

传热学基础手册

(下 册)

(美) W. M. 罗森诺 等 主编



科学出版社

传热学基础手册

(下册)

[美] W. M. 罗森诺 等 主编

齐 欣 译

周晓青 校

科学出版社

1992

(京)新登字 092 号

内 容 简 介

本书是1985年出版的《传热学手册》(第二版)的中译本。为适应当代科技发展的需要和反映传热学的最新成果,新版扩充为两本手册:《传热学基础手册》和《传热学应用手册》。这两种手册既可独立使用,又可配套对照使用。原书主编是国际上公认的权威工程热物理学家,各章的作者也都是在他们所从事的分支领域中卓有成就的权威学者,因而这一套新的手册是传热学领域的权威性手册,它将能满足有关科技人员未来许多年内的需要。

《传热学基础手册》着重讨论传热问题的理论解和数值解,给出热物理性质表,分析导热和热辐射的定律,提供对流换热实验数据,讨论沸腾、凝结和两相流的规律等。本书共十四章,分上、下两册出版。上册内容包括:传热学的基本概念、传热问题的理论解和数值解、热物理数据、导热问题的各种解法、自然对流以及受迫对流(管内流动)。下册主要内容是:受迫对流(外部流动)、稀薄气体传热、电磁场对换热的影响、凝结、沸腾、两相流以及辐射。

本书主要对象是在动力、化工、航空、电力、冶金、核能、航天、电子、建筑、生物制品和食品工程等方面从事传热工作的科技人员,以及高等学校有关专业的教师和高年级学生。

Warren M. Rohsenow et al.(Eds)

HANDBOOK OF HEAT TRANSFER FUNDAMENTALS

(Second Edition)

McGraw-Hill, 1985

传热学基础手册

(下 册)

【美】W. M. 罗森诺 等 主编

齐 欣 译

周晓青 校

责任编辑 陈文芳

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100707

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1992 年 2 月第 一 版 开本:787×1092 1/16

1992 年 2 月第一次印刷 印张:32 1/4 插页:2

印数:1—1700 字数:754 000

ISBN 7-03-002346-3/TB·75

定价:20.40 元

目 录

第八章 受迫对流,外部流动.....	1
第九章 稀薄气体传热	152
第十章 电磁场	177
第十一章 凝结	207
第十二章 沸腾	242
第十三章 两相流	315
第十四章 辐射	346
参考文献	444
索引	480

第八章 受迫对流,外部流动

M. W. Rubesin

Mamoru Inouye

P. G. Parikh

(刘才铨 译)

A. 引言	2	e. 近似的数值方法.....	29
1. 边界层概念.....	2	f. 任意物形的数值解.....	32
2. 层流边界层、紊流边界层和过渡边界层	3	D. 稳态边界层方程	33
3. 边界条件.....	4	1. 紊流输运机理和模化.....	33
4. 三维效应.....	4	2. 偏微分方程.....	35
B. 术语定义	4	a. 质量流的连续性.....	35
1. 流体的类型.....	4	b. 组元守恒(扩散方程).....	35
2. 流动和输运参数的无量纲准则数.....	6	c. 动量守恒.....	37
3. 表面参数.....	6	d. 能量守恒.....	38
a. 剪切.....	6	e. 方程摘要.....	39
b. 传热.....	7	3. 积分方程.....	41
c. 传质.....	8	E. 二维层流边界层	43
4. 雷诺比拟.....	8	1. 均匀自由流条件.....	43
C. 边界层外缘条件	8	a. 均匀表面温度.....	43
1. 无粘流的一般原理.....	8	b. 非均匀表面温度.....	64
a. 运动方程.....	9	c. 有传质的表面.....	72
b. 坐标系.....	10	d. 超音速流中的圆锥.....	83
c. 流函数.....	10	2. 具有顺流压力梯度的表面.....	85
d. 无旋流动和位函数.....	10	a. 在化学平衡中具有均匀元素成分的气	85
2. 不可压缩流动.....	14	体.....	85
a. 方程.....	14	b. 相似性解.....	87
b. 平面流动的解析解.....	15	c. 对于一般边界层外缘条件的近似积分	102
c. 轴对称流动的解析解.....	16	方法.....	102
d. 任意物形的数值解.....	17	d. 在低速横流中经过单个柱体和柱体束	106
3. 可压缩亚音速流动.....	18	的传热.....	106
a. 方程.....	18	F. 二维紊流边界层	109
b. 近似的压缩性修正.....	18	1. 计算紊流输运性质的流体动力学基础	109
c. 任意物形的数值解.....	19		109
4. 超音速流动.....	20	a. 常物性流体的平均速度特性.....	110
a. 方程.....	20	b. 涡旋扩散系数模型.....	115
b. 解析解.....	23	2. 均匀自由流条件.....	117
c. 近似方法.....	24	a. 均匀表面温度.....	117
d. 简单物形的数值解.....	25	b. 变粘性液体.....	121
		c. 高温理想气体.....	122

d. 非均匀表面温度.....126	b. 能量积分方程的解.....142
c. 阶梯形状和任意形状的热流密度分布126	c. 尖锥.....143
f. 有传质的表面.....127	G. 过渡边界层和三维边界层143
g. 表面粗糙度.....139	1. 均匀自由流速度的过渡边界层143
h. 流向曲率.....139	2. 三维边界层144
i. 自由流紊流度和不稳定性140	a. 沿小攻角尖头物体上的层流流动.....144
3. 具有顺流压力梯度的表面141	b. 在三维驻点处的层流流动.....145
a. 斯坦顿数-能量厚度关系式141	c. 对三维物体的轴对称近似.....146
	符号表147

A. 引言

在当今大型电子计算机时代,许多复杂的对流问题,通过对反映基本原理的方程的数值解法,可以得出精确的数值解。但是,要深刻了解这些问题的细节,就需要广泛进行参数研究,而这种研究则要耗费大量的计算机时间。因此,数值方法通常仅仅应用于为数极少的一些实例。而且,这些数值求解的计算机程序要占用如此之多的计算机存储量,以致将它们作为综合系统研究计算中的子程序是不现实的。因此,仍然需要有能够用于初步设计、用于具有许多输入值(对流仅是其中之一)的系统研究以及用于创造性设计的一般公式和数据综合关系式。在创造性的设计中,创造发明能力正是基于对问题中变量影响的了解。本章就是为绕流物体的受迫对流的情形提供了许多这类工具。

明确地说,这一章要给出计算物体表面和周围流体之间局部传热率的理论方程和数据综合关系式;在这里,周围流体具有不同于表面的温度并且对表面有相对运动。“受迫对流”,或者要求用泵将流体输送流过物体(例如,像模型在风洞中的情况),或者要求物体在流体中推进(例如,飞机在大气中的情况)。当速度是用对物体的相对速度来表示时,所介绍的方法对这两种情况都同样适用。在这些情况下,常常可以忽略重力。此外,本章的内容仅限于可把流体当作连续介质看待的情况。

在现代技术的许多领域中,对物体的受迫对流的计算已成为关键的问题。下面举几个在这方面应用的例子:飞机表面的加热除冰措施;涡轮叶片的冷却;炉子的管束;高性能飞机、导弹锥头以及再入大气层的物体的急剧气动加热的热防护。计算对流传热率的公式一般是通过理论分析与实验相结合而建立起来的。分析几乎总是以边界层理论为基础,即对适用于贴近物体表面的流体区域的单个组元、总质量、动量和能量的守恒方程进行数学求解。在贴近物体表面的流体区域内,剪切、导热和组元扩散效应起着主导的作用。实验包括采用各种方法测量固体和液体的温度及热流。本章把重点放在对流学科的理论基础上,这是因为这种处理方法将提供系统地掌握各种问题相互关系和数据综合关联的基础。为了评价所描述的理论或实验数据综合方法的适用性或精确度,在许多情况下,我们将把理论及计算结果与对应的实验数据进行比较。但是,重点将不放在专门的实验装置或者测量热流或温度的技术的细节上。

1. 边界层概念

当观察向物体对流传热的流体特性时,发现除了密度特别低的情况之外,流体在紧邻

物体表面处被静止下来并达到表面温度。而且,流体中的切应力又使表面上的其它流体层减速。随着表面法向距离的增加,切应力减小,而平行于表面的速度趋近于一个渐近值。在极限情况下,切应力消失,流体好像是无粘性似的。类似地,温度随离开表面的距离而变化,并趋近于一个渐近值。于是,垂直于物体表面的热流(与该方向的温度梯度有关)在物体表面附近比较大,而在远离表面处减小到可以忽略不计,并趋近于非传导流体的特性。在20世纪初期,观察到的这种特性使得普朗特^[1]提出了边界层概念。普朗特认为,可以把物体周围的流场分成两个不同的区域:邻近表面的内区——边界层,在这里剪切和传热是主要现象;以及外区,在这里流动性质的梯度很小,以致使剪切和传热效应变得可忽略不计。因此,受迫对流过程发生在位于表面和无粘非传导流场之间的边界层内。

边界层的一个突出特点就是受剪切和导热影响的流动性质的变化发生在一个非常狭窄的区域内,也就是说,边界层与物体特征尺寸(如物体的长度)相比,非常薄。因为平行于表面的质量流量在边界层内通常要比在无粘流内为小,所以边界层的存在将排移无粘流,就好像无粘流流过一个比实际物体通常要稍大一些的物体。有效物体表面的这种向外的位移,就定义为“位移厚度”。位移厚度在大多数情况下小得可以忽略不计。因此,无粘区通常可以看作与边界层的生长无关,实际上这是计算对流传热速率的第一步(参看本章第C节)。但是,在低雷诺数下高速飞行的细长物体上(在第九章中论述),以及在物体的后部或者靠近飞机凸起的控制面附近(在这里表面压力升高引起边界层分离,即表面流线从物体上移开),边界层和无粘流两个区域的相互依赖关系还是存在的。边界层很“薄”的另一个同等重要的结果是,在这个区域内,质量、动量和能量的一般输运方程在数学上得到了相当大的简化。这些简化使得各种难处理的方程可以解析求解,并且使得基于边界层理论的大量计算结果甚至在大型电子计算机问世之前就已经得到长足的发展。

当密度和输运性质在这个很薄的区域内为常量时,温度和速度分布曲线的范围随流体的具体普朗特数不同而变化。这就导致在学术名词的分类上,要把“流动边界层”、“热边界层”和“浓度或扩散边界层”厚度区别开来。“浓度或扩散边界层”出现在将异种组元输入到边界层内的发散、薄膜或烧蚀冷却系统中。当普朗特数和刘易斯数接近于1时,这些边界层厚度具有同等的大小。

对于多数真实流体,其物性(ρ, k, μ, c_p)随温度或浓度而变化,因而在速度、温度和浓度分布曲线之间存在着相互关系,其中某一个的变化将对其余的分布曲线发生影响。远离表面时,区分各个边界层厚度之间的差别是没有意义的。但是,在表面附近,速度、温度和浓度分布曲线的相对斜率则与流体物性有些关系,这种关系在定性的形式上类似于常物性流体所发生的情况。

2. 层流边界层、紊流边界层和过渡边界层

边界层内的流体有时候是这样流动的:以不同速度运动的相邻流体层好像是在彼此“滑移”。在这种情况下,剪切、传热和扩散都是由横越相邻层界面的分子运动引起的。这类流动叫做“层流”。在这类边界层中,对对流起支配作用的输运性质是粘度、导热系数和扩散系数。

雷诺数表示惯性力和粘性力之比。雷诺数在决定层流边界层的稳定性质方面具有头

等重要的作用。当超过临界雷诺数时,由于自由流的脉动或者表面粗糙度所引起的即使是极轻微的扰动,都会破坏有规则的层流流动,并且引起脉动的产生。这些脉动增长至迸发涡旋运动,涡旋以稍小于边界层外缘处的速度向下游流去,并且随时间或随沿表面距离的增加而增长。在更下游处,新的迸发出现,并与上游产生的迸发相合并。在某点处,边界层终于被旋涡迸发所充满,并且成为完全的紊流边界层。这种边界层具有三维涡旋运动,这种涡旋运动是随机的,由涡旋脉动的尺度(大小)和强度来表征。动量(剪切)、能量和各组元的输运主要靠这些涡旋运动来完成。静止表面的存在使涡旋运动受到阻尼作用,因而在表面上,剪切、传热和扩散就又被分子过程所支配。所以,紊流边界层要由三个区域来表征:分子运动占主导的内区,涡旋运动占主导的外区,以及两种运动都存在的混合区。

在前面对定型紊流边界层的描述中我们指出了—个既非层流、又非定型紊流的状态。这个边界层过渡很复杂,因而没有受到像另外两个区那样的注意。但是,关于边界层过渡区特性的知识还是相当重要的,因为这种边界层常常覆盖物体表面的大部分。本章后面部分将给出用层流边界层和湍流边界层特征参数相叠加来计算过渡区性质的统计方法。

3. 边界条件

某个位置上的边界层特性,通常由上游无粘性流的和物体表面上的状态来决定。无粘流构成边界层的外边界条件,其主要特征参数是平行于表面的局部速度、局部热力学状态参数以及在弯曲激波后面的涡旋强度。从边界层转变的角度看,声强和紊流度也是重要的。

影响局部边界层特性的表面条件是温度、热流和冷却剂在上游的分布,冷却剂是通过缝隙或多孔表面注入的。烧蚀表面提供了在表面切线方向上一个具有零动量的连续质量的传递。另外一个对边界层转变尤其重要的表面条件是表面粗糙度和对外部脉动压力场的依从性。

4. 三维效应

当物体或是三维形状,或者虽然是轴对称的,但与自由流方向成一角度放置时,沿表面的无粘流速度向量就会和物体表面的自然坐标不一致。在这些情况下,局部边界层的特征参数取决于表面上无粘流速度向量沿物体自然坐标的两个分量。一般地说,接近表面处的无粘流的流线是弯曲的,而在接近壁面处边界层内的速度向量就倾向于离开无粘流的流线而旋转。这些效应使边界层的性质复杂化,显著地影响对流传热。在以后各节中我们将注意到计算某些这类效应。

B. 术语定义

本章给出的理论结果和综合关系式采用本节所定义和解释的术语来表达。

1. 流体的类型

流动的多样性和所提供的表面传质条件的多样性要求考虑不同的流体,即液体和气

体, 它们的物性可随局部热力学状态而变化。基本方程中的物性要尽可能是通用的。但是, 正如已经提到过的那样, 具体的理论求解和具体的实验是有限制的。有关热力学的和分子输运的性质包括 ρ , u , i , c_v , c_p , μ , k 和 $\mathcal{D}$ (参阅本章最后的符号表)。对于紊流, 还需要包括涡旋扩散系数, 它取决于流动结构和上述性质。

不可压缩流体 热物性和输运性质为常量的不可压缩流体, 代表着温差小的低速流动的液体和气体。内能由 $u = c_v T$ 给出, 其中, 液体的 c_v 对于定容过程和定压过程都是相同的。

当温差大时, 热物性和输运性质的变化不能忽略。此时, 内能定义为

$$u = \int_0^T c_v(T) dT \quad (1)$$

热学理想气体 这是对中等温差或马赫数大于 0.2 的气体流动情况所采用的模型。一般说来, 它的性质随温度和压力而变化。

密度由理想气体定律给出:

$$\rho = \frac{P}{RT}$$

比热 c_v 和 c_p 只取决于温度。内能, 包括平移、转动、振动和电子激发能, 由式 (1) 定义。焓定义为

$$i = u + \frac{P}{\rho} = \int_0^T c_p(T) dT$$

音速, 即小扰动在气体中的传播速度, 由公式

$$a = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)} \quad (2)$$

给出, 它只是温度的函数。

输运性质 μ 和 k 只取决于温度。

量热学理想气体 这是热学理想气体在比热为常数时的一种特殊情况, 因而, 其内能和焓分别由 $u = c_v T$ 和 $i = c_p T$ 给出。比热之比值 $\gamma = c_p / c_v$ 也是常数, 它可以充分确定无粘流的热力学性质。

量热学理想气体的音速由下式给出:

$$a = \sqrt{\gamma R T}$$

热学理想气体的混合物 这种混合物可以用来描述高温下的空气和其它气体。假设所有的组元, 其中可以包括分子、原子、离子和电子, 都具有相同的温度, 并产生正比于它们的摩尔浓度的分压。

密度由下式给出:

$$\rho = \frac{P}{T \sum_i K_i R_i}$$

式中, K_i 是第 i 种组元的质量浓度, R_i 是第 i 种组元的气体常数。

焓由下式给出:

$$i = \sum_i K_i i_i$$

式中

$$i_i = \int_0^T c_{p,i} dT + i_i^0$$

这里, i_i^0 表示第 i 种组元在绝对零度时的生成热。

对于热学理想气体的混合物, 音速仍由式 (2) 定义, 但不再只是温度的函数。

当混合物处于热力学平衡时, 组元浓度可以利用统计力学和量子力学求得^[4]。热力学性质像理想气体情况一样, 是两个变量的函数, 但是不能以方程的形式表示。当元素浓度在整个流场中保持常量, 并且化学反应时间远小于流动时间时, 便达到热力学平衡。

2. 流动和输运参数的无量纲准则数

组成无量纲准则数作为关联参数, 可以减少对流加热表达式中的变量数目。当流体物性变化时, 所用的状态条件是重要的, 必须给予明确定义。在本节中, 参考状态和流动条件只有当它们不变时才用下标予以注明。

马赫数是压缩性效应的度量, 等于当地速度和当地音速之比, 即 $Ma = V/a$ 。

压力系数(有时叫做欧拉数)是表面和自由流之间的压差除以动压:

$$C_p = \frac{P_w - P_\infty}{\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2} \quad (3)$$

雷诺数是惯性力与粘性力之比, $Re_L = \rho V L / \mu$, 其中 ρ, V 和 μ 可按各种参考状态取值。基于浓度、动量、能量和位移厚度的雷诺数可以分别通过给定参考长度 $L = \Delta, \theta, \Gamma, \delta$ 和 δ^* 而求得*。

埃克特数是由摩擦耗散的能量的一种度量, 是动能与参考焓之比, $Ec = V^2/2i$ 。

普朗特数是动量扩散系数与热扩散系数之比, $Pr = \mu c_p / k$ 。对于单组元气体, 定义 Pr 是明确的。对于多组元的化学平衡气体, 采用基于总导热系数和比热的总普朗特数 Pr_T 比较方便(参阅第 D.2节)。对于多组元的化学冻结气体, 相应的冻结普朗特数 Pr_F 在第 D. 2.e 节中定义。

刘易斯数是二元气体混合物中质量扩散系数与热扩散系数之比, 即 $Le = \rho \mathcal{D} c_p / k$ 。有时候利用施米特数 $Sc = \nu / \mathcal{D} = Pr / Le$ 更为方便。

3. 表面参数

a. 剪切 对于牛顿流体, 切应力正比于壁面上的速度梯度:

$$\tau_w = \mu_w \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w$$

式中, y 是垂直于表面的距离。

局部表面摩擦系数定义为

$$\frac{c_f}{2} = \frac{\tau_w}{\rho_e u_e^2}$$

绕流面积为 A 的平板的平均表面摩擦系数由下式给出:

* Δ, θ, Γ 和 δ^* 分别表示浓度厚度、动量厚度、能量厚度以及位移厚度, 参阅本章末的符号表。——译者注

$$\frac{\bar{c}_f}{2} = \frac{\int_A \tau_w dA}{\rho_e u_e^2 A}$$

b. 传热 因为在表面上速度为零, 所以从表面向流体的传热是通过导热机制进行的。对于流体, 傅里叶导热定律给出

$$q''_w = -k_w \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_w \quad (4)$$

低速流动 对于低速流动和表面恒定温度, 牛顿冷却定律表述为表面热流正比于温差 $T_w - T_\infty$ 。热流可用对流项来归一化, 得出一个叫做斯坦顿数的无量纲局部换热系数:

$$St = \frac{q''_w}{\rho_e u_e c_p (T_w - T_\infty)}$$

平板的平均斯坦顿数由下式给出:

$$\bar{St} = \frac{\int_A q''_w dA}{\rho_e u_e c_p (T_w - T_\infty) A}$$

要不然, 热流也可以用导热项来归一化, 而得出努赛尔数:

$$Nu = \frac{q''_w L}{k(T_w - T_\infty)} = St Re_L Pr$$

努赛尔数是斯坦顿数、雷诺数和普朗特数的乘积。

高速流动 对于高速流动, 上述各传热公式必须加以修正, 以便计及由于能量粘性耗散而引起的边界层内的温度升高, 如图 1 所示。表面热流仍由式 (4) 给出, 但是这种情形下的零热流状态发生在壁温等于恢复温度或绝热壁温 T_{aw} 的条件下。

恢复系数定义为绝热壁温与绝热压缩时的温度值之比:

$$r(0) = \frac{T_{aw} - T_\infty}{u_e^2 / 2c_p}$$

恢复系数基本上是普朗特数的函数。

为了使热流正比于温差 $T_w - T_{aw}$, 我们将牛顿冷却定律修正为: 当 $T_w > T_{aw}$ 时, $q''_w > 0$; 当 $T_w < T_{aw}$ 时, $q''_w < 0$ (参阅图 1)。

对于 c_p 为常数的情况, 斯坦顿数定义为

$$St = \frac{q''_w}{\rho_e u_e c_p (T_w - T_{aw})}$$

如果比热变化很大, 则用焓来定义恢复系数要比用温度来定义更为合适:

$$r(0) = \frac{i_{aw} - i_\infty}{u_e^2 / 2}$$

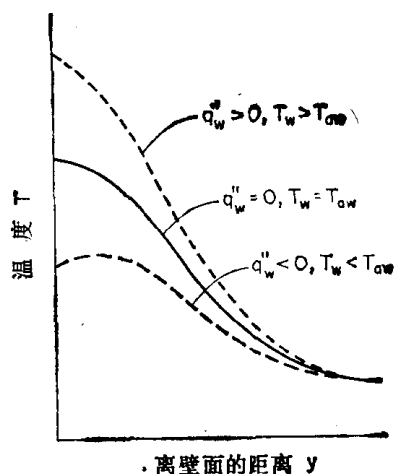


图 1 当流动动能因粘性耗散而转变成热能时, 高速边界层内的温度分布曲线 (T_{aw} = 绝热壁温)

而斯坦顿数就变为

$$St = \frac{q''_w}{\rho u_e (i_w - i_{e,w})}$$

在有传质或者变壁温的情况下,上述各传热参数必须加以修正,如以下有关的各节所述。

c. 传质 如果忽略热扩散,那么在二元混合物中组元 i 的扩散流只取决于它的浓度梯度。在表面上费克定律给出

$$j_{i,w} = -\rho_w D_w \left(\frac{\partial K_i}{\partial y} \right)_w$$

无量纲的组元传质系数定义为

$$c_{mi} = \frac{j_{i,w}}{\rho u_e (K_{i,w} - K_{i,e})}$$

4. 雷诺比拟

在零值压力梯度、恒定表面温度和 $Pr = 1$ 的平板上,局部斯坦顿数和表面摩擦系数的关系为

$$St = \frac{c_f}{2}$$

这个关系式就是众所周知的雷诺比拟。无论对于层流边界层,还是对于紊流边界层,这个关系式都适用。对于 Le 也等于 1 的情况,比拟可以扩展到组元传质系数,并得出

$$c_{mi} = St = \frac{c_f}{2}$$

对于 $Pr \neq 1$ 和 $Le \neq 1$ 的流体,雷诺比拟必须要加以修正,以包括 Pr 和 Le 的函数。例如,Colburn^[3] 由经验得出

$$St \approx \frac{c_f}{2} Pr^{-2/3}$$

由于使用方便,这些关系式在下述许多综合关系式中都要用到。

C. 边界层外缘条件

1. 无粘流的一般原理

计算物体对流加热的第一步,是确定物体周围无粘流流场的特性。随着速度的增加,这个问题涉及的学科就更多。对于低速流动,可以把流体看成是不可压缩的,并且可以根据经典流体力学把这个问题作为一个严格的数学问题来处理^[4]。对于高亚音速和超音速流动,就必须考虑流体的可压缩性和流场性质的可能间断(即激波和滑移线),因而确定无粘流场特性的问题就要用气体动力学来处理^[5],其中包括流体物性的知识。对于高超音速流动,必须考虑流体的离解和电离,这个问题要用物理气体动力学来处理,其中需要知道局部化学成分和各气体组元的物理性质。

在本节中我们将首先给出支配无粘性、无导热、无辐射流体运动的通用方程。对于理

想气体的不可压缩流动以及高亚音速和超音速流动,我们将讨论这些方程的解。在后一种情况下,流体的热力学性质用比热比或者等熵指数 γ 来表征,并且假定 γ 为常数。在只有惯性力和弹性力的情况下,两种流场的动力学相似要求马赫数相等。因此,无粘流问题的解将取决于物体的形状和方位、 γ 以及自由流的马赫数。

无粘流方程的解析解只对很少几种简单形状才存在;对于数量越来越多的一般几何形体,有可能采用数值解。不管哪一种情况,这些解得出包括激波位置在内的整个流场的流动性质。但是,为了计算对流换热,只需要知道对应于边界层外缘的物体表面处的流动性质。因此,精确解的结果将表面压力系数 C_p 的分布作为物体形状、 γ 和 Ma_∞ 的函数来表示。适用于求解更加一般的物体形状的表面压力系数的近似方法和综合关系式也给出来了。当然如果有实验结果的话,就可以用其取而代之。对于更进一步的研究,可参阅较早期的手册^[7,8]和 Durand 的著作^[9]。

a. 运动方程 处于热力学平衡的无粘流体的稳定运动基本方程可以在通用的三维正交坐标系中表示出来。度规系数 h_1, h_2, h_3 与具体坐标系有关(参阅第 C.1.b 节)。

质量流动的连续方程是

$$\frac{\partial}{\partial x_1} (h_2 h_3 \rho u_1) + \frac{\partial}{\partial x_2} (h_1 h_3 \rho u_2) + \frac{\partial}{\partial x_3} (h_1 h_2 \rho u_3) = 0 \quad (5)$$

在三个坐标方向上的动量守恒方程,由欧拉方程来表示:

x_1 方向

$$\rho \left[\frac{u_1}{h_1} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{u_2}{h_2} \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{u_3}{h_3} \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{u_2}{h_1 h_2} \left(u_1 \frac{\partial h_1}{\partial x_2} - u_2 \frac{\partial h_2}{\partial x_1} \right) + \frac{u_3}{h_1 h_3} \left(u_1 \frac{\partial h_1}{\partial x_3} - u_3 \frac{\partial h_3}{\partial x_1} \right) \right] = - \frac{1}{h_1} \frac{\partial P}{\partial x_1} \quad (6)$$

x_2 方向

$$\rho \left[\frac{u_1}{h_1} \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{u_2}{h_2} \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{u_3}{h_3} \frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{u_3}{h_2 h_3} \left(u_2 \frac{\partial h_2}{\partial x_3} - u_3 \frac{\partial h_3}{\partial x_2} \right) + \frac{u_1}{h_1 h_2} \left(u_2 \frac{\partial h_2}{\partial x_1} - u_1 \frac{\partial h_1}{\partial x_2} \right) \right] = - \frac{1}{h_2} \frac{\partial P}{\partial x_2} \quad (7)$$

x_3 方向

$$\rho \left[\frac{u_1}{h_1} \frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \frac{u_2}{h_2} \frac{\partial u_3}{\partial x_2} + \frac{u_3}{h_3} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} + \frac{u_1}{h_1 h_3} \left(u_3 \frac{\partial h_3}{\partial x_1} - u_1 \frac{\partial h_1}{\partial x_3} \right) + \frac{u_2}{h_2 h_3} \left(u_3 \frac{\partial h_3}{\partial x_2} - u_2 \frac{\partial h_2}{\partial x_3} \right) \right] = - \frac{1}{h_3} \frac{\partial P}{\partial x_3} \quad (8)$$

将欧拉方程沿流线积分,就得到伯努利方程:

$$\frac{V^2}{2} + \int_{P_\infty}^P \frac{dP}{\rho} = \frac{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}{2} + \int_{P_\infty}^P \frac{dP}{\rho} = \frac{V_\infty^2}{2} \quad (9)$$

能量守恒方程是

$$\rho \left(\frac{u_1}{h_1} \frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{u_2}{h_2} \frac{\partial u}{\partial x_2} + \frac{u_3}{h_3} \frac{\partial u}{\partial x_3} \right) = \frac{P}{\rho} \left(\frac{u_1}{h_1} \frac{\partial \rho}{\partial x_1} + \frac{u_2}{h_2} \frac{\partial \rho}{\partial x_2} + \frac{u_3}{h_3} \frac{\partial \rho}{\partial x_3} \right) \quad (10)$$

对于可压缩流体,式(10)可与动量方程(6)到式(8)合并,从而得到总焓的方程:

$$\frac{u_1}{h_1} \frac{\partial I}{\partial x_1} + \frac{u_2}{h_2} \frac{\partial I}{\partial x_2} + \frac{u_3}{h_3} \frac{\partial I}{\partial x_3} = 0 \quad (11)$$

在无粘性、无导热、无辐射的流动的情况下,式(11)的解是总焓为常数,即

$$I = u + \frac{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}{2} + \frac{P}{\rho} = \text{常数} \quad (12)$$

因此,式(10)可以用式(12)来代替。

状态方程确定热力学性质,这些热力学性质是两个独立的热力学变量的函数,也就是(参阅第 B.1 节)

$$u = u(P, \rho) \quad (13)$$

求解无粘流场,需要在适当的边界条件下将上述包含六个未知量 u_1, u_2, u_3, P, ρ 和 u 的方程解出,而这些未知量又都是空间坐标 x_1, x_2 和 x_3 的函数。在物体表面处,速度的法向分量必定为零;在远离物体处,流动性质必定趋近均匀流的数值。

b. 坐标系 坐标系的选择取决于物体的形状和所采用的求解上述方程的方法。度规系数 h_1, h_2 和 h_3 按照微元长度定义为

$$(dl)^2 = h_1^2(dx_1)^2 + h_2^2(dx_2)^2 + h_3^2(dx_3)^2 \quad (14)$$

一般来说,度规系数可以是所有空间坐标的函数^[10]。但是,对于常用的坐标系,度规系数是比较简单的。在表 1 中给出了直角坐标、柱坐标和球坐标的度规系数及运动方程。柱坐标 x, r 和 ϕ 适用于轴对称流动,其流动性质与子午角 ϕ 无关,并且 $u_3 = v_\phi = 0$ 。在这种情况下,除连续方程外,运动方程与直角坐标系中二维流动的运动方程相同,只不过是使用 r 和 v_r 分别代替 y 和 v 而已。

c. 流函数 对于稳态流动,流线是流体质点所经历的轨迹。因为横越流线没有质量流动,所以,我们可以引入一个代表流线之间或者流面之间质量流的函数。从数学上看,流函数是通过积分连续方程(式(5))得到的;对于一般的三维流动,积分连续方程可以得到一对流函数。

对于用一般坐标 x_1, x_2 表示的二维流动,流函数由下式定义:

$$h_2 h_3 \rho u_1 = \rho_\infty \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \quad h_1 h_3 \rho u_2 = -\rho_\infty \frac{\partial \psi}{\partial x_1} \quad (15)$$

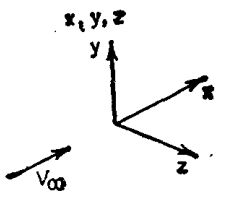
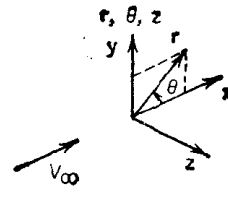
上式同样满足式(5)。各种坐标的流函数如表 1 所示。引入流函数,使未知数的数目减少一个,这是以升高微分方程的阶数为代价换来的。这种办法在解析解法中是有帮助的,但在数值解法中则不一定有用。

d. 无旋流动和位函数 旋度与流体质点的角动量有关,它在三个坐标方向上的分量是

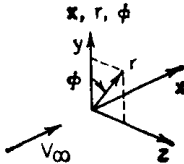
$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{1}{h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial x_2} (h_3 u_3) - \frac{\partial}{\partial x_3} (h_2 u_2) \right] \\ \omega_2 &= \frac{1}{h_1 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial x_3} (h_1 u_1) - \frac{\partial}{\partial x_1} (h_3 u_3) \right] \\ \omega_3 &= \frac{1}{h_1 h_2} \left[\frac{\partial}{\partial x_1} (h_2 u_2) - \frac{\partial}{\partial x_2} (h_1 u_1) \right] \end{aligned} \quad (16)$$

无旋流动的定义是旋度到处为零的流动,也就是说, $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0$ 。无旋流动的

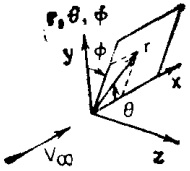
表 1 坐标系和方程

	直角坐标 
坐 标	$x_1 = x \quad x_2 = y \quad x_3 = z$
度规系数	$h_1 = 1 \quad h_2 = 1 \quad h_3 = 1$
速度分量	$u_1 = u \quad u_2 = v \quad u_3 = w$
连续方程	$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0$
动量方程	
x_1 方向	$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{\partial P}{\partial x} = 0$
x_2 方向	$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \frac{\partial P}{\partial y} = 0$
x_3 方向	$\rho \left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{\partial P}{\partial z} = 0$
能量方程	$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \frac{P}{\rho} \left(u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) = 0$
流函数 $\psi(x_1, x_2)$	$\rho u = \rho_\infty \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \rho v = -\rho_\infty \frac{\partial \psi}{\partial x}$
位函数	$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad v = \frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad w = \frac{\partial \Phi}{\partial z}$
位流方程	$\left[1 - \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \left[1 - \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}$ $+ \left[1 - \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} - \frac{2}{a^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \right.$ $\left. + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y \partial z} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial z} \right) = 0$
	柱坐标 
坐 标	$x_1 = r \quad x_2 = \theta \quad x_3 = z$
度规系数	$h_1 = 1 \quad h_2 = r \quad h_3 = 1$
速度分量	$u_1 = v_r \quad u_2 = v_\theta \quad u_3 = w$

(续表)

连续方程	$\frac{\partial}{\partial r}(\rho v_r) + \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho v_\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0$
动量方程	
x_1 方向	$\rho \left(v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + w \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\theta^2}{r} \right) + \frac{\partial P}{\partial r} = 0$
x_2 方向	$\rho \left(v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + w \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{v_r v_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} = 0$
x_3 方向	$\rho \left(v_r \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{\partial P}{\partial z} = 0$
能量方程	$\rho \left(v_r \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \frac{P}{\rho} \left(v_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) = 0$
流函数 $\psi(x_1, x_2)$	$\rho v_r = \rho_\infty \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad \rho v_\theta = -\rho_\infty \frac{\partial \psi}{\partial r}$
位函数	$v_r = \frac{\partial \Phi}{\partial r} \quad v_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \quad w = \frac{\partial \Phi}{\partial z}$
位流方程	$\left[1 - \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \left[1 - \frac{1}{a^2 r^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right)^2 \right] \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + \left[1 - \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{2}{a^2 r^2} \left[\frac{\partial \Phi}{\partial r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial \theta} + \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta \partial z} + r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial z} - \frac{1}{2r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right)^2 \right] = 0$
	柱坐标
	
坐 标	$x_1 = x \quad x_2 = r \quad x_3 = \phi$
度规系数	$h_1 = 1 \quad h_2 = 1 \quad h_3 = r$
速度分量	$u_1 = u \quad u_2 = v, \quad u_3 = v_\phi$
连续方程	$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u r) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho v_r) + \frac{\partial}{\partial \phi}(\rho v_\phi) = 0$
动量方程	
x_1 方向	$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v_r \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v_\phi}{r} \frac{\partial u}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial P}{\partial x} = 0$
x_2 方向	$\rho \left(u \frac{\partial v_r}{\partial x} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\phi}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} - \frac{v_\phi^2}{r} \right) + \frac{\partial P}{\partial r} = 0$
x_3 方向	$\rho \left(u \frac{\partial v_\phi}{\partial x} + v_r \frac{\partial v_\phi}{\partial r} + \frac{v_\phi}{r} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{v_r v_\phi}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \phi} = 0$
能量方程	$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v_r \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v_\phi}{r} \frac{\partial u}{\partial \phi} \right) - \frac{P}{\rho} \left(u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + \frac{v_\phi}{r} \frac{\partial \rho}{\partial \phi} \right) = 0$
流函数 $\psi(x_1, x_2)$	$\rho u r = \rho_\infty \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad \rho v_r = -\rho_\infty \frac{\partial \psi}{\partial x}$

(续表)

位函数	$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad v_r = \frac{\partial \Phi}{\partial r} \quad v_\phi = \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi}$
位流方程	$\left[1 - \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^2\right] r \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \left[1 - \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right)^2\right] r \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \left[1 - \frac{1}{a^2 r^2}\right. \\ \left. \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \phi}\right)^2\right] \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{2}{a^2} \left[r \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial \phi} \right. \\ \left. + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial \phi} - \frac{1}{2r^2} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \phi}\right)^2\right] = 0$
球坐标	
坐标	$x_1 = r \quad x_2 = \theta \quad x_3 = \phi$
度规系数	$h_1 = 1 \quad h_2 = r \quad h_3 = r \sin \theta$
速度分量	$u_1 = v_r \quad u_2 = v_\theta \quad u_3 = v_\phi$
连续方程	$\frac{\partial}{\partial r} (\rho v_r r^2 \sin \theta) + \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho v_\theta r \sin \theta) + \frac{\partial}{\partial \phi} (\rho v_\phi r) = 0$
动量方程 x_1 方向	$\rho \left(v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{v_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} - \frac{v_\theta^2 + v_\phi^2}{r} \right) + \frac{\partial P}{\partial r} = 0$
x_2 方向	$\rho \left(v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi} - \frac{v_\phi^2 \cot \theta}{r} + \frac{v_r v_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} = 0$
x_3 方向	$\rho \left(v_r \frac{\partial v_\phi}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\phi}{\partial \theta} + \frac{v_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{v_r v_\phi}{r} + \frac{v_\theta v_\phi \cot \theta}{r} \right) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial P}{\partial \phi} = 0$
能量方程	$\rho \left(v_r \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{v_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial u}{\partial \phi} \right) - \frac{P}{\rho} \left(v_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} + \frac{v_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial \rho}{\partial \phi} \right) = 0$
流函数 $\psi(x_1, x_2)$	$\rho v_r r^2 \sin \theta = \rho_\infty \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad \rho v_\theta r \sin \theta = -\rho_\infty \frac{\partial \psi}{\partial r}$
位函数	$v_r = \frac{\partial \Phi}{\partial r} \quad v_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \quad v_\phi = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi}$
位流方程	$\left[1 - \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right)^2\right] r^2 \sin \theta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \left[1 - \frac{1}{a^2 r^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \theta}\right)^2\right] \sin \theta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} \\ + \left[1 - \frac{1}{a^2 r^2 \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \phi}\right)^2\right] \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} + 2r \sin \theta \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \cos \theta \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \\ - \frac{1}{a^2} \left[2 \left(\sin \theta \frac{\partial \Phi}{\partial r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial \theta} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta \partial \phi} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial \phi} \right) - \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \theta}\right)^2 - \frac{\cot \theta}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \phi}\right)^2 \right. \\ \left. - \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \phi}\right)^2 \right] = 0$