

B

普通高等教育机电类规划教材

检测技术

上海交通大学 施文康
合肥工业大学 余晓芬 主编

机械工业出版社
China Machine Press

普通高等教育机电类规划教材

检 测 技 术

主 编 施文康 余晓芬
参 编 居滋培 樊玉铭 徐锡林
主 审 钟先信



机 械 工 业 出 版 社

书中系统地阐述了检测技术中关于长度量、机械量、热工量三大基本量的典型检测原理和方法以及相关的共同基础。

书中以注重学科基础为宗旨，减少了对仪器具体结构的介绍，而着重叙述基本的测量原理、数据处理方法、测量误差分析与修正技术、测量精度的评定和测量技术的发展趋势，目的是使读者建立设计测量过程的整体概念，掌握本专业检测技术的基础理论和专门知识。为帮助读者掌握各章内容，设有一定量的思考题和习题。

本书参考了大量的相关书籍、论文和资料编写而成，力求论述全面系统、内容丰富新颖。

本书主要作为全国高等学校“测控技术与仪器”专业的专业课教材，也可作为其他有关专业的教学参考书，同时可供广大测试科技工作者参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

检测技术/施文康、余晓芬主编. - 北京：机械工业出版社，2000. 5

普通高等教育机电类规划教材

ISBN 7-111-07598-6

I . 检… II . 施… III . 技术测量 - 测量方法 - 高等学校 - 教材

IV . TG806

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (1999) 第 55668 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑：贡克勤 版式设计：霍永明 责任校对：韩晶

封面设计：李雨桥 责任印制：何全君

北京第二外国语学院印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行

2000 年 5 月第 1 版·第 1 次印刷

787mm × 1092mm $\frac{1}{16}$ · 16.75 印张·409 千字

0 001—5000 册

定价：23.50 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

本社购书热线电话 (010) 68993821、68326677 - 2527

前　　言

《检测技术》为原机械工业部测控技术及仪器专业教学指导委员会组织编写的“九五”规划教材之一。

本书的内容是将原有教材单一的几何量测量或机械量测量拓宽至长度量、机械量、热工量三大基本量测量领域，包括绪论，测试系统的特性、信号及描述，长度及线位移测量，角度及角位移测量，速度、转速及加速度测量，力、力矩及压力测量，机械振动测量，温度测量，流量测量，噪声测量和现代测试系统共十二章。书中既介绍典型的传统的检测原理和方法，使知识具有衔接性、渐进性，同时又以较大比重介绍新技术、新方法以及测量技术的发展趋势，使本书的知识结构符合现代科技发展和生产的需要。

在书的形式上也作了改进，减少了对仪器具体结构的介绍，着重叙述了基本的测量原理、数据处理方法、测量误差分析与修正技术以及测量精度的评定，目的是使读者建立设计测量过程的整体概念，并掌握本专业检测技术的基础理论和专门知识。

本书主要作为全国高等学校“测控技术及仪器”专业的专业课教材，也可作为其他有关专业的教学参考书，同时可供广大科技工作者自学和参考。

本课程的实践性很强，书中力求理论和实践的密切结合，并必须配之以相应的实验。

本书由上海交通大学施文康、合肥工业大学余晓芬主编，重庆大学钟先信主审。参加编写的有上海交通大学施文康（第一、三、十二章），合肥工业大学余晓芬（第四、五章），天津大学樊玉铭（第六、七章），上海交通大学徐锡林（第二、八、十一章）和上海理工大学居滋培（第九、十章）。

在编写过程中，得到了专业教学指导小组和各校的大力支持和帮助，担任本书主审的重庆大学钟先信教授以极其严谨的作风，对书稿逐字逐句的推敲，无论对本书的总体结构还是对内容细节都提出了许多很有价值的审查意见。参加审稿的东南大学周百令教授、上海大学陈明仪教授对本书亦提出了许多宝贵的意见。天津大学的孙长库老师，重庆大学徐道连、秦岚、唐晓初等老师也对本书作了许多工作。编者对所有给予本书以帮助的人表示衷心的感谢。

尽管全体编者都尽心尽力，但缺点和错误在所难免，恳请广大读者批评指正。

编　者
1999年6月

目 录

前言	
第一章 绪论	1
第一节 检测的基本概念	1
第二节 检测技术研究的主要内容	2
第三节 本课程任务以及与其他课程的关联	2
第四节 检测技术的发展方向	3
第二章 测试系统	4
第一节 测试系统的组成	4
第二节 测试系统的数学模型及频率特性	4
一、测试系统的数学模型	4
二、线性系统的性质	7
三、传递函数	8
四、环节的串联和并联	8
五、频率响应函数	9
六、频率特性及其图像	10
七、一阶、二阶系统的频率特性	11
八、理想频率响应函数	14
第三节 测试系统对瞬态激励的响应	15
一、单位脉冲输入和系统的脉冲响应函数	15
二、单位阶跃输入和系统的阶跃响应	16
三、测试系统对任意输入的响应	17
第四节 测试系统频率特性的测定	18
一、正弦信号激励	18
二、阶跃信号激励	19
第五节 测试装置的主要性能指标	20
一、测量不确定度	20
二、工作频率范围	24
三、灵敏度	24
四、非线性度	24
五、测量范围和动态范围	25
六、回程误差	25
七、漂移	25
习题	26
第三章 信号及其描述	27
第一节 概述	27
一、确定性信号	27
二、随机信号	28
第二节 周期信号及其描述	28
一、傅里叶级数	28
二、周期信号的频谱分析	29
第三节 非周期信号的描述	30
一、傅里叶变换	30
二、几种典型信号的频谱	31
第四节 离散傅里叶变换 (DFT)	34
第五节 随机信号	37
一、随机过程的定义和分类	37
二、随机信号的统计特性	37
习题	40
第四章 长度及线位移测量	43
第一节 概述	43
一、长度单位和定义	43
二、长度量值传递系统	43
三、长度测量的标准量	43
四、阿贝原则	44
五、长度测量的标准环境	44
第二节 长度尺寸的测量	44
一、单一内外尺寸的测量	44
二、长度尺寸的连续测量	55
三、被加工尺寸的在线监测	58
第三节 形位误差和异形曲面的测量	59
一、形位误差的测量	59
二、异形曲面的测量	62
第四节 表面粗糙度的测量	64
一、测量仪器	64
二、评定参数	67
第五节 线位移量的测量	67
一、大位移量的测量	67
二、物位的测量	70
第六节 纳米测量技术	72
一、扫描探针显微镜	72
二、X射线干涉仪	73
三、集成激光干涉系统	74

习题	74	第八章 机械振动的测试	153
第五章 角度及角位移测量	76	第一节 概述	153
第一节 概述	76	第二节 机械振动的类型	154
一、角度单位及量值传递	76	一、振动的类型及其表征参数	154
二、角度的自然基准和圆周封闭原则	76	二、单自由度系统的受迫振动	157
三、实物基准与其分度误差的特性	76	三、多自由度系统的振动	159
第二节 单一角度尺寸的测量	78	第三节 振动的激励和激振器	161
一、直接测量	78	一、振动的激励	161
二、间接测量	82	二、激振器	163
第三节 圆分度误差的测量	85	第四节 测振传感器	166
一、圆分度误差评定指标	86	一、惯性式测振传感器的力学模型与特性	
二、圆分度误差的绝对测量	87	分析	166
三、圆分度误差的相对测量	88	二、压电式加速度传感器及阻抗头	169
四、圆分度误差的组合测量	90	三、磁电式速度传感器	176
第四节 角位移量的测量	92	四、电涡流测振传感器	177
一、单自由度角位移的测量	92	五、光导纤维测振传感器	178
二、多自由度角位移的测量	92	第五节 振动的测量	179
习题	93	一、振动量的测量	179
第六章 速度、转速和加速度测量	95	二、固有频率和阻尼的测量	181
第一节 概述	95	三、机械阻抗的测量	184
第二节 速度的测量	95	习题	187
第三节 转速测量	106	第九章 温度的测量	189
第四节 加速度测量	109	第一节 概述	189
习题	113	一、温度的基本概念和测量方法	189
第七章 力、力矩和压力的测量	114	二、温标及温度标准的传递	189
第一节 概述	114	第二节 膨胀式温度计和压力式温度计	190
第二节 力的测量	115	一、膨胀式温度计	190
一、力的测量方法	115	二、压力式温度计	191
二、力的测量装置	115	第三节 热电偶温度计	192
三、力值的检定与定度	123	一、热电效应和热电偶	192
四、称重及称重装置	126	二、热电偶基本定律	193
第三节 力矩的测量	133	三、标准化热电偶	194
一、力矩及其测量方法	133	四、热电偶的参比端处理	194
二、传递法力矩测量装置	135	第四节 电阻温度计	196
第四节 压力的测量	139	一、铂电阻温度计	196
一、压力的量值传递系统	139	二、铜电阻温度计	197
二、压力的计量方法和分类	139	三、半导体热敏电阻	197
三、压力测量装置	139	四、电阻温度计的测温误差	198
四、超高压测量	146	第五节 光辐射测温方法及仪表	199
五、压力测量仪表的调校和使用	147	一、热辐射基本定律	199
六、真空的测量	147	二、辐射温度计	201
习题	151	三、亮度温度计	202
		四、颜色温度计	203

五、光导纤维测温技术	205	二、对任务的分析	229
第六节 温度检测系统设计举例	207	三、靶式流量变送器的设计	229
一、方案选择	208	习题	232
二、结构设计	208	第十一章 噪声及其测量	233
习题	209	第一节 噪声的物理度量与主观评价	233
第十章 流量的测量	211	一、噪声的物理度量	233
第一节 概述	211	二、噪声测量中的有关分贝运算	236
一、流量的概念	211	三、噪声的主观评价	239
二、流量仪表的分类	211	第二节 噪声的测量	245
第二节 总量测量仪表	213	一、测量项目	245
一、椭圆齿轮流量计	213	二、测量仪器	245
二、腰轮流量计（罗茨流量计）	213	三、噪声的测量方法	247
三、容积式流量计的误差	213	四、A声级的测量	248
第三节 差压流量计	215	五、声功率级的测量	249
一、差压式流量计的流量公式	215	习题	251
二、节流装置	215	第十二章 现代测试系统	252
第四节 流体阻力式流量计	217	第一节 概述	252
一、转子流量计	217	第二节 智能仪器	252
二、靶式流量计	220	第三节 自动测试系统	253
第五节 测速式流量计	220	一、自动测试系统的发展概况	253
一、电磁流量计	220	二、CAMAC 总线系统	253
二、涡轮流量计	222	三、GPIB 总线 (GENERAL PURPOSE INTERFACE BUS)	254
三、超声波流量计	222	第四节 虚拟仪器	254
第六节 振动式流量计	224	一、基本概念	254
第七节 质量流量计	226	二、虚拟仪器的组成	255
一、直接式质量流量计——科里奥利 质量流量计	226	三、虚拟仪器的用法举例	257
二、推导式质量流量计	227	第五节 微型仪器	258
第八节 流量测量装置举例——大粘度 液体流量测量装置的设计	228	第六节 测控系统	259
一、任务要求	228	参考文献	261

第一章 絮 论

第一节 检测的基本概念

世上万物千差万别，含有大量的信息。无论是现代化大生产和科学的研究，还是人们的日常生活与身心健康，无不包含着大量的有用信息。信息检测技术作为信息科学的一个分支，与计算机技术、自动控制技术、通信技术等一起，构成了信息技术的完整学科。信息检测技术除了能为相关学科分支提供所需的信息原材料外，它本身也融信息的采集、调理、处理、控制与输出为一体，形成完整的检测系统及仪器设备，以满足越来越多和越来越高的需求。例如，在工业生产中对产品的质量，在科学的研究中对未知世界的探求，在生物医学工程中对人体生命活动的监视和诊断，在人类赖以生存的外部世界内，对环境和各类设施的监测和控制等等，都离不开检测技术。信息工业的要素包括信息的获取、存储、处理、传输和利用，而信息的获取主要靠仪器仪表来实现。检测技术是基础，如果获取的信息量是错误的，那么存储、传输、处理都毫无意义。所以信息检测是信息工业的源头，应予以高度重视。

检测技术，有时也称为测试技术，它包含着测量和试验两个内容。测量，就是把被测对象中的某种信息检测出来，并加以量度；试验，就是通过某种人为的方法，把被测系统所存在的某种信息，通过专门的装置，人为地把它激发出来并加以测量。

一个完整的检测过程，一般应包括：

信息的提取——用传感器来完成。信号是信息的载体。一般将被测信息转换成电信号，也就是说，把被测信号转换成电压、电流或电路参数（电阻、电感、电容）等电信号输出；

信号的转换存储与传输——用中间转换装置来完成，一般是把信号转换成传输方便、功率足够，可以传输、存储和记录，并具有驱动能力的电压；

信号的显示和记录——用显示器、指示器和记录仪完成；

信号的处理和分析——用数据分析仪、频谱分析仪、计算机等来完成，找出被测信息的规律，为研究和鉴定工作提供有效依据，为控制提供信号。

图 1-1 为一个典型的测试系统框图。

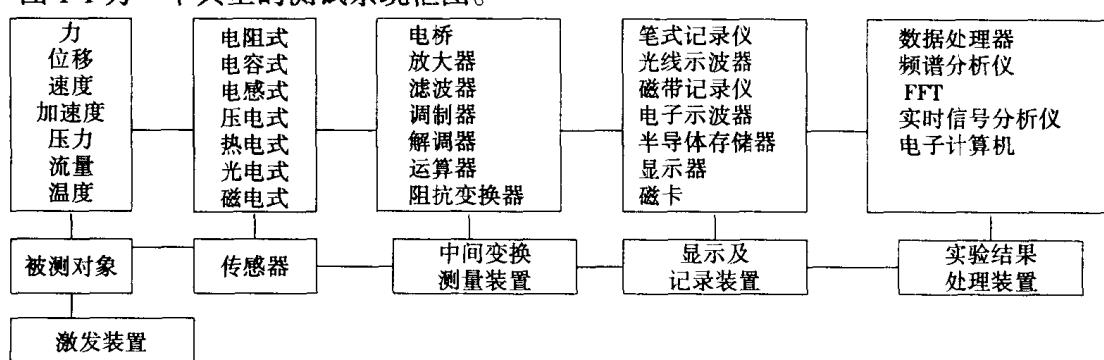


图 1-1 典型测试系统框图

综上所述，检测技术归纳起来，有如下三种功能：

- ①过程中参数测量功能；
- ②过程中参数监测控制功能；
- ③测量数据分析判断功能。

第二节 检测技术研究的主要内容

为实现对某一特定物理量的检测，需要涉及测量原理、测量方法和测试系统等。所谓测量原理是指实现测量所依据的物理、化学、生物等现象与有关定律的总体。例如热电偶测温时所依据的热电效应；压电晶体测力时所依据的压电效应；激光测速时所依据的多普勒效应等等。一般说来，对应于任何一个信息，总可以找到多个与其对应的信号。反之，一个信号中也往往包含着许多信息。这种信息、信号表现形式的多样化给测试技术的发展提供了广阔的天地。一种物理量的测量可通过若干种不同的测量原理来实现。发现与应用新的测量原理，从事相应传感器的开发研究是检测工程技术人员最富有创造性的工作，选择合适的测量原理也是测试人员最为日常的工作。要选择好的测量原理，必须充分了解被测量的物理化学特性、变化范围、性能要求和外界环境条件等。这些都要求测试技术人员的知识面广，具有扎实的基础理论和专业知识。

测量原理确定后，根据对测量任务的具体要求采用不同的方法：电测法或非电测法；模拟量测量法或数字量测量法；单次或多次测量；等精度或不等精度测量；直接测量或间接测量；偏差测量法或零位测量法等等。确定了测量原理和测量方法，便可着手设计或选用各类装置组成测量系统。

第三节 本课程任务以及与其他课程的关联

检测技术是一门综合性技术。现代检测系统常常是集机电于一体的，软硬件相结合的，具有智能化、自动化的系统。它涉及到传感器技术、微电子技术、控制技术、计算机技术、数据处理技术、精密机械设计技术等众多技术。

本课程是在修完上述各类相关技术基础课程后进行的专业教学课程。本课程将着重培养学生灵活合理地应用所学的基础技术知识，全面考虑精度、稳定性、经济性、可行性、寿命、使用维修方便性与环境适应性等方面的各种要求，从选择、创造测量原理、测量方法入手，设计各类测量系统；或掌握现有检测仪器设备的性能，并合理选用；对测量值进行误差分析，验证并加以控制。

人类历史上很早就有关于测量仪器的记载，现代测量仪器更是种类繁多。本课程不可能也没有必要对测量仪器作一产品式的认识学习，而是围绕对典型被测量所用的典型原理、方法、系统展开讨论，归纳出检测技术的一些共同的基本原理和特性，以便举一反三、灵活应用，为培养宽厚型、复合型、开放型、创新型的高层次、高水平、高素质优秀人才的总目标而努力。

总之，通过本课程的学习，要求学生能做到：

- ①掌握检测技术的基本理论；

- ②熟练掌握各类典型传感器的基本原理和适用范围；
- ③具有检测系统的机、电、计算机方面的总体设计能力；
- ④具有实验数据处理和误差分析能力。

第四节 检测技术的发展方向

现代科学技术的迅猛发展为检测技术的进步和发展创造了条件。同时，也不断地向检测技术提出更新更高的要求。尤其是计算机技术和微电子技术的发展，使得检测技术和仪器仪表得到了划时代的进步和发展。仪器仪表向智能化、数字化、小型化、网络化、多功能化方向发展。近年来，由于计算机软件技术和数据处理技术的巨大进步，微型、智能、集成传感器的迅速开发，使仪器仪表的面貌发生很大的变化。检测技术中数据处理能力和在线检测、实时分析的能力大大增强，仪器仪表的功能得以扩大，精度及可靠性有了很大的提高，与传统仪器仪表大相径庭的虚拟化仪器也以全新的面目出现。微机械技术的另一个长期期待的新应用领域——微仪器已初露锋芒，至今已诞生了芯片上的微轮廓仪、芯片上的微血液分析仪等。这种发展的总趋势，今后将变得更快更深更广。

第二章 测试系统

第一节 测试系统的组成

包含对被测对象的特征量进行检出、变换、传输、分析、处理、判断和显示等不同功能环节所构成的一个总体，被称为测试系统。图 2-1 为一个典型测试系统的组成框图。

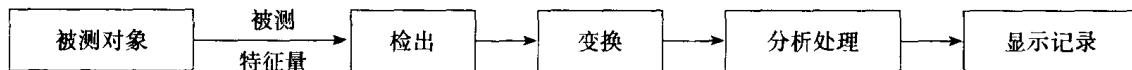


图 2-1 测试系统的组成框图

严格地讲，测试系统还应包括使被测对象置于预定状态下的试验装置，连接和协调各环节工作的传输手段及控制部分。

从被测特征量的检出到最后的处理和显示所连成的一个完整的测试系统，还可以进一步划分成由若干个较小的分系统所组成。例如，以将被测特征量转换成以电量为主要信号形式的传感器为中心的检出分系统；对检出信号进行变换，以提高测量效率和便于作数据处理的信号变换分系统；进行测量的测量分系统；按测试目的对数据进行分析、处理的数据分析处理分系统；以及将所测得的有用信号及其变化过程显示或记录下来的显示或记录分系统等。必须指出，将测试系统划分成若干分系统的目的是，为了便于对整个系统进行深入的分析和研究。实际上构成这些分系统的具体装置或仪器，可以是单台仪器或由多台仪器组合而成，也可以是传感器、放大器、中间变换器、记录器，甚至是一个简单的 RC 滤波电路等。

随着信号处理技术的迅速发展和计算机技术在信号处理中的广泛应用，计算机（包括其硬件和相应软件）已成为现代测试系统的有机组成部分。

对于任何一个测试系统的基本要求是可靠性高而实用，通用性好而经济。这亦应成为考虑测试系统组成前提条件。

第二节 测试系统的数学模型及频率特性

一、测试系统的数学模型

整个测试的核心问题是分析和研究被测量（输入量） $x(t)$ 、测试系统属性和输出量 $y(t)$ 三者之间的关系，如图 2-2 所示。从而为合理设计或选择测试系统，正确评价测试结果奠定理论基础。

测试系统的数学模型是根据相应的物理定律（例如牛顿定律，能量守恒定律，基尔霍夫电路定律等）而得出的一组将系统的输出与输入联系起来的数学方程式。它能够

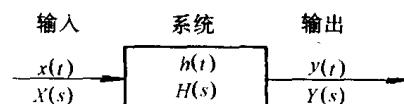


图 2-2 被测量、系统和输出

深刻反映出测试仪器的工作特性和品质，预测作用在各仪器上的输入量、外界干扰量和仪器自身的内部参数对测试的影响。因此，常常借助于数学模型来研究测试系统及其各环节的属性。

大多数的测试系统都可假定为具有集中参数、有限自由度和参数时不变的物理系统。因此，测试系统都可视作线性定常系统来处理，即系统的输入信号（激励） $x(t)$ 和输出信号（响应） $y(t)$ 之间存在着这样—解析关系式：

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = \\ b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t) \end{aligned} \quad (2-1)$$

式中， $d^n y(t)/dt^n$ 、 $d^m x(t)/dt^m$ 为系统输出、输入对时间的各阶微分； a_n 、 b_m 为系统的结构特性参数，均为常数。

该方程为常系数线性微分方程式。

系统的阶次由输出量最高微分阶次决定。在工程实际中，大量测试系统只有有限阶次，其中最常见的测试系统可概括为零阶系统、一阶系统、二阶系统。更为复杂的系统也可看作这些简单系统的组合来进行分析。

下面列举几个常见的测试系统

(一) 零阶系统

若式(2-1)中的系数除了 a_0 与 b_0 外，其它系数均为零，此时测试系统的微分方程式为

$$a_0 y(t) = b_0 x(t) \quad (2-2)$$

凡是在预定工作范围内其输入、输出之间的关系符合式(2-2)的系统，称之为零阶系统。

上式通常改写成为

$$y(t) = \frac{b_0}{a_0} x(t) = Kx(t) \quad (2-3)$$

式中， $k = b_0/a_0$ 称为系统的静态灵敏度。

不难看出，不论输入 $x(t)$ 怎样变化，零阶系统的输出 $y(t)$ 均能跟踪其变化，不产生任何的失真和延迟。自然，零阶系统所代表的是一种理想的测试系统。

在工程应用中，可近似地把位移电位器、电子示波器等测试装置视作零阶系统。

(二) 一阶系统

若式(2-1)中的系数除 a_1 、 a_0 与 b_0 外，其它系数均为零，则方程成为一阶微分方程式：

$$a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 x(t) \quad (2-4)$$

任何在预定工作范围内其输入、输出关系可用一阶微分方程式所描述的系统，称之为一阶系统。

式(2-4)通常可改写成

$$\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t) \quad (2-5)$$

式中, $K = b_0/a_0$ 为静态灵敏度, $\tau = a_1/a_0$ 为系统的时间常数 (s)。

在工程实际中, 一个忽略了质量的单自由度振动系统, 在施于 A 点的外力 $f(t)$ 作用下 (图 2-3a), 其运动方程为

$$c \frac{dy(t)}{dt} + ky(t) = f(t)$$

一个无源积分电路 (图 2-3b), 其输出电压 $v(t)$ 和输入电压 $u(t)$ 间的关系为

$$RC \frac{dv(t)}{dt} + v(t) = u(t)$$

图 2-3c 所示的液柱式温度计, 设 $T_i(t)$ 为被测温度; $T_0(t)$ 为其示值温度; C 为温度计的温包 (包括液柱介质) 的热容; R 为传导介质的热阻, 它们之间的关系是

$$C \frac{dT_0(t)}{dt} = \frac{1}{R} [T_i(t) - T_0(t)]$$

或

$$RC \frac{dT_0(t)}{dt} + T_0(t) = T_i(t)$$

上述所列举的三个装置的输入、输出关系都可用一阶微分方程式描述, 均属一阶系统。

(三) 二阶系统

若式 (2-1) 中的系数除 a_2 、 a_1 、 a_0 和 b_0 外, 其它系数均为零, 则方程成为二阶微分方程式

$$a_2 \frac{d^2y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 x(t) \quad (2-6)$$

任何在预定工作范围内其输入、输出关系可用二阶微分方程式所描述的系统, 称之为二阶系统。

式 (2-6) 通常可改写成

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\xi\omega_n \frac{dy(t)}{dt} + \omega_n^2 y(t) = \omega_n^2 kx(t)$$

$$(2-7)$$

图 2-3 一阶系统实例

a) 忽略质量的单自由度系统

b) 简单 RC 积分电路 c) 液柱式温度计

式中 ω_n 为系统固有频率 $\omega_n = \sqrt{a_0/a_2}$; ξ 为系统的相对阻尼比 $\xi = a_1/2\sqrt{a_0 a_2}$; k 为系统的静态灵敏度 $K = b_0/a_0$ 。

在工程实际中, 如图 2-4a 所示的弹簧-质量-阻尼系统, 其运动方程为

$$m \frac{d^2y(t)}{dt^2} + c \frac{dy(t)}{dt} + Ky(t) = f(t)$$

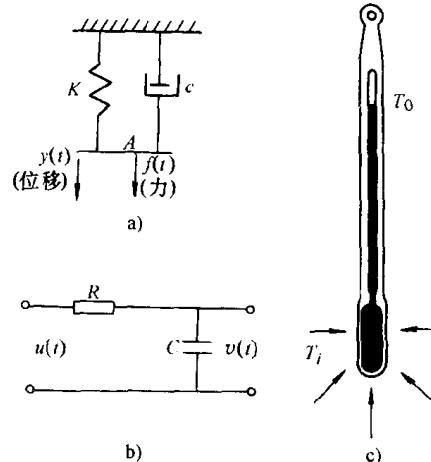
图 2-4b 中 RLC 振荡电路的电流方程为

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{c} \int i(t) dt = u(t)$$

式中

$$i(t) = c \frac{dv(t)}{dt} \quad (\text{或 } \frac{1}{c} \int i(t) dt = v(t))$$

于是上式又可改写为



$$Lc \frac{d^2 v(t)}{dt^2} + Rv(t) + v(t) = u(t)$$

在笔式记录仪和光线示波器的动圈式振子以及动圈式电表中，由永久磁钢所形成的磁场和通电线圈所形成的动圈磁场相互作用而产生的电磁转矩使线圈产生偏转运动，如图 2-4c 所示，动圈作偏转运动的方程式为

$$J \frac{d^2 \theta(t)}{dt^2} + \mu \frac{d\theta(t)}{dt} + G\theta(t) = k_i i(t)$$

式中， $i(t)$ 为输入动圈的电流信号； $\theta(t)$ 动圈偏转的角位移（即输出信号）； J 为转动部件的转动惯量； μ 为阻尼系数； G 为游丝的扭转刚度； k_i 为电磁转矩系数。

上述所举三例，它们的输入、输出关系都用二阶微分方程式描述，均属二阶系统。

二、线性系统的性质

一般的测试系统都可视作线性定常系统来处理，自然，测试系统亦具有线性系统所具有的主要性质。一个线性系统具有以下几个主要性质：

如果线性系统的输入为 $x(t)$ 及其相应的输出为 $y(t)$ ，那么，有

性质一：叠加特性 即若 $x_1(t) \rightarrow y_1(t)$
 $x_2(t) \rightarrow y_2(t)$

则

$$[x_1(t) \pm x_2(t)] \rightarrow [y_1(t) \pm y_2(t)]$$

性质二：比例特性 即对于任意常数 a ，都有

$$ax(t) \rightarrow ay(t)$$

性质三：微分特性 系统对输入微分的响应等同于对原输入响应的同阶微分。即

$$\frac{dx(t)}{dt} \rightarrow \frac{dy(t)}{dt}$$

性质四：积分特性 在系统的初始状态为零时，系统对输入积分的响应等同于对原输入响应的同次积分。

即

$$\int_0^t x(t) dt \rightarrow \int_0^t y(t) dt$$

性质五：频率保持特性 若输入为某一频率的简谐信号，则系统的稳态输出为与输入同一频率的简谐信号。

线性系统的频率保持特性含义是输入信号的频率成分在通过线性系统后仍然保持原有的频率成分，频率成分既不增加也不减少。这一特性在动态测试中具有重要意义。它可以根据输入信号的频率成分来确定输出信号的频率成分，从而识别输出信号的真伪以及噪声和干扰。亦可反用，即由一系统的输入输出信号的频率成分的比较来判断该系统是否为线性系

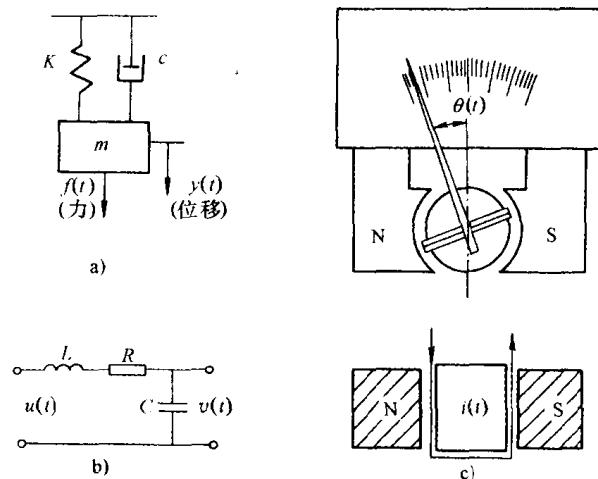


图 2-4 二阶系统实例

a) 弹簧-质量-阻尼系统 b) RLC 振荡电路 c) 动圈式仪表

统。

三、传递函数

传递函数的定义是初始条件为零时，线性系统输出信号 $y(t)$ 与输入信号 $x(t)$ 两者拉普拉斯变换之比，记为 $H(s)$ 。对式 (2-1) 作拉普拉斯变换可求得

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} \quad (2-8)$$

上式分母中 s 的幂次 n 代表了系统微分方程的阶数。如 $n=1$ 或 $n=2$ ，就分别为一阶系统或二阶系统的传递函数。传递函数以代数式的形式表征了系统的传输、转换特性，同样是系统数学模型的一种表达形式。

传递函数有以下几个特点：

- ① $H(s)$ 与输入无关，不因 $x(t)$ 而变化，它反映了系统的特性。
- ② $H(s)$ 反映了系统的传输、转换和响应特性，而与系统的具体物理结构无关。同一形式的传递函数可以表征两个完全不同的物理系统，例如液柱温度计和 RC 低通滤波电路同是一阶系统，弹簧-质量-阻尼系统、 LRC 振荡电路和动圈式电表及光线示波器的振子都是二阶系统，它们分别具有相似的传递函数。
- ③ $H(s)$ 所描述的系统对任一具体的输入 $x(t)$ 都确定地给出了相应的输出 $y(t)$ 。由于输入 $x(t)$ 、输出 $y(t)$ 常具有不同的量纲，所以函数传递也真实地反映了这种量纲变换。
- ④ $H(s)$ 中的分母通常取决于系统（包括研究对象和测试装置）的结构，而分子则和输入点的位置、激励方式、所测的变量以及测点布置情况有关。

四、环节的串联和并联

对于由几个环节组成的测试系统，其环节有串联和并联两种情况，如图 2-5 和图 2-6 所示。系统的传递函数按下面介绍的方法计算。

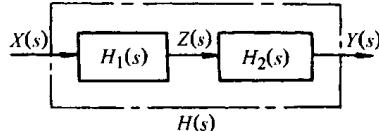


图 2-5 两个环节串联

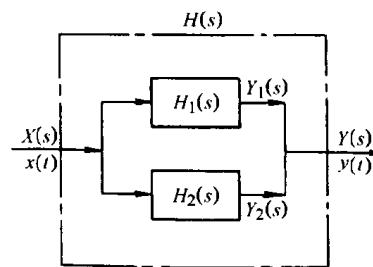


图 2-6 两个环节并联

两个环节的传递函数各为 $H_1(s)$ 和 $H_2(s)$ ，其串联后，系统的传递函数 $H(s)$ 为

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{Z(s)}{X(s)} \frac{Y(s)}{Z(s)} = H_1(s) H_2(s) \quad (2-9)$$

同理，对由 n 个环节串联组成的系统，总传递函数为

$$H(s) = \prod_{i=1}^n H_i(s) \quad (2-10)$$

若两个环节并联，则因

$$Y(s) = Y_1(s) + Y_2(s)$$

所以

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{Y_1(s)}{X(s)} + \frac{Y_2(s)}{X(s)} = H_1(s) + H_2(s) \quad (2-11)$$

同理可得，由 n 个环节并联组成的系统，总传递函数为

$$H(s) = \sum_{i=1}^n H_i(s) \quad (2-12)$$

一般测试系统都是稳定系统，其传递函数的分母中 s 的幂次高于分子中 s 的幂次，即 $n > m$ ，且 s 的极点都应具有负实部。式 (2-8) 为代数式，可将式中的分母分解成为 s 的一次和二次实系数因子式（二次实系数因子式对应其共轭复数极点），即

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0 = \\ a_n \prod_{i=1}^r (s + p_i) \prod_{i=1}^{(n-r)/2} (s^2 + 2\xi_i \omega_{ni} s + \omega_{ni}^2)$$

式中， p_i 、 ξ_i 、 ω_{ni} 均为常量。

由此，式 (2-8) 可改写为

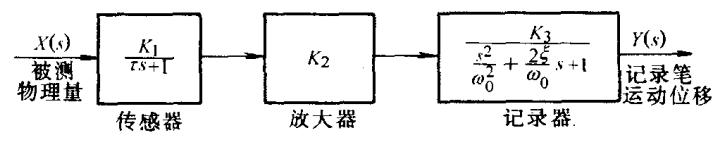
$$H(s) = \sum_{i=1}^r \frac{q_i}{s + p_i} + \sum_{i=1}^{(n-r)/2} \frac{\alpha_i s + \beta_i}{s^2 + 2\xi_i \omega_{ni} s + \omega_{ni}^2} \quad (2-13)$$

式中， α_i 、 β_i 和 q_i 也都为常量。

式 (2-13) 表明，任何一个高阶系统总可以看作是若干个一阶、二阶环节的并联。由此可见，研究一阶和二阶环节的传输特性是分析并了解高阶、复杂系统传输特性的基础。

例 一个带记录器的测试系统，它包括传感器、放大器和记录器三个环节（图 2-7a），求系统的传递函数。

据式 (2-10) 可知，三个环节串联后的总的传递函数，等于三个环节传递函数的乘积，见图 2-7b。



五、频率响应函数

当测试系统的输入为正弦信号 $x(t) = X_0 e^{j\omega t}$ 时，由于暂态响应的存在，开始时的输出并不是纯正弦波，当暂态响应衰减直至消失后，输出才只为稳定的正弦信号 $y(t) = Y_0 e^{j(\omega t + \phi)}$ 。根据线性系统的频率保持性，该输出与输入的频率相同。但其幅值和相角差都是频率的函数。代入式 (2-1) 可得

$$[a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \cdots + a_1(j\omega) + a_0] Y_0 e^{j(\omega t + \phi)} = \\ [b_m(j\omega)^m + b_{m-1}(j\omega)^{m-1} + \cdots + b_1(j\omega) + b_0] X_0 e^{j\omega t}$$

将该频率信号的输出与输入之比定义为频率响应函数，记作 $H(j\omega)$ ，即

$$H(j\omega) = \frac{Y_0 e^{j(\omega t + \phi)}}{X_0 e^{j\omega t}} = \frac{b_m(j\omega)^m + b_{m-1}(j\omega)^{m-1} + \cdots + b_1(j\omega) + b_0}{a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \cdots + a_1(j\omega) + a_0} \quad (2-14)$$

频率响应函数也可对式 (2-1) 的两边作傅里叶变换而得。如果以 $s = j\omega$ 代入式 (2-8)，

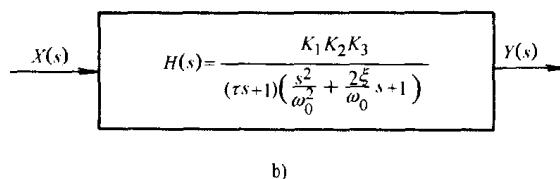


图 2-7 串联环节的传递函数
a) 系统框图 b) 总的传递函数

也可以得到式 (2-14)，这说明频率响应函数是传递函数的特例。

关于环节串、并联后所组成的系统的频率响应函数的计算完全类同于上述环节串联、并联后有关的传递函数的描述。即仿照式 (2-9) 对由两个频率响应函数各为 $H_1(j\omega)$ 和 $H_2(j\omega)$ 的环节串联后所组成系统的频率响应函数 $H(j\omega)$ 为

$$H(j\omega) = H_1(j\omega) H_2(j\omega) \quad (2-15)$$

仿照式 (2-11) 并联后组成系统的频率响应函数 $H(j\omega)$ 为

$$H(j\omega) = H_1(j\omega) + H_2(j\omega) \quad (2-16)$$

同样， n 阶系统的频率响应函数，仿照式 (2-13)，可以看作是 r 个一阶环节和 $(n-r)/2$ 个二阶环节的并联，即

$$\begin{aligned} H(j\omega) &= \sum_{i=1}^r \frac{q_i}{j\omega + p_i} + \sum_{i=1}^{(n-r)/2} \left(\frac{j\alpha_i \omega + \beta_i}{(j\omega)^2 + 2\xi_i \omega_{ni}(j\omega) + \omega_{ni}^2} \right) = \\ &= \sum_{i=1}^r \frac{q_i}{p_i + j\omega} + \sum_{i=1}^{(n-r)/2} \frac{\beta_i + j\alpha_i \omega}{(\omega_{ni}^2 - \omega^2) + j2\xi_i \omega_{ni} \omega} \end{aligned} \quad (2-17)$$

频率响应函数 $H(j\omega)$ 直观地反映了测试系统对各个不同频率的正弦输入信号的响应特性。通过 $H(j\omega)$ 可以画出反映测试系统动态特性的各种图形，简明直观。此外，很多工程中的实际系统很难确切地建立其数学模型，更不易确定其模型中的参数，因此要完整地列出其微分方程式并非易事。所以，工程上常通过实验方法，对系统施加激励，测量其响应，根据输入、输出关系可以确立对系统动态特性的认识。因而频率响应函数有着重要的实际意义。

六、频率特性及其图像

频率响应函数 $H(j\omega)$ 表征了测试系统对给定频率 ω 下的稳态输出与输入的关系，即输出与输入幅值之比和两者之相位差是输入频率的函数，这就是测试系统反映出来的频率特性。

频率响应函数 $H(j\omega)$ 一般是一个复数。如将 $H(j\omega)$ 写成实部和虚部的形式，即

$$H(j\omega) = \operatorname{Re}(\omega) + j\operatorname{Im}(\omega) \quad (2-18)$$

则 $\operatorname{Re}(\omega)$ 和 $\operatorname{Im}(\omega)$ 都是 ω 的实函数。据此画出的 $\operatorname{Re}(\omega) - \omega$ 曲线和 $\operatorname{Im}(\omega) - \omega$ 曲线分别称之为系统的实频特性曲线和虚频特性曲线。

又若将 $H(j\omega)$ 写成模和相角的形式，即

$$H(j\omega) = A(\omega) e^{j\phi(\omega)} \quad (2-19)$$

式中 $A(\omega) = |H(j\omega)| = \sqrt{\operatorname{Re}(\omega)^2 + \operatorname{Im}(\omega)^2}$ (2-20)

称 $A(\omega)$ 为系统的幅频特性，其 $A(\omega) - \omega$ 曲线称为幅频特性曲线。

式中 $\phi(\omega) = \angle H(j\omega) = \arctan \frac{\operatorname{Im}(\omega)}{\operatorname{Re}(\omega)}$ (2-21)

称为相频特性，其 $\phi(\omega) - \omega$ 曲线称为相频特性曲线。

实际作图时，常对自变量取对数标尺，幅值坐标也取分贝数。即分别画出 $20\lg A(\omega) - \lg \omega$ 和 $\phi(\omega) - \lg \omega$ 曲线，两者分别称为对数幅频曲线和对数相频曲线，总称为伯德图 (Bode 图)。

如果将 $H(j\omega)$ 的虚部和实部分别作纵横坐标，画出 $\operatorname{Im}(\omega) - \operatorname{Re}(\omega)$ 曲线并在曲线上注明相应的频率 ω ，那么所得的图像称为奈魁斯特图 (Nyquist 图)。图中自原点所画的矢量向径，其长度和与横轴夹角就是该频率点的幅、相特性。频率响应函数为 $H(j\omega) =$