

离散数学标准化题解

孙俊秀 孙玉芝 编著
王存礼 王慧芳

天津人民出版社

离散数学标准化题解

2017/10/1

孙俊秀 孙玉芝 编著
王存礼 王慧芳

天津人民出版社

期 限 表

请于下列日期前将书还回

离散数学标准化题解

孙俊秀 孙玉芝 编著
王存礼 王慧芳

*

天津人民出版社出版

(天津市张自忠路)

天津宁河印刷厂印刷 新华书店天津发行所发行

*

850×1168毫米 32开本 9.25印张 240千字

1993年8月第1版 1993年8月第1次印刷

印数:1—4000

ISBN7—201—01721—7/G·792

定价:7.60元

内容简介

《离散数学标准化题解》一书是编写标准化题解的尝试. 包括数理逻辑、集合论、图论、代数系统和组合数学初步等内容, 共分六章, 每章含内容提要 and 习题解答两部分. 内容提要给出该章基本概念和主要定理. 题解部分分五种题型 (单项选择题、填空题、判断题、简答题和证明题) 共 1357 题. 一题一解, 由易到难.

本书可作为离散数学学习者的解题参考, 也为教离散数学的教师编制各种类型的考卷提供方便. 并已研制了计算机离散数学题库系统 (可提供软盘).

2012/1/10/

前 言

《离散数学标准化题解》是一本基础性的标准化题解. 作为一种尝试, 奉献给离散数学的学习者和教授者.

在这计算机科学迅速发展的信息时代, 作为计算机专业必不可少的基础理论和数学工具的离散数学, 越来越受到各方面的重视, 学习的人员与日俱增. 但是, 由于离散数学本身理论严谨, 逻辑性强, 方法灵活, 内容博广, 有些概念又比较抽象, 难以理解, 使初学者尤其一些在职的科技人员学习感到困难; 特别对解题往往无从下手, 对当前各种标准化试题的考试更不适应. 这个问题急待解决.

为满足广大读者的要求, 我们根据多年教学的经验, 遵循“易教易学”原则先编写了《简明离散数学》一书; 进而配合此书编写了这本《离散数学标准化题解》.

本《题解》编写的基本思想是: 使学习者多见题型, 广开思路, 理解本质, 灵活运用, 达到掌握基础知识和基本技能的目的.

本《题解》包括了离散数学的基本内容, 并按各部分的特点分为集合、关系与映射、代数系统、图论、数理逻辑和组合数学初步六章编写. 每章又分为内容提要 and 习题解答两部分:

内容提要, 给出该章的基本概念及主要定理, 以指明学习者应掌握的内容, 且便于引用. 习题解答, 以教材内容为序, 由易到难, 分单项选择题、填空题、判断题、简答题(含计算题)和证明题等五种类型, 且每题有解.

本《题解》所选题目, 具有下述特点:

(1) 以基本题为主, 兼配技巧题和综合题. 难易适中, 覆盖面大, 基本上章章、节节均有题目.

(2) 题目类型较全, 客观题与主观题并举. 客观题(含选择题、填空题和判断题)占 70% 以上.

(3) 主要概念, 用不同类型题体现. 加强概念理解, 掌握公式和定理的应用.

(4) 理论联系实际, 培养分析问题和解决问题的能力.

本《题解》可供离散数学的学习者、特别是参加自学考试和软件人员水平考试等应试者做题参考; 同时, 也为讲授离散数学课的教师编制各种测验试卷提供方便.

本《题解》已研制成计算机题库系统. 该系统既可供学习者联机练习, 及时得到反馈信息; 又可根据需要, 随机产生并打印各种试卷.

本《题解》中的题目, 是我们在多年教学过程中收编的, 曾编印成册在教学中应用, 这次出版前, 每一部分经一人集中整理. 集合论共 373 题(王存礼); 代数系统共 314 题(孙玉芝); 图论共 330 题(孙俊秀); 数理逻辑共 200 题(王慧芳); 组合数学初步共 140 题(王存礼). 全书共 1357 题. 最后, 由孙俊秀统编, 王存礼画图.

目前, 离散数学的教材和参考书比较多, 但都各自成体系, 符号不统一. 为了使读者顺利地阅读, 我们在内容选取、符号应用等方面, 主要参照左孝凌等编著的《离散数学》(上海科技文献出版社) 和周以铨编著的《离散数学讲义》(航空工业出版社). 同时, 也参考了其他有关离散数学的教材和习题集. 在此, 对诸位前辈和同仁致以深深的谢意.

由于我们的水平所限, 编写这样的习题解答尚无借鉴, 可能有不少欠妥之处, 恳请读者批评指正.

编 者

一九九三年元月

目 录

前 言	(1)
第一章 集合	(1)
一 内容提要	(1)
二 习题解答	(1)
I 单项选择题	(1)
II 填空题	(9)
III 判断题	(15)
IV 简答题	(20)
V 证明题	(28)
第二章 关系与映射	(34)
一 内容提要	(34)
二 习题解答	(36)
I 单项选择题	(36)
II 填空题	(43)
III 判断题	(50)
IV 简答题	(55)
V 证明题	(70)
第三章 代数系统	(80)
一 内容提要	(80)
二 习题解答	(84)
I 单项选择题	(84)
II 填空题	(96)

III	判断题	(105)
IV	简答题	(115)
V	证明题	(127)
第四章	图论	(142)
一	内容提要	(142)
二	习题解答	(145)
I	单项选择题	(145)
II	填空题	(160)
III	判断题	(169)
IV	简答题	(177)
V	证明题	(200)
第五章	数理逻辑	(212)
一	内容提要	(212)
二	习题解答	(216)
I	单项选择题	(216)
II	填空题	(224)
III	判断题	(228)
IV	简答题	(233)
V	证明题	(242)
第六章	组合数学初步	(255)
一	内容提要	(255)
二	习题解答	(257)
I	单项选择题	(257)
II	填空题	(263)
III	判断题	(270)
IV	简答题	(274)
V	证明题	(280)

第一章 集合论

一 内容提要

基本概念：集合的描述性定义，集合的表示方法，集合间的关系，集合代数，集合的交、并、差、补运算及基本定律，幂集，划分。

主要定理：

Th₁ 任意集合 A ，必有 $\emptyset \subseteq A$ 。

Th₂ 任意集合 A ，必有 $E \supseteq A$ 。

Th₃ 任意集合 A ，必有 $\emptyset \subseteq A \subseteq E$ 。

Th₄ 设集合 A 与 B ，则 $A=B$ 之充分必要条件是 $A \supseteq B$ 且 $B \supseteq A$ 。

Th₅ 设 A 为 n 个元素的有限集，则 $|\mathcal{P}(A)| = 2^n$ 。

二 习题解答

I 单项选择题

1 哪条可称为集合 ()

- (1) 某本书中第 k 页上文字的全体；
- (2) 很大的数的全体；
- (3) 比复数 $1+i$ 大的数的全体；
- (4) 接近于 0 的数的全体。

答案：〔(1)〕

2 哪条不能称为集合 ()

- (1) 大于 1、小于 60 的整数的全体;
- (2) 比较小的正整数的全体;
- (3) 正三角形的全体;
- (4) 平面上到点 P 距离等于 1 的点的全体.

答案: $[(2)]$

3 哪条不能称为集合 ()

- (1) 某班身材高大的学生全体;
- (2) $|x| < 1$ 的实数全体;
- (3) 离点 O 距离小于 3 的点的全体;
- (4) 至两个相异点距离相等的点的全体.

答案: $[(1)]$

4. 哪个集合不是空的 ()

- (1) $\{x | x^2 - 1 = 0, \text{ 且 } x \in \mathbb{R}\}$;
- (2) $\{x | x^2 + 9 = 0, \text{ 且 } x \in \mathbb{R}\}$;
- (3) $\{x | x = x + 1, \text{ 且 } x \in \mathbb{R}\}$;
- (4) $\{x | x^2 = -1, \text{ 且 } x \in \mathbb{R}\}$.

答案: $[(1)]$

5 哪个集合不是空的 ()

- (1) $\{\sqrt{2} \text{ 的近似值全体}\}$;
- (2) $\{\text{方程 } x^4 + 1 = 0 \text{ 的全体实根}\}$;
- (3) $\{\text{小于 0 的正数的全体}\}$;
- (4) $\{\text{某班中上课时不带墨镜的学生全体}\}$.

答案: $[(4)]$

6 对任意集合 A、B 和 C, 下述论断对的是 ()

- (1) 若 $A \in B, B \subseteq C$, 则 $A \in C$;
- (2) 若 $A \in B, B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$;
- (3) 若 $A \subseteq B, B \in C$, 则 $A \in C$;
- (4) 若 $A \subseteq B, B \in C$, 则 $A \subseteq C$.

答案：〔 (1) 〕

7 若 $A - B = \emptyset$ ，则有 ()

- (1) $B = \emptyset$;
- (2) $B \neq \emptyset$;
- (3) $A \subseteq B$;
- (4) $A \supseteq B$.

答案：〔 (3) 〕

8 设 $p = \{x \mid (x+1)^2 \leq 4\}$, $Q = \{x \mid x^2 + 16 \geq 5x\}$ ，则下式哪个成立 ()

- (1) $P \supset Q$;
- (2) $P \supseteq Q$;
- (3) $Q \supset P$;
- (4) $Q \supseteq P$.

答案：〔 (3) 〕

9 设 $P = \{x \text{ 为 } 6 \text{ 的全体约数}, x \in \mathbb{N}\}$, $Q = \{x \text{ 为 } 30 \text{ 的全体约数}, x \in \mathbb{N}\}$ ，则下式成立者为 ()

- (1) $P \subset Q$;
- (2) $P \subseteq Q$;
- (3) $Q \subset P$;
- (4) $Q \subseteq P$.

答案：〔 (1) 〕

10 设 $A = \{\{1, 2, 3\}, \{4, 5\}, \{6, 7, 8\}\}$ ，下列哪个式子为真 ()

- (1) $1 \in A$;
- (2) $\{1, 2, 3\} \subseteq A$;
- (3) $\{\{4, 5\}\} \subset A$;
- (4) $\emptyset \in A$.

答案：〔 (3) 〕

11 设 $A = \{x | x \text{ 为整数且 } x^2 < 16\}$, 下面哪个为假 ()

(1) $\{0, 1, 2, 3, 4\} \subseteq A$;

(2) $\{-3, -2, -1\} \subseteq A$;

(3) $\emptyset \subseteq A$;

(4) $\{x | |x| < 4 \text{ 且 } x \in \mathbb{Z}\}$.

答案: [(1)]

12 下列各式哪个是错的 ()

(1) $\emptyset \subseteq \emptyset$;

(2) $\emptyset \in \emptyset$;

(3) $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$;

(4) $\emptyset \in \{\emptyset\}$.

答案: [(2)]

13 下列各式哪个是错的 ()

(1) $\emptyset \subseteq \emptyset$;

(2) $\emptyset \in \{\emptyset\}$;

(3) $\emptyset \subset \emptyset$;

(4) $\emptyset \in \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$.

答案: [(3)]

14 设 $A = \{\{1, 2, 3\}, \{4, 5\}, \{6, 7, 8\}\}$, 下列各式哪个是错的 ()

(1) $\emptyset \subseteq A$;

(2) $\{6, 7, 8\} \in A$;

(3) $\{\{4, 5\}\} \subseteq A$;

(4) $\{1, 2, 3\} \subset A$.

答案: [(4)]

15 设 $S = \{\{1\}, 3, 9, 10\}$, $T = \{1, 3, \pi\}$, $V = \{\{1, 3, \pi\}, 1\}$, 下列各式哪个为真 ()

(1) $\{1\} \in V$;

- (2) $1 \subseteq S$;
 (3) $\{1\} \subseteq S$;
 (4) $\{1\} \subseteq T$.

答案: [(4)]

16 设 $A = \{x | x \in Q\}$, $B = \{x | x \in R\}$, $C = \{x | x \text{ 为复数}\}$, $D = \{x | x^3 = 3x\}$, 则下式中哪个成立 ()

- (1) $A \subset B \subset C$;
 (2) $D \subset A \subset B \subset C$;
 (3) $A \subset B \subset D$;
 (4) $D \subset B \subset A \subset C$.

答案: [(1)]

17 设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1\}$, $C = \{3, 4\}$, $D = \{x | x \text{ 是 } 12 \text{ 的正约数}\}$, $E = \{y | y^2 - 3y + 2 = 0\}$, $F = \{z | z \text{ 是 } 36 \text{ 的正约数}\}$, 则下式中哪个不成立 ()

- (1) $B \subset E \subset A \subset D \subset F$;
 (2) $C \subset A \subset D \subset F$;
 (3) $B \subset C$;
 (4) $\begin{cases} B \subset E \subset A \subset D \subset F; \\ C \subset A \subset D \subset F. \end{cases}$

答案: [(3)]

18 设 $A = \{x | x^3 - x = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 4 < 0, x \in Z\}$, $C = \{x | x = 2x - 1\}$, $D = \{x | x + y = 5, xy = 6\}$, 则有 ()

- (1) $A = B$;
 (2) $A = C$;
 (3) $C = D$;
 (4) $C = A$.

答案: [(1)]

19 设 $P = \{0, 1\}$, $Q = \{x | x^2 \geq x\}$, $M = \{x | x^2 - x - 2 < 0, x \in$

$Z\}$, $N = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$. 则其中相同的集合为()

(1) $P=Q$;

(2) $P=M$;

(3) $Q=M$;

(4) $Q=N$.

答案: [(2)]

20 设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 下列哪个集合等于 A ()

(1) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;

(2) $\{x | x^2 \leq 25 \text{ 且 } x \in Z\}$;

(3) $\{x | x \leq 5 \text{ 且 } x \in Z^+\}$;

(4) $\{x | x \leq 5 \text{ 且 } x \in Q^+\}$.

答案: [(3)]

21 下面哪一组集合相等 ()

(1) $A = \{2\}$, $B = \{x | x^2 = 4\}$;

(2) $A = \{1, -1, 0, i, -i\}$, $B = \{x | x^5 = x\}$;

(3) $A = \{x | x^3 = x\}$, $B = \{x | -1 \leq x \leq 1\}$;

(4) $A = \{x | -2 < x < 7, x \in Z\}$, $B = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$.

答案: [(2)]

22 设 $A = \{\text{有理数}\}$, $B = \{\text{无理数}\}$, 则 $A \cap B$ 等于()

(1) $\{0\}$; (2) $\emptyset$;

(3) $\{\{\emptyset\}\}$; (4) $\{\emptyset\}$.

答案: [(2)]

23 在 0 $\emptyset$ 之间填上正确的符号 ()

(1) $=$; (3) $\in$;

(2) $\neq$; (4) $\notin$.

答案: [(4)]

24 方程组 $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-4y=-8 \end{cases}$ 的解集为 ()

- (1) $\{(2, 3)\}$; (2) $\{2, 3\}$;
(3) $\{x=2, y=3\}$; (4) $\{2 \text{ 或 } 3\}$.

答案: $[(1)]$

25 设全集 $E = \{\text{复数}\}$, $A = \{\text{实数}\}$, 则补集 $\bar{A}$ 等于()

- (1) $\emptyset$; (2) $\{\text{虚数}\}$;
(3) $\{\text{有理数}\}$; (4) $\{\text{无理数}\}$.

答案: $[(2)]$

26 集合 $\{0\}$ 的所有子集是()

- (1) $\emptyset$; (2) $\emptyset, \{0\}$;
(3) $\{\emptyset\}$; (4) $\{\emptyset, \{0\}\}$.

答案: $[(2)]$.

27 下列四式中, 错误的是()

- (1) $\emptyset \subseteq \emptyset$; (2) $\emptyset \neq 0$;
(3) $\emptyset \subseteq \{0\}$; (4) $\emptyset \in \emptyset$.

答案: $[(4)]$.

28 若 $A = \{(x, y) | \frac{y-4}{x+2} = 1\}$ 和 $B = \{(x, y) | y = 3x - 2\}$, 则

$A \cap B$ 为()

- (1) $\{(x, y) | x = 4, y = 10\}$; (2) $\{(x, y) | y = x + 2\}$;
(3) $\{(x, y) | \frac{y-3}{x-1} = 1\}$; (4) $\emptyset$.

答案: $[(1)]$

29 设 $M = \{x | f_1(x) = 0\}$, $N = \{x | f_2(x) = 0\}$, 则方程 $f_1(x) \cdot f_2(x) = 0$ 的解为()

- (1) $M \cap N$; (2) M ;
(3) $M \cup N$; (4) N .

答案: $[(3)]$.

30 设 E 为全集, A 、 B 为非空集且 $B \subset A$, 则空集为()

- (1) $A \cap B$; (2) $\bar{A} \cap \bar{B}$;
 (3) $\bar{A} \cap B$; (4) $A \cap \bar{B}$.

答案: [(3)]

31 设 $A = \{\emptyset\}$, $B = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$, 则 $B - A$ 是 ()

- (1) $\{\{\emptyset\}\}$;
 (2) $\{\emptyset\}$;
 (3) $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$;
 (4) $\emptyset$.

答案: [(3)]

32 对任一集合 A , 下式能成立的是 ()

- (1) $A \in \mathcal{P}(A)$;
 (2) $\{A\} \in \mathcal{P}(A)$;
 (3) $A \in A - \emptyset$;
 (4) $A \in A \oplus \emptyset$.

答案: [(1)]

33 设 $A = \{a, \{a\}\}$, 下式哪一个为错的 ()

- (1) $\{a\} \in \mathcal{P}(A)$;
 (2) $\{a\} \subseteq \mathcal{P}(A)$;
 (3) $\{\{a\}\} \in \mathcal{P}(A)$;
 (4) $\{\{a\}\} \subseteq \mathcal{P}(A)$.

答案: [(2)]

34 设 $A = \{\emptyset\}$, $B = \mathcal{P}(\mathcal{P}(A))$, 下式中错的是 ()

- (1) $\emptyset \in B$;
 (2) $\{\emptyset\} \in B$;
 (3) $\{\{\emptyset\}\} \in B$;
 (4) $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \in \mathcal{P}(A)$.

答案: [(4)]

35 幂集 $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset)))$ 是 ()

- (1) $\{\{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$;
- (2) $\{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset\}\}$;
- (3) $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$;
- (4) $\{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$.

答案: $[(3)]$

36 设集合 A 有 101 个元素, 则 A 的子集有 ()

- (1) 2^{101} 个;
- (2) 101 个;
- (3) 2^{102} 个;
- (4) 102 个.

答案: $[(1)]$

37 $P = \{a, b, c, d\}$ 的最大划分是 ()

- (1) $\{a, \{b, c\}\}$;
- (2) $\{\{a\}, \{b, c\}, \{d\}\}$;
- (3) $\{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}\}$;
- (4) $\{\{a, b, c, d\}\}$.

答案: $[(3)]$.

I 填空题,

1 用列举法表示下列各集合:

$$(1) A = \{x | x^2 < 50, x \text{ 为正奇数}\} = \{1, 3, 5, 7\}$$

$$(2) B = \{x | x = \frac{p}{q}, p+q=5, p, q \in \mathbb{Z}^+\} = \{\frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1}\}$$

答案: $[\{1, 3, 5, 7\}; \{\frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1}\}]$

2 用列举法表示以下各集合:

- (1) 100 以下 9 的倍数所成集合为 _____;
- (2) 100 以下 12 的倍数所成集合为 _____;
- (3) 100 以下 9 与 12 公倍数所成集合为 _____.