

测井工程

进修丛书

自然伽马能谱测井 原理及应用

黄隆基 首祥云 王瑞平 编著

北京)

8

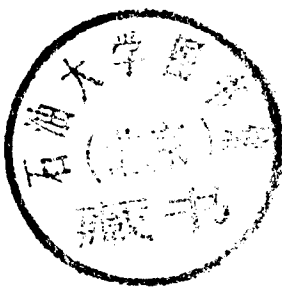
石油工业出版社

登录号	127493
分类号	P631.8
种次号	015

测井工程师进修丛书

自然伽马能谱测井原理及应用

黄隆基 首祥云 王瑞平 编著



5268/33



石油0121285

石油工业出版社

内 容 提 要

本书是石油测井工程师进修丛书之一。共分四章,分别从自然伽马能谱测井的基础知识、仪器和测量技术、数据处理及应用四个方面作了全面而系统的阐述。

本书为测井工程师进修丛书,也可供测井、物探、地质、采油高年级大学生和研究生教学参考。

图书在版编目(CIP)数据

自然伽马能谱测井原理及应用 / 黄隆基等编著.
北京:石油工业出版社,1995.12
ISBN 7-5021-1361-4

I.自…

II.黄…

III.自然电位测井:能谱测井

IV.TE15

石油工业出版社出版
(100011 北京安定门外安华里 2 区 1 号楼)
石油工业出版社印刷厂排版印刷
新华书店北京发行所发行

*

787×1092 毫米 16 开 $14\frac{3}{4}$ 印张 367 千字 印 1—1500

1995 年 12 月北京第 1 版 1995 年 12 月北京第 1 次印刷

定价: 18.00 元

前 言

自然伽马能谱测井是一种重要的核测井方法。与传统的自然伽马测井相比，它能获取更多的有用信息，可以确定钾、铀和钍在地层中的浓度，以便更详细地划分地层和研究与放射性元素分布有关的多种地质问题。

自然伽马能谱测井是近代测井技术的重要组成部分，其理论基础是原子核物理学与钾、铀、钍地球化学和地球物理学。自然伽马谱的测量与解析是核射线电子学和测谱学在井环境中的应用。自然伽马能谱测井的直接成果是钾、铀和钍含量在单井剖面，一般为垂直方向上的分布，或由多井测量结果构成的三维空间中的分布。而其分布与岩浆岩的类型和后来发生的风化、搬运、沉积及沉积岩的成岩作用有关。因而充分利用和正确地解释自然伽马能谱测井所提供的信息需要较好的地质基础。

本书主要由黄隆基编写，首祥云编写了第二章，王瑞平参加了第三章的编写。本书引用内容最多的参考书是吴三省编译的《自然伽马能谱测井译文集》(1988)，特此向编译者表示衷心的感谢。

对曾对本书编写给予帮助和支持的单位和个人，在此一并表示感谢。

限于编者水平，书中的缺点和错误在所难免，欢迎读者批评指正。

编 者

1994年7月

目 录

第一章 自然伽马能谱测井基础知识	(1)
第一节 自然伽马能谱测井的核物理基础	(1)
一、原子核的衰变	(1)
二、递次衰变和放射性平衡	(7)
三、天然放射系和不成系放射性核素	(13)
四、 γ 射线与物质的相互作用	(22)
五、 γ 射线探测器	(31)
六、核射线统计学概要	(43)
第二节 自然伽马能谱测井的地质—地球物理基础	(48)
一、铀、钍、钾的地球化学特征	(48)
二、地层的自然伽马谱	(55)
三、研究自然伽马能谱测井的蒙特卡罗方法	(61)
第二章 自然伽马能谱测井仪器和测量技术	(68)
第一节 自然伽马能谱测井仪器的演化和组成	(68)
一、自然伽马能谱测井仪器发展概况	(68)
二、自然伽马能谱测井仪器的组成	(69)
第二节 自然伽马能谱数据采集与分析系统	(70)
一、伽马射线能谱探测器	(70)
二、脉冲幅度分析系统	(77)
第三节 信号传输系统	(91)
一、信号的 AMI 编码和 PCM 传输技术	(91)
二、遥测通讯系统 CTS	(96)
第四节 地面仪器和系统软件	(109)
一、地面仪器	(109)
二、能谱测井系统软件	(111)
第五节 刻度井的设计和刻度方法	(112)
一、刻度井的设计	(113)
二、刻度方法	(116)
第六节 实验室岩心伽马能谱分析仪器	(118)
一、高纯锗谱分析系统	(118)
二、反符合屏蔽的 NaI (Ti) γ 能谱仪	(118)
第三章 自然伽马能谱测井数据处理	(124)
第一节 低水平放射性测量	(124)
一、低水平放射性测量概述	(124)
二、低水平放射性测量系统的优质因子及探测极限	(125)

第二节 自然伽马能谱的解析和滤波	(131)
一、自然伽马能谱解析条件	(131)
二、自然伽马能谱解析方法	(131)
三、谱数据和测井曲线的滤波处理	(139)
第三节 环境影响校正	(144)
一、低放射性泥浆井参数校正	(144)
二、KCl 泥浆和重晶石泥浆井参数校正	(154)
三、井内介质对低能谱段的影响	(160)
第四节 地层参数影响校正	(161)
一、地层物理参数的影响	(161)
二、探测范围	(163)
三、边界效应和层厚影响	(164)
四、空间反褶积	(167)
第五节 测井成果显示	(173)
第四章 自然伽马能谱测井的应用	(176)
第一节 识别岩性	(176)
一、岩浆岩	(176)
二、沉积岩	(179)
三、变质岩	(183)
第二节 研究储集层	(183)
一、储集层的分类及其钾、铀、钍含量	(183)
二、高放射性储集层的识别	(184)
三、高放射性储集层的泥质含量	(191)
四、划分地层	(192)
第三节 研究生油层	(193)
一、定性识别生油岩	(194)
二、估算生油岩有机碳含量	(194)
第四节 其它应用	(195)
一、地学研究	(195)
二、寻找放射性矿物	(200)
三、工程与环境	(201)
附录 磁带格式	(206)
一、CSU 磁带记录格式	(206)
二、CLS 磁带记录格式	(217)

第一章 自然伽马能谱测井基础知识

自然伽马能谱测井的基础知识包括：天然放射性核素的衰变；伽马射线与物质的相互作用；伽马射线的强度和能量分析；钾、铀、钍的地球化学特征及其在地层中的分布规律。本章将先介绍与这一测井方法有关的核物理知识，而后讨论它的地质和地球物理基础。

第一节 自然伽马能谱测井的核物理基础

一、原子核的衰变

1. 原子核的组成

不同的原子核由不同数目的中子和质子所组成。中子和质子统称为核子，它们的质量差不多相等，但中子不带电，质子带正电，其电量为 e ，即一个电子电量的绝对值。含有 Z 个质子的原子核的电量是 Z_e ， Z 是原子核的电荷数。核中具有 Z 个质子的原子，其核外电子数是 Z ，它是该原子的原子序数。换言之，原子序数 Z 同时表示了核外电子数、核内质子数及核的电荷数。

2. 原子核的质量

原子核的质量是原子质量与核外电子质量之差（忽略核外电子的结合能）。由于核的质量不便于直接测量，通常都是通过测定原子质量（确切地说是离子质量）来推知核的质量的。而原子的质量在数表中可以查到。

原子物理和核物理中的质量单位是原子质量单位，记作 u 。一个原子质量单位定义如下：

$$1u = {}^{12}\text{C} \text{原子质量的} \frac{1}{12}$$

这样定义的原子质量单位叫碳单位，是 1960 年 9 月国际纯粹及应用物理联合会决议的原子质量单位标准。这之前曾采用过氧单位，一个氧单位是 ${}^{16}\text{O}$ 原子质量的 $\frac{1}{16}$ 。

测量原子质量常用的仪器是质谱仪。

3. 元素、核素和同位素

具有相同原子序数 Z 的一类原子，称为一种元素。同一种元素的原子核质子数相同。原子核中质子数与中子数之和叫质量数，用 A 表示。一种元素的原子，核中的中子数不一定相等，所以可具有不同的质量数 A 。

具有相同质子数 Z 和中子数 N 的一类原子核，称为一种核素。核素的符号是：

$${}^A_Z\text{X}_N$$

其中 X——是元素符号；

A——质量数；

Z——质子数；

N——中子数。

因为有了元素符号就知道了质子数 Z，而知道了质量数 A 和质子数 Z，就能由 $N = A - Z$ 算出中子数，所以在上述符号中质子数和中子数都可以省略，只写 ${}^A\text{X}$ 则可。例如 ${}^7\text{Li}$ 是指元素锂的一种核素，它的质量数是 7，锂的质子数是 3，中子数就是 $7 - 3 = 4$ 。

质子数相同，中子数不同的核素称为同位素。例如 ${}^1_1\text{H}$ ， ${}^2_1\text{H}$ ， ${}^3_1\text{H}$ 是氢的三种同位素，而 ${}^{235}_{92}\text{U}$ ， ${}^{238}_{92}\text{U}$ 是铀的两种同位素。

4. 原子核的结合能

能量和质量都是物质的属性。具有一定质量 m 的物体，它的相应的能量 E 由相对论公式

$$E = mc^2 \quad (1-1)$$

给出，其中 C 是真空中光速。对此式取差分，

$$\Delta E = \Delta mc^2 \quad (1-2)$$

此式表示了体系能量的变化和质量变化相联系。体系有质量的变化就一定有能量的变化，反之亦然。

实验发现，原子核的质量总是小于组成它的核子的质量和。这一差值称为原子核的质量亏损。我们用 $\Delta M(Z, A)$ 表示核素 ${}^A_Z\text{X}$ 原子核的质量亏损。这也表明，由自由核子结合而成原子核时会有能量释放出来，这就是原子核的结合能。核素 ${}^A_Z\text{X}$ 的结合能用 $B(Z, A)$ 表示，它与质量亏损的关系是

$$B(Z, A) = \Delta M(Z, A) C^2 \quad (1-3)$$

而原子核平均每个核子的结合能称为比结合能，用 ε 表示。

$$\varepsilon = B / A \quad (1-4)$$

常用单位是兆电子伏/核子 ($\text{MeV} \cdot \text{Nu}^{-1}$)。比结合能的大小可以标志原子核结合的松紧程度。比如 ${}^{56}\text{Fe}$ 和 ${}^{238}\text{U}$ 的比结合能分别是 8.79 和 $7.57 \text{MeV} \cdot \text{Nu}^{-1}$ ，后者比前者结合得较松。

5. 放射性核素及其衰变方式

(1) 放射性核素

有许多天然的和人工生产的核素能自发地发射各种射线，如 α 或 β 射线，有的在发射 α 或 β 射线时还伴随发射 γ 射线。原子核自发地发射各种射线的现象叫放射性，具有放射性的核素称为放射性核素或不稳定核素。与此相反，不能自发地发射各种射线的核素称为稳定核素。如 ${}^1\text{H}$ 、 ${}^2\text{H}$ 是稳定核素而 ${}^3\text{H}$ 是放射性核素，也可以说 ${}^1\text{H}$ 和 ${}^2\text{H}$ 是氢的稳定同位素，而 ${}^3\text{H}$

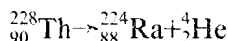
是氢的放射性同位素。放射性核素能自发发生核衰变。

(2) α 衰变

原子核自发地放射出 α 粒子而发生的转变叫 α 衰变。在 α 衰变中，衰变后的剩余核（子核）与衰变前的原子核（母核）相比，电荷数减少 2，质量数减少 4，发射出的 α 粒子是高速运动的氦的原子核 ${}^4_2\text{He}$ 。用核转换式表示 α 衰变，即为



式中 X 表示母核，Y 表示子核。例如



${}_{90}^{228}\text{Th}$ 是一种天然放射性核素，经 α 衰变转变为 ${}_{88}^{224}\text{Ra}$ 。用磁谱仪对 ${}_{90}^{228}\text{Th}$ 的 α 粒子进行测量，发现它们的能量并不单一，其能量分布见图 1-1。由图可见，整个能谱由四组单一谱线组成。这种复杂分布称为 α 能谱的精细结构。在 ${}_{90}^{228}\text{Th}$ α 能谱精细结构中，能量为 5.421 MeV 的 α 粒子强度最大（71%），而其它能量较低的 α 射线的强度都比较弱，这些能量比较低的称为短射程 α 粒子。由 α 粒子能谱特征可导出对原子核能级状态的认识。

原子核内部能量是量子化的，就是说原子核可以处于不同的分立的能级状态。能量最低的状态称为基态，高于基态的能级统称为激发态。处于激发态的核是不稳定的，一般要放出 γ 射线退激到基态，或者先退激到较低的激发态而后再退激到基态。

当原子核 ${}_{90}^{228}\text{Th}$ 放出 α 粒子而衰变为原子核 ${}_{88}^{224}\text{Ra}$ 时，它可以直接衰变到 ${}_{88}^{224}\text{Ra}$ 的基态，也可以先衰变到子核的激发态，然后放出 γ 射线再到基态。子核的激发能越高，对应的 α 粒子的能量就越低。图 1-1 中的四组 α 粒子，能量由高到底，对应的子核激发能依次是基态、第一激发态、第二激发态和第三激发态，退激时可以发射 6 组能量不同的 γ 射线。

在地层中有几十种天然放射性核素， γ 射线的能量是很复杂的。

(3) β 衰变

原子核自发地放射出电子或正电子或俘获一个轨道电子而发生的转变，统称为 β 衰变。细分之，可分别称为 β^- 衰变、 β^+ 衰变和轨道电子俘获，并分别用下式表示：

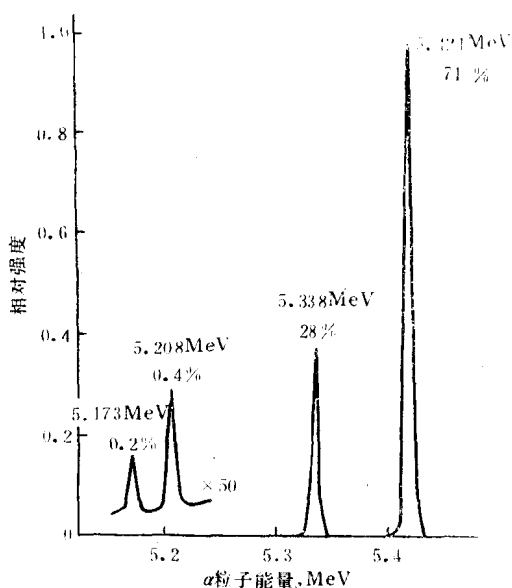


图 1-1 ${}_{90}^{228}\text{Th}$ 的 α 能谱⁽¹⁾

[引自 F Asaro et al., Phys. Rev., 92, 1495 (1953)]

在 β 衰变中, 子核与母核的质量数相同, 只是电荷数相差 1。式中 ν 是中微子, $\bar{\nu}$ 是反中微子, 是质量几乎等于零的中性粒子。

β 衰变放射出的 β 粒子的能量是连续的。

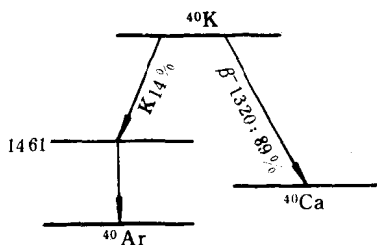
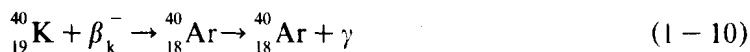


图 1-2 ^{40}K 衰变图

β^- 衰变的本质是原子核中的一个中子转变成质子, β^+ 衰变是核内的一个质子转变成中子, 而轨道电子俘获 (EC) 是核内的一个质子俘获一个轨道电子而转化为中子。轨道电子俘获所形成的子核原子, 它的内层电子缺少了一个。例如 K 层电子有一个被俘获, 邻近的 L 层电子就会跳到 K 层来填充空位, 多余的能量以特征 x 射线的形势发射出来。 β 衰变的子核往往处于激发态, 回到基态时多余能量以 γ 射线的形式发射出来。

$^{40}_{19}\text{K}$ 是一种放射性核素, 图 1-2 是它的衰变细图。

图中横线表示原子核的能级, 对应每种核素的最低一条横线表示基态, 在其上面的横线表示激发态。箭头向右的斜线表示 β^- 衰变, 箭头向左的斜线表示 β^+ 衰变或轨道电子俘获。斜线旁边都标有衰变类型、能量和分支比 (百分数), 两能级之间的垂线表示 γ 跃迁, 线旁数字表示 γ 跃迁的能量。 $^{40}_{19}\text{K}$ 有两种衰变方式:

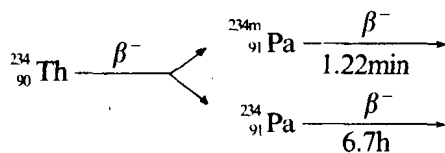


前一衰变式表示, 钾的放射性同位素 $^{40}_{19}\text{K}$ 能自发地由核中发射出一个 β 粒子 (即电子), 而转变成 $^{40}_{20}\text{Ca}$, 子核处于基态, 无 γ 辐射, 其分支比是 89%。第二个衰变式表示, $^{40}_{19}\text{K}$ 的原子核与核外 K 层的一个电子结合而生成激发态的氩, 然后发射一个能量为 1.46MeV 的光子再回到基态, 分支比是 11%。这就是说, $^{40}_{19}\text{K}$ 若有 100 个核发生衰变, 其中大约有 11 个核可发生 K 层电子俘获并发射 γ 射线。 $^{40}_{19}\text{K}$ 的能量为 1.46MeV 的 γ 射线, 是自然伽马能谱测并测量的对象。

(4) γ 跃迁

α 衰变和 β 衰变所形成的原子核往往处于激发态。激发态是不稳定的, 它要直接退激或者级联退激到基态。这里级联退激是指激发态的核连续地通过几次退激才到达基态。原子核通过发射 γ 光子从激发态跃迁到较低能级的过程, 称为 γ 跃迁, 或称 γ 衰变。

γ 跃迁的半衰期一般都较短 (10^{-13}s), 因而早先人们一直认为它是瞬时的。后来才发现, 有半衰期长的 γ 跃迁, 激发态的平均寿命甚至可达好几年。近几年来, 人们把半衰期可测量的激发态称做同质异能态, 处于不同能级的核素称为同质异能素。自然界由 α 或 β 衰变而处于激发态的核素, γ 跃迁的半衰期大多可看成是瞬时的, 只有 $^{234}_{91}\text{Pa}$ 例外。1921 年, 发现 $^{234}_{90}\text{Th}$ 经 β^- 衰变后形成的子体 $^{234}_{91}\text{Pa}$ 有两种不同的半衰期, 如下式:



$^{234\text{m}}_{91}\text{Pa}$ 的半衰期为 1.22min, 而 $^{234}_{91}\text{Pa}$ 的半衰期为 6.7h, 但它们的电荷数都是 91, 质量数都是 234。后来才明白, $^{234\text{m}}_{91}\text{Pa}$ 是 $^{234}_{91}\text{Pa}$ 的一个亚稳的激发态, 它可以通过发射 0.396MeV 的 γ 光子迁移到基态。这是很长时间内唯一知道的同质异能素的例子。 $^{234\text{m}}_{91}\text{Pa}$ 也能直接发生 β^- 衰变而转变成 $^{234}_{92}\text{U}$ 。

6. 放射性衰变规律

由前面的讨论知道, 一种放射性原子核经 α 或 β 衰变变成另一种原子核。对于同一核素的许多原子核来说, 这种变化并不是同时发生的, 而是有先有后。对于单个原子核, 在某一时刻之前是否衰变, 是相互独立的偶然事件。当放射性原子核的数目足够大时, 可以研究它随时间变化的统计规律, 即放射性衰变的基本规律。

设在 t 时刻, 某种放射性核素有 N 个原子核, 经过 dt 时间间隔衰变了 dN 个, 则单位时间内衰变的原子核数目为 dN/dt 。实验证明, 单位时间内衰变的原子核数与 t 时刻存在的原子核数成正比, 即具有如下关系:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \quad (1-11)$$

式中 λ 是衰变常数, 它的物理意义是在单位时间内某种核素的每个原子核的衰变几率。 λ 是常数, 即每个原子核不论何时衰变其几率都相等, 这也反映了原子核的衰变是独立无关的。对一种核素 λ 是常数, 而对不同的核素均有各自确定的衰变常数值。 λ 越大, 原子核衰变得越快。

将 (1-11) 式改写成

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt \quad (1-12)$$

并进行积分, 得

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (1-13)$$

式中 N_0 是 $t=0$ 时的原子核数, N 是经过 t 时间后还未衰变的原子核数。通常把 (1-13) 式表示的指数衰减律叫做放射性衰变的统计规律, 任何放射性物质在单独存放时都服从这样的规律。

(1-13) 式所描述的是放射性核的数目随时间的衰减。而我们感兴趣且又便于测量的是单位时间内有多少核发生衰变, 也即放射性核素的衰变率 $-\frac{dN}{dt}$, 或称放射性活度[●], 用 A 表示:

$$A \equiv -\frac{dN}{dt} = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t} \quad (1-14)$$

式中 A_0 是 $t=0$ 时的放射性活度。放射性活度和放射性核数具有同样的指数衰减规律。

●放射性活度是放射性核素在单位时间内原子核衰变数目的量度, 旧称放射性强度。

1975 年国际辐射单位和测量委员会 (ICRU) 对放射性活度单位作出新的规定, 规定放射性活度单位为贝可勒尔 (Becquerel), 简称贝可 (Bq)。一贝可是每秒发生一次衰变的放射源的活度, 即

$$1\text{Bq} = 1\text{衰变/s} \quad (1-15)$$

我国采纳了 ICRU 的建议, 取贝可为法定单位。

描述衰变的快慢, 除用衰变常数 λ 外, 还用半衰期 $T_{1/2}$ 和平均寿命 τ 。半衰期是放射性原子核数衰减到原来数目的一半所需的时间。令 (1-13) 式中 $t = T_{1/2}$, 则按定义此时 $N = \frac{1}{2}N_0$, 从而推得

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda} \quad (1-16)$$

而平均寿命 τ 是指放射性原子核平均生存的时间。对大量的放射性原子核来说, 寿命从 $t=0$ 到 $t=\infty$ 均有可能, 而对指定的核素而言, 平均寿命只有一个。将 (1-11) 式改写为:

$$-dN = \lambda N dt \quad (1-17)$$

则知在 t 时刻的无穷小时间间隔 dt 内有 $-dN$ 个核发生衰变, 则可认为这 $-dN$ 个核的寿命是 t 总寿命是 $(-dN)t = t\lambda N dt$ 。设 $t=0$ 时原子核数是 N_0 , 则这 N_0 个核的总寿命为 $\int_0^\infty t\lambda N dt$, 平均寿命为:

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_0^\infty t\lambda N dt = \int_0^\infty \lambda t e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \quad (1-18)$$

可见平均寿命 τ 与衰变常数 λ 互为倒数。

由 (1-16) 和 (1-18) 式, 可得半衰期 $T_{1/2}$ 与平均寿命 τ 的关系为:

$$T_{1/2} = \ln \frac{2}{\lambda} = \tau \ln 2 = 0.693\tau \quad (1-19)$$

各种放射性核素的衰变常数或半衰期差别很大, 如 $^{232}_{90}\text{Th}$ 的半衰期长达 $1.41 \times 10^{10}\text{a}$, 而 $^{212}_{84}\text{Po}$ 的半衰期只有 $3.0 \times 10^{-7}\text{s}$ 。

当核素具有多种分支衰变时, 总的衰变系数 λ 应当等于各种衰变方式的部分衰变常数 λ_i 之和:

$$\lambda = \sum_i \lambda_i \quad (1-20)$$

而第 i 种分支衰变的部分放射性活度为:

$$A_i = \lambda_i N = \lambda_i N_0 e^{-\lambda t} \quad (1-21)$$

总放射性活度为:

$$A = \sum A_i = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \quad (1-22)$$

第 i 种分支衰变的部分放射性活度与总放射性活度之比, 称为这种衰变的分支比, 用 R_i 表示。由 (1-21) 和 (1-22) 式得到:

$$R_i \equiv \frac{A_i}{A} = \frac{\lambda_i}{\lambda} \quad (1-23)$$

二、递次衰变和放射性平衡

1. 递次衰变规律⁽¹⁾

原子核的衰变往往是一代又一代地连续进行, 直到最后达到稳定为止, 这种衰变叫递次衰变, 或叫连续衰变。此时, 任何一种放射性物质被分离出来单独存放时, 它的衰变都满足 (1-13) 式的指数衰减规律。但是它们混在一起时的衰变情况却要复杂得多。

为讨论方便, 先考虑母体 A 衰变为子体 B , 然后衰变为第二代子体 C 的情况, 即



A , B , C 的衰变常数分别为 λ_1 , λ_2 和 λ_3 。设在时刻 $t=0$ 时只有母体 A , 而到时刻 t 时它们的原子核数分别为 N_1 , N_2 和 N_3 。以下将讨论这三种核素原子核数和放射性活度随时间变化的规律。

由于子体的衰变不会影响母核的衰变, N_1 的变化仍服从指数衰减规律, 即有:

$$N_1 = N_1(0) e^{-\lambda_1 t} \quad (1-25)$$

式中 $N_1(0)$ 是核素 A 在 $t=0$ 时的原子核数。而 A 的放射性活度为:

$$A_1(t) = \lambda_1 N_1 = \lambda_1 N_1(0) e^{-\lambda_1 t} = A_1(0) e^{-\lambda_1 t} \quad (1-26)$$

子体 B 单位时间核数的变化为 $\frac{dN_2}{dt}$, 它包括以速率 $\lambda_1 N_1$ 从 A 中转变为 B 的核和以速率 $\lambda_2 N_2$ 衰变为 C 而减少的核数, 即:

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \quad (1-27)$$

将 (1-25) 式代入此式, 将它改写为:

$$\frac{dN_2}{dt} + \lambda_2 N_2 = \lambda_1 N_1(0) e^{-\lambda_1 t} \quad (1-28)$$

两端乘以 $e^{\lambda_2 t}$ 得:

$$\frac{d}{dt} (N_2 e^{\lambda_2 t}) = \lambda_1 N_1(0) e^{(\lambda_2 - \lambda_1) t} \quad (1-29)$$

积分得:

$$N_2 e^{\lambda_2 t} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0) e^{(\lambda_2 - \lambda_1) t} + C \quad (1-30)$$

用 $e^{-\lambda_2 t}$ 乘两端, 得:

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0) e^{-\lambda_1 t} + C e^{-\lambda_2 t} \quad (1-31)$$

由初始条件 $t=0$ 时 $N_2=0$, 求出:

$$C = -\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0) \quad (1-32)$$

将 C 代入 (1-31) 式得:

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0) (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \quad (1-33)$$

这就是子体 B 的核数随时间变化的规律。子体 B 的放射性活度是:

$$A_2(t) = \lambda_2 N_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0) (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \quad (1-34)$$

对于子体 C , 如果它是稳定的, 即 $\lambda_3=0$, 则有:

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0) (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

作积分并利用初始条件 $t=0$ 时 $N_3=0$, 则得

$$N_3(t) = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0) \left[\frac{1}{\lambda_1} (1 - e^{-\lambda_1 t}) - \frac{1}{\lambda_2} (1 - e^{-\lambda_2 t}) \right] \quad (1-35)$$

由式可见, $t \rightarrow \infty$ 时, $N_3 \rightarrow N_1(0)$, 此时母核 A 完全衰变成子核 C 。显然, 子核 C 的放射性活度 $A_3 = \lambda_3 N_3 = 0$, 即稳定核素的活度为零。

如果 C 也不稳定, 即 $\lambda_3 \neq 0$, 则对 N_3 有微分方程:

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2 - \lambda_3 N_3 \quad (1-36)$$

将 (1-33) 式代入, 得:

$$\frac{dN_3}{dt} + \lambda_3 N_3 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0) (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \quad (1-37)$$

和前面的方法一样, 将 $e^{\lambda_3 t}$ 乘此式两端, 积分并利用初始条件, 最后可得

$$N_3(t) = N_1(0) (h_1 e^{-\lambda_1 t} + h_2 e^{-\lambda_2 t} + h_3 e^{-\lambda_3 t}) \quad (1-38)$$

$$\begin{aligned} \text{式中 } h_1 &= \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} & h_2 &= \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)} \\ h_3 &= \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)} \end{aligned}$$

此时, C 的放射性活度为

$$A_3(t) = \lambda_3 N_3 = \lambda_3 N_1(0) [h_1 e^{-\lambda_1 t} + h_2 e^{-\lambda_2 t} + h_3 e^{-\lambda_3 t}] \quad (1-39)$$

对于递次衰变系列 $A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_3 \rightarrow \cdots \rightarrow A_n \rightarrow \cdots$, 当开始只有母体 A_1 时, 同理可得第 n 个放射性子体 A_n 的原子核数随时间的变化为:

$$N_n(t) = N_1(0) (h_1 e^{-\lambda_1 t} + h_2 e^{-\lambda_2 t} + \cdots + h_n e^{-\lambda_n t}) \quad (1-40)$$

$$\text{式中 } h_1 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_{n-1}}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1) \cdots (\lambda_n - \lambda_1)}$$

.....

$$h_n = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_{n-1}}{(\lambda_1 - \lambda_n)(\lambda_2 - \lambda_n) \cdots (\lambda_{n-1} - \lambda_n)}$$

λ_n 是 A_n 的衰变常数, A_n 的放射性活度为

$$A_n(t) = \lambda_n N_n = \lambda_n N_1(0) (h_1 e^{-\lambda_1 t} + h_2 e^{-\lambda_2 t} + \cdots + h_n e^{-\lambda_n t}) \quad (1-41)$$

由 (1-40) 和 (1-41) 两式可求出任一放射体的核数和活度。可以看出, 任一子体随时间的变化不仅和本身的衰变常数有关, 而且和所有前面的放射体的衰变常数有关。

2. 放射性平衡⁽¹⁾

为讨论递次衰变系列的放射性平衡, 先考虑只有两个放射体的递次衰变, 即



放射性核素 A 经衰变产生放射性核素 B , B 再衰变成 C 。在任何递次衰变中, 母体 A 总是服从指数衰减律。在初始只有 A 的条件下, 子体 B 核数随时间的变化只决定于 A 和 B 的衰变常数 λ_1 和 λ_2 (或它们的半衰期 T_1 和 T_2)。根据 λ_1 与 λ_2 的关系, 可分三种情况进行研究。

(1) 长期平衡

当母体的半衰期比子体的半衰期长得多, 即 $T_1 \gg T_2$ 或 $\lambda_1 \ll \lambda_2$, 而且在观察时间内看不出母体放射性的变化, 在相当长时间以后, 子体的核数和放射性活度达到饱和, 并且子体和母体的放射性活度相等。这就叫长期平衡。

将 (1-33) 式左边括号中的 $e^{-\lambda_1 t}$ 提出, 得

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0) e^{-\lambda_1 t} [1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t}] \quad (1-43)$$

利用条件 $\lambda_1 \ll \lambda_2$, 上式可改为

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_1(0) e^{-\lambda_1 t} [1 - e^{-\lambda_2 t}] \quad (1-44)$$

当 t 足够大时 $e^{-\lambda_2 t} \ll 1$, 此式可进一步简化为

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_1(0) e^{-\lambda_1 t} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_1(t) \quad (1-45)$$

即

$$\lambda_2 N_2 = \lambda_1 N_1, \text{ 或 } A_2 = A_1 \quad (1-46)$$

这就出现了长期平衡。达到长期平衡后, 单位时间内由母核衰变而增加的子核数与由子体自

身衰变减少的核数相等。

图 1-3 表示 $\lambda_1 \ll \lambda_2$ 时出现长期平衡的情况。其中 a 表示子体的活度, b 表示母体 ($T_1 = \infty$) 的活度, c 表示母子体的总活度, d 表示子体 ($T_2 = 0.8\text{h}$) 单独存在时的活度变化。由曲线 a 看到, 子体的放射性活度最初随时间而增加, 然后达到某一饱和值, 此时子体与母体的活度相等。所以饱和时的总活度是母体活度的两倍。

对于多代子体的递次衰变, 只要母体的半衰期很长, 在观察时间内看不出母体的变化, 而且各代子体的半衰期都比它短得多, 则不管各代子体的半衰期相差多么悬殊, 在足够长的时间以后, 整个衰变系列必然会达到长期平衡, 即各个放射体的活度彼此相等:

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \lambda_3 N_3 = \dots$$

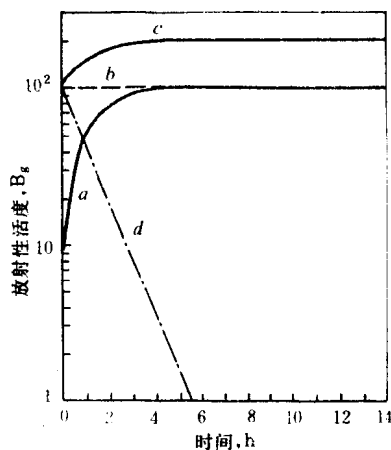


图 1-3 长期平衡 ($\lambda_1 \ll \lambda_2$)

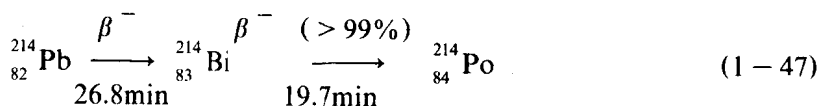
在后面要讨论的三个天然放射系都属于此种情况。放射系的平衡程度对总活度和射线的能谱均有重大影响。

利用达到长期平衡后各个放射体活度相等这一关系, 可以求出寿命很长的核素的半衰期, 只要其中一个放射体的半衰期及其与所求放射体的原子数之比已知。

从理论上讲, 当 $t \rightarrow \infty$ 母体和子体才能达到长期平衡。但当允许误差为 1% 和 0.1% 时, 达到放射性平衡需要的时间分别是子核素半衰期的 7 倍和 10 倍。例如, 已知 $^{226}_{88}\text{Ra}$ 的衰变常数为 $1.36 \times 10^{-11} \text{s}^{-1}$ 半衰期为 1622a, 而其子体 $^{222}_{86}\text{Rn}$ 的衰变常数为 $2.10 \times 10^{-6} \text{s}^{-1}$, 半衰期为 3.82d。在观察时间为几天、几个月, 甚至几年内, 镭减少的数量可以忽略不计。母体和子体的关系满足 $\lambda_1 \ll \lambda_2$ 的条件, 因此镭和氡可以达到放射性平衡, 所需时间以氡的半衰期的 10 倍计算, 大约为 38d。 $^{226}_{88}\text{Ra}$ 和 $^{222}_{86}\text{Rn}$ 的平衡问题, 在自然伽马和自然伽马能谱测井中都必须注意, 在岩石样品测定时更需注意。

(2) 暂时平衡^(1, 2)

当母体 A 的半衰期不是很长, 但比子体 B 的半衰期还是要长, 即 $T_1 > T_2$ 或 $\lambda_1 < \lambda_2$ 时, 则在观察时间内可以看出母体放射性的变化, 以及子体 B 的核数目在时间足够长以后, 将和母核的核数目建立一固定的比例, 即此时子体 B 的变化将按母体的半衰期衰减。这叫暂时平衡。例如:



满足 $T_1 > T_2$ 但 T_1 又比 T_2 大得不很多这一条件, 在观察期内可看到 ^{214}Pb 的变化、 ^{214}Bi 的积累和母体与子体之间活性比的变化。

由 (1-33) 式经整理后可得: