m (米/秒)	连杆长 (毫米)	λ	备注
1	AVDS1790-2	美	M60坦克	四冲程增压柴油机	146.1	146.1	750	2400	12V-90°	11.7	279.4	0.261	
2	MB838	西德	豹1坦克	同上	165	175	830	2200	10V-90°	12.83	315	0.277	
3	MB873	西德	豹2坦克	同上	165	155	1480	2600	12V-90°	13.43	315	0.246	
4	12V150/180	苏	T-62坦克	四冲程柴油机	150	180/186.7	580	2000	12V-60°	12/12.45	320(主)	0.231	主副连杆机构
5	L-60	英	“奇伏坦”坦克	二冲程柴油机	117.5	146.1×2	700	2100	对置6缸	10.22			
6	10ZF	日	74式坦克	二冲程增压柴油机	135	150	750	2200	10V-90°	11			
7	CV12TCA	英	“伊朗斯”坦克	四冲程增压柴油机	135	152	1200	2300	12V-60°	11.65			
8	AV-1790	美	M46坦克	四冲程汽油机	146.1	146.1	810	2800	12V-90°	13.63	254	0.2876	
9	MB833	西德	黄鼠狼步兵战车	四冲程增压柴油机	165	175	600	2200	6V-90°				
10	BF8L413F	西德	运输车辆	四冲程增压柴油机	125	130	320	2500	8V-90°	10.83	237.5	0.2736	
11	卡特匹勒1160	英	运输车辆	四冲程增压柴油机	114	127	210	2800	8V-90°	11.85	200.2	0.3111	目前入值较大者
12	6135Q	中	黄河JN150卡车	同上	135	140	160	1800	6L	8.4	280	0.25	
13	6120Q	中	黄河JN151卡车	同上	120	140	160	2000	6L	9.3	263	0.266	
14	SKODA706	捷	卡车	同上	125	160	145	1800	6L	9.6	342	0.234	
15	5A3-204	苏	卡车	二冲程柴油机	108	127	110	2000	4L	8.47	257	0.247	
16	NJ70	中	跃进牌卡车	四冲程汽油机	82	110	70	2800	6L	10.28	202	0.272	偏心曲柄连杆机构
17	CA-10B	中	解放牌卡车	同上	101.6	114.3	95	2800	6L	10.5	217	0.263	
18	BJ492	中	北京212吉普车	同上	92	92	75	3750	4L	11.5	158	0.291	
19	CA-72	中	红旗牌轿车	同上	100	90	220	4400	8V-90°	13.2	171	0.263	
20	SH490Q	中	上海牌轿车	同上	90	90	75	4000	4L	12	158	0.2848	
21	695Q	中	汽车	四冲程柴油机	95	115	110	2800	6L	10.73	195	0.2948	
22	4115	中	铁牛拖拉机	同上	115	130	55	1500	4L	6.5	230	0.2826	
23	4125	中	东方红拖拉机	同上	125	152	75	1500	4L	7.6	330	0.2303	
24	12V240Z	中	北京型内燃机车	四冲程增压柴油机	240	260/273.5	3000	1100	12V-45°	10.03	570	0.228	主副连杆机构
25	12V180ZL	中	东方红(3)内燃机车	同上	180	205	1250	1500	12V-60°	10.25	400	0.256	

$$\begin{aligned}
\ddot{\beta} &= \frac{d^2\beta}{dt^2} = \frac{d\dot{\beta}}{dt} = \lambda\omega \frac{d\left(\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}\right)}{dt} \\
&= \frac{\lambda\omega}{\cos^2\beta} \left(-\omega \sin\alpha \cos\beta + \lambda\omega \sin\beta \cos\alpha \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} \right) \\
&= -\frac{\lambda\omega}{\cos^3\beta} (\cos^2\beta - \lambda^2 \cos^2\alpha) \sin\alpha \\
&= -\lambda(1-\lambda^2)\omega^2 \frac{\sin\alpha}{\cos^3\beta}
\end{aligned}$$

当 $\alpha = 90^\circ$ 和 270° 时, β 有最大值 (指绝对值), 即

$$\ddot{\beta}_{\max} = \mp \frac{\lambda\omega^2}{\sqrt{1-\lambda^2}}$$

当 $\alpha = 0^\circ$ 和 180° 时, β 有最小值, 即

$$\ddot{\beta}_{\min} = 0$$

这时连杆轴线和气缸中心线重合。

三 活塞的行程和位移

从图 1-2 可以看出活塞的行程等于下式:

$$S = \overline{A_1A_2} = \overline{A_1O} - \overline{A_2O} = (L+R) - (L-R) = 2R$$

而活塞的位移则为

$$\begin{aligned}
X &= \overline{A_1A} = \overline{A_1O} - \overline{AO} = \overline{A_1O} - (\overline{CO} + \overline{AC}) \\
&= (R+L) - (R\cos\alpha + L\cos\beta)
\end{aligned} \tag{1-2}$$

当用电子计算机进行计算时, 可以直接用 (1-2) 式进行计算, 但手工计算时, 需将 (1-2) 式加以简化, 否则太繁琐了。

由 (1-1) 式知:

$$\begin{aligned}
\sin\beta &= \lambda \sin\alpha \\
\cos\beta &= \sqrt{1 - \sin^2\beta} = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2\alpha}
\end{aligned}$$

根据牛顿二项式定理, 可将 $\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2\alpha}$ 展开如下:

$$\begin{aligned}
\cos\beta &= 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 \sin^2\alpha - \frac{1}{2 \times 4}\lambda^4 \sin^4\alpha - \frac{1 \times 3}{2 \times 4 \times 6}\lambda^6 \sin^6\alpha \\
&\quad - \frac{1 \times 3 \times 5}{2 \times 4 \times 6 \times 8}\lambda^8 \sin^8\alpha - \dots
\end{aligned} \tag{1-3}$$

由于 $\lambda = \frac{1}{3} \sim \frac{1}{5}$ 比较小, (1-3) 式中高于二次方的各项之值都很小, 例如: 对于 $\lambda = \frac{1}{3.5}$ 来说, 当 $\alpha = 90^\circ$ 和 270° 时, 第三项和第四项达到的最大值也不过只等于 0.00083 和 0.000034。为了计算简便, 只要取展开式的前两项就足够精确了。因此取

$$\cos\beta \approx 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 \sin^2\alpha \tag{1-4}$$

(1-3) 式和 (1-4) 式比较, 误差小于 0.1%, 这实际上已满足了工程计算的要求。

将 (1-4) 代入 (1-2) 式, 得:

$$\begin{aligned}
 X &= R + L - R \cos \alpha - L \left(1 - \frac{1}{2} \lambda^2 \sin^2 \alpha \right) \\
 &= R \left(1 - \cos \alpha + \frac{\lambda}{2} \sin^2 \alpha \right) = \Phi_x R
 \end{aligned} \tag{1-5}$$

式中

$$\Phi_x = 1 - \cos \alpha + \frac{\lambda}{2} \sin^2 \alpha$$

为了计算时方便, 将 β 随 α 、 λ 的变化关系以及 Φ_x 随 α 和 λ 而变化的近似数值列于表 1-3 和表 1-4 中。

位移 X 随 α 和 λ 的变化关系如图 1-3 所示。

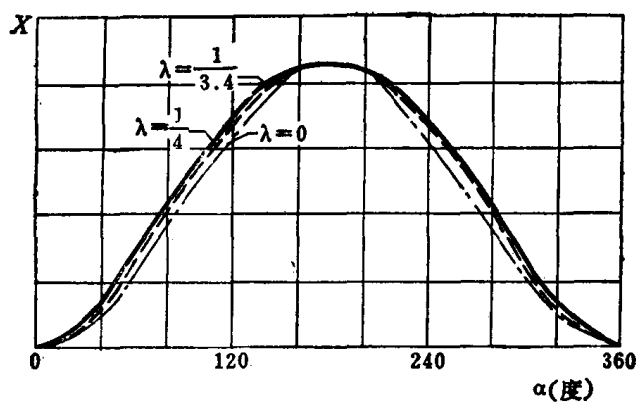


图1-3 不同 λ 值时, 活塞位移与曲柄转角的关系

从 (1-5) 式中可以看出:

当 $\alpha = 0^\circ$ 时, $X = 0$;

当 $\alpha = 90^\circ$ 时, $X = R \left(1 + \frac{\lambda}{2} \right)$;

当 $\alpha = 180^\circ$ 时, $X = 2R = S$ 。

即曲柄转角 α 从 0° 到 90° 时活塞的位移值比曲柄转角 α 从 90° 到 180° 时活塞的位移值大, 而且是 λ 值越大, 其差值也越大。

四 活塞速度

将 (1-2) 式对时间 t 微分, 便可求得活塞速度的精确值为

$$\begin{aligned}
 V &= \frac{dX}{dt} = \frac{dX}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} \\
 &= R\omega \left(\sin \alpha + \frac{\lambda}{2} \frac{\sin 2\alpha}{\cos \beta} \right)
 \end{aligned} \tag{1-6}$$

将 (1-5) 式对时间 t 微分, 便可求得活塞速度的近似值为

$$V = R\omega \left(\sin \alpha + \frac{\lambda}{2} \sin 2\alpha \right) = R\omega \cdot \Phi_v \tag{1-7}$$

为了计算方便, 将 Φ_v 随 α 和 λ 变化的近似数值列于表 1-5 中。

表1-3 角 β 与 α 以及 λ 的关系

α°	λ		符号	α°										符号	α°
	0.3226	0.3125		0.3030 [*]	0.2941	0.2857	0.2778	0.2703	0.2632	0.2564	0.2500	1/4.0			
符号			1/3.1	1/3.2	1/3.3	1/3.4	1/3.5	1/3.6	1/3.7	1/3.8	1/3.9	1/4.0			
0	180	+	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	-	180	
5	175	+	1°37'	1°34'	1°31'	1°28'	1°26'	1°23'	1°21'	1°19'	1°17'	1°15'	-	185	
10	170	+	3°13'	3°7'	3°1'	2°56'	2°51'	2°46'	2°41'	2°37'	2°33'	2°29'	-	190	
15	165	+	4°47'	4°38'	4°30'	4°22'	4°14'	4°7'	4°1'	3°54'	3°48'	3°43'	-	195	
20	160	+	6°20'	6°8'	5°57'	5°46'	5°36'	5°27'	5°18'	5°10'	5°2'	4°54'	-	200	
25	155	+	7°50'	7°35'	7°21'	7°8'	6°56'	6°44'	6°34'	6°23'	6°13'	6°4'	-	205	
30	150	+	9°17'	8°59'	8°43'	8°28'	8°13'	7°59'	7°46'	7°34'	7°22'	7°11'	-	210	
35	145	+	10°40'	10°20'	10°1'	9°43'	9°26'	9°10'	8°55'	8°41'	8°27'	8°14'	-	215	
40	140	+	11°58'	11°35'	11°14'	10°54'	10°35'	10°17'	10°	9°44'	9°29'	9°15'	-	220	
45	135	+	13°11'	12°46'	12°22'	12°	11°39'	11°20'	11°1'	10°43'	10°27'	10°11'	-	225	
50	130	+	14°18'	13°51'	13°25'	13°1'	12°38'	12°17'	11°57'	11°38'	11°20'	11°2'	-	230	
55	125	+	15°19'	14°50'	14°22'	13°56'	13°32'	13°9'	12°47'	12°27'	12°7'	11°49'	-	235	
60	120	+	16°13'	15°42'	15°13'	14°45'	14°20'	13°55'	13°32'	13°10'	12°50'	12°30'	-	240	
65	115	+	17°	16°27'	15°56'	15°28'	15°	14°35'	14°11'	13°48'	13°26'	13°6'	-	245	
70	110	+	17°39'	17°4'	16°33'	16°3'	15°34'	15°8'	14°43'	14°19'	13°57'	13°35'	-	250	
75	105	+	18°9'	17°34'	17°1'	16°30'	16°1'	15°34'	15°8'	14°44'	14°20'	13°58'	-	255	
80	100	+	18°31'	17°55'	17°22'	16°50'	16°20'	15°52'	15°26'	15°1'	14°37'	14°15'	-	260	
85	95	+	18°45'	18°8'	17°34'	17°2'	16°32'	16°4'	15°37'	15°12'	14°48'	14°25'	-	265	
90		+	18°49'	18°13'	17°38'	17°6'	16°36'	16°8'	15°41'	15°15'	14°51'	14°29'	-	270	