

[苏] B.И. 巴甫洛夫 著

摄影测量量测值 的数学处理

测绘出版社

摄影测量量测值的数学处理

〔苏〕B.И.巴甫洛夫 著

朱新美 译

钟 校

测绘出版社

内 容 简 介

本书是一部专题论著，主要叙述单模型、航线网和区域网空中三角测量点坐标量测值的数学处理的理论和方法，也叙述了物理量测值和摄影测量量测值同时处理的理论和方法。书中对依据起始控制点的位置和数量以及具备像片外方位元素来测定地面点坐标的精度估计作了详细的论述。

第一章从单模型的微分公式出发，求出了外部定向模型点的坐标误差公式，在分析这些公式的基础上，拟定了平面高程控制点位置的最佳图形及其点坐标严密平差的算法。第二章讲述了航线网和区域网空中三角测量点坐标的平差和精度估计。第三章和第四章叙述像片外方位元素连同摄影测量量测值平差的方法，确定了每种方法的适用范围，推导出飞行中测定像片外方位元素的检查公式和精度估计公式。第五章探讨了航线网和区域网空中三角测量平差时利用像片外方位元素的各种方法。第六章研究了航线网因在其外部定向过程中利用外方位角元素和外方位线元素的各种组合而稀疏起始控制点的可能性。

本书可供摄影测量专业的大、专院校师生、摄影测量作业人员、测绘、地质和地球物理等科研人员参考。

В. И. Павлов

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ФОТОГРАММЕТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Издательство «Недра»

Ленинград, 1976

摄影测量量测值的数学处理

〔苏〕В.И.巴甫洛夫 著

朱新美 译

钱曾波 校

测绘出版社出版 山西新华印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

开本 787×1092 1/32 印张 11 $\frac{1}{8}$ 字数 250 千字

1981年1月 第一版 1981年1月 第一次印刷

印数 1—3,700册 定价1.15元

统一书号：15039·新148

目 录

序.....	(1)
概 论.....	(3)
第 I 章 单模型点量测坐标的平差.....	(5)
§ I .1. 单模型的基本误差方程	(5)
§ I .2. 根据量测视差测定像片相对方位 元素的精度	(11)
§ I .3. 像片方位元素误差的主要来源	(18)
§ I .4. 外部定向的模型点坐标的误差方程	(31)
§ I .5. 外部定向的模型点平面坐标的 测定精度估计	(39)
§ I .6. 外部定向的模型点高程的测定 精度估计	(56)
§ I .7. 单模型点的高程依最小二乘法平差	(64)
§ I .8. 测定模型点坐标时考虑地球表面曲率 ..	(68)
第 II 章 航线网点量测坐标的平差.....	(74)
§ II .1. 导致航线网变形的误差基本来源	(74)
§ II .2. 航线网点的坐标误差方程	(76)
§ II .3. 航线网点的坐标按条件观测法平差	(83)
§ II .4. 内插法平差航线网点的坐标	(101)
§ II .5. 一次、二次、三次曲面方程的 使用范围	(103)
§ II .6. 关于内插法平差高程摄影测量网时 多余控制点的利用	(116)
§ II .7. 按条件观测法平差区域空中三角	

测量点的坐标	(120)
第Ⅱ章 高差仪记录和航线网量测值平差	(129)
§Ⅱ.1. 按高差仪记录测定摄影站相对 高程的精度	(129)
§Ⅱ.2. 航线网摄影站相对高程 h^0 和 Bz^0 利用条件 观测法(方法Ⅰ)平差	(132)
§Ⅱ.3. 航线网摄影站的相对高程 h^0 和 Bz^0 利用 简化法(方法Ⅱ)平差	(145)
§Ⅱ.4. 航线网摄影站相对高程 h^0 和 Bz^0 利用 一次多项式的经验函数的局部消去法 (方法Ⅲ)平差	(148)
§Ⅱ.5. 航线网摄影站相对高程 h^0 和 Bz^0 利用 二次多项式的经验函数的局部消去法 (方法Ⅳ)平差	(155)
§Ⅱ.6. 航线网摄影站相对高程 h^0 和 Bz^0 利用 富利埃级数展开的经验函数的整体消 去法(方法Ⅴ)平差	(167)
§Ⅱ.7. 航线网摄影站相对高程 h^0 和 Bz^0 利用 二次多项式的经验函数的整体消去法 (方法Ⅵ)平差	(176)
§Ⅱ.8. 高差仪记录的检核和精度估计	(180)
§Ⅱ.9. 航线网摄影站相对高程 h^0 和 Bz^0 的平差方法Ⅰ—Ⅵ的使用范围	(189)
第Ⅳ章 像片倾斜角和航高与航线网量测值平差	(214)
§Ⅳ.1. 根据空中量测的数据和摄影测量量测 的数据测定倾斜角和航高的精度	(214)
§Ⅳ.2. 利用条件观测法平差航空像片外方位	

角元素和相对方位角元素(方法 I)	(222)
§ IV .3. 利用简化法平差像片外方位角元素和 相对方位角元素 (方法 I)	(235)
§ IV .4. 利用一次多项式经验函数的局部消去 法平差像片外方位角元素和相对方位 角元素 (方法 II)	(240)
§ IV .5. 根据空中量测的数据和摄影测量量测 值确定航高的平差	(252)
§ IV .6. 检查并估计航线像片倾斜角及航高的 测定精度	(254)
§ IV .7. 关于高程 h^0 , 角 α^0 和 ω^0 连同航线网 量测值按条件观测法同时平差	(259)
§ IV .8. 高差仪和无线电测高仪记录与航线网 量测值同时平差	(272)
§ IV .9. 航线网像片倾斜角平差方法 I — II 的使用范围	(278)
§ IV .10. 航线网航空像片航高的平差方法 I — III 的使用范围	(296)
第 V 章 利用像片外方位元素平差摄影测量网	(297)
§ V .1. 关于空中三角测量中像片外方位 元素的利用	(297)
§ V .2. 航线网利用辅助数据按条件观测法 平差	(298)
§ V .3. 高程摄影测量网利用辅助数据平差 的图解解析法	(300)
§ V .4. 航线网利用辅助数据外部定向的 解析方法	(302)

§ V .5. 区域空中三角测量点的坐标利用像片

外方位元素按条件观测法平差……………(310)

第 VI 章 航线网外部定向过程利用辅助数据时

高程控制的稀疏……………(312)

§ VI .1. 计算高程控制稀疏系数的起始状态 …… (312)

§ VI .2. 摄影站相对高程 h 的利用 …… (312)

§ VI .3. 像片倾斜角 α 和 ω 的利用 ……(319)

§ VI .4. 像片方位元素 h 和 ω 的利用 ……(324)

§ VI .5. 像片方位元素 h 和 H 的利用……………(327)

§ VI .6. 像片方位元素 α 和 H 的利用 ……(331)

§ VI .7. 像片方位元素 h 、 H 和 ω 的利用 ……(334)

§ VI .8. 像片方位元素 α 、 H 和 ω 的利用……………(336)

§ VI .9. 实验分析 …… (338)

参考文献……………(344)

序

这本书是在苏联地质部航测法实验室写成的，它概括了作者十多年来在拟定地形测图、线路（输电高压线、输送管线的干线、铁路和公路）的地形勘查以及重力测量时使用航空摄影资料测定地面点坐标的方法方面之研究成果。

这项研究是根据生产的需要提出的，而本书则是在设计院（热电设计院、能网设计院、国立特种燃料设计院、列宁格勒国立运输设计院）和研究所（全苏地质科研所、全苏地球物理勘探科研所）共同协作下写成的，这种紧密的联系使得有可能用丰富的资料来检验所拟定的在稀疏起始控制情况下摄影测量量测结果的数字处理方法，并在各研究所的工作实践中利用这些方法。

作者在书中所叙述的主要研究，过去曾在各种期刊和航测法实验室专集中的大量论文中发表过，但在著书过程中，成功地得到了一系列有关单模型和航线网平差及精度估计的新的关系式和结论，并更严密地完成了像片外方位元素各种平差方法的对比分析，所提出之方法的效果也由实验分析所证实。

第一章引证了单模型内的基本误差方程，分析了各种误差来源对像片相对方位元素的影响，导出了外部定向模型的误差方程，并提出了模型点量测坐标依最小二乘法平差的算法。第二章讲述了航线网和区域网的平差及精度估计；求出了自由航线网及按控制点外部定向的航线网之变形公式；在此基础上，写出了一些关系式，作为航线网按条件观测法平差和内插法平差时的起始关系式；估计了平差后的摄影测量

网的精度。这些主要的关系式和结论在以后各章中是组成改正数方程、确定采用某种像片外方位元素平差方法的范围以及由于在空中三角测量中利用这些元素的平差值作为辅助数据而有可能稀疏控制点之根据。

第三章至第五章讲述像片外方位元素和相对方位元素的平差理论及利用像片外方位元素平差航线网点的坐标的理论；论述了依据机载仪器的记录测定像片外方位元素的精度以及依据航线段内控制点之间的距离和高程摄影测量网内插平差所用的函数形式来确定采用各种平差方法的范围；还叙述了飞行中得到的像片外方位元素的检核及精度估计的方法。

第六章探讨了因引用像片外方位元素的各种不同组合而稀疏高程控制点的可能性；引述了高程摄影测量网利用摄影站相对高程的概略平差值或利用像片航向倾斜角的概略平差值进行平差的实验工作结果。

作者认为有责任感谢 В.Г. 日丹诺维奇 教授、A. H. 洛巴诺夫教授、M. Д. 康新教授、P. H. 奥夫夏尼柯夫副教授，他们在有计划的专题研究讨论中提出了宝贵的意见；也要感谢本书评阅者B. Я. 芬柯夫斯基教授和技术科学副博士A. П. 特鲁宁，他们对改进本书的内容提出了建议和希望；作者向积极参与修饰原稿的航测法实验室航空摄影测量组的同事们表示深深的谢意。

概 论

用立体摄影测量方法测制地形图和实施工程勘查时，单位面积上花费最大资力的是航线的单张像片控制点的野外测量工作。因此，拟定可以减少控制点数量而又不降低成果精度的方法便成为一项十分实际的重要任务。寻求这类方法的研究方向主要有三个：提高航空像片的质量和制作处理航空像片的高精度摄影测量仪器；改进建立和平差摄影测量网的方法；制作空中记录像片外方位元素的仪器和改进空中三角测量中利用这些元素的方法。

具有独立意义和特别有希望的是第三种方向。实际上，无论用哪一种方法建立自由航线网，求加密点坐标的精度首先取决于推求像片外方位元素的精度。但是，不可避免的摄影测量量测误差都会导致这些量的测定精度随着网的长度的增加而降低。如果有可能根据空中量测的数据以足够高的精度求出像片外方位元素，那么就没有必要建网，地面各点的坐标可由空间前方交会确定。此时，大地测量工作将是连测测站点与极少量的检核点。

暂时还没有解决的重大技术困难，妨碍着这一方案的充分实现。但是，为了减少大地测量的工作量，完全不必无例外地具备全部像片外方位元素，空中充分确定这些量中的某几个量，以便在空中三角测量中使用，目前就已获得现实的经济效果。可以预料，采用这样一些辅助数据的不同组合，如高差仪量测的摄影站相对高程 h^0 ，用水平摄影仪或太阳宽角摄影仪求得的像片航向倾斜角 α^0 和旁向倾斜角 ω^0 ，根据测高仪记录求出的航高 H^0 ，将会得到减少高程控制的特

别显著的效果。这些数值有可能减少方位元素误差的影响，而摄影测量网的扭曲在很大程度上正是取决于那些方位元素的精度。

在飞行中记录摄影站相对高程和像片倾斜角的机载仪器已存在 30 多年，但是用这些仪器取得的方位元素还完全没有广泛的实际采用，这种状况的主要原因在于：

1. 像片外方位元素空中记录精度不一致。其根据仪器记录的测定精度主要取决于摄影条件，如：根据高差仪数据测定摄影站高差的精度和根据水平摄影仪得到的水平线摄影测定像片倾斜角的精度，取决于大气条件和摄影高度；同样，根据太阳宽角摄影仪得到的太阳摄影测定像片倾斜角的精度取决于太阳的高度和航线对光线的方位。

2. 空中三角测量中利用像片外方位元素的方法不完善。方法是由 O·格鲁别尔最先提出的，并在建立摄影测量网时直接利用了空中量测的摄影站高差和像片倾斜角。因为空中量测像片倾斜角的精度是不知道的，所以在建网过程中使用这些元素，同通常的建网和外部定向所达到的精度比较，就可能降低点的相对位置的精度，单模型范围内如此，航线网范围内也如此。

考虑到这些原因，第六届和第七届国际摄影测量会议在自己的决议中建议继续研究空中三角测量中利用像片外方位元素的问题。必须寻找出解决下列任务的方法：

1. 检核和估计像片外方位元素的测定精度。
2. 测定像片外方位元素的最或然值。
3. 空中三角测量中像片外方位元素的利用。

本书就是讲述这些任务的解决办法。

第 I 章 单模型点量测坐标的平差

§ I.1. 单模型的基本误差方程

属于单模型基本误差方程的有以下误差之间的关系方程：1)模型定向点上的上下视差误差与航空像片的相对方位元素误差；2)模型点坐标误差与相对方位元素误差；3)模型点坐标误差与外方位元素误差。模型的上述误差之间的严密函数关系一般说来是十分复杂的，但是对于平地 and 丘陵地的近似垂直摄影航空像片来说，这些关系显著地简化了，以致可以用它们来分析所得成果的精度。下面我们来介绍考虑到的这些限制的误差方程〔95,110〕。

决定模型点上下视差误差 dq 与连接片（右片）相对方位元素误差 $db_y, d\Delta\kappa, db_z, d\Delta\alpha, d\Delta\omega$ 之间的关系

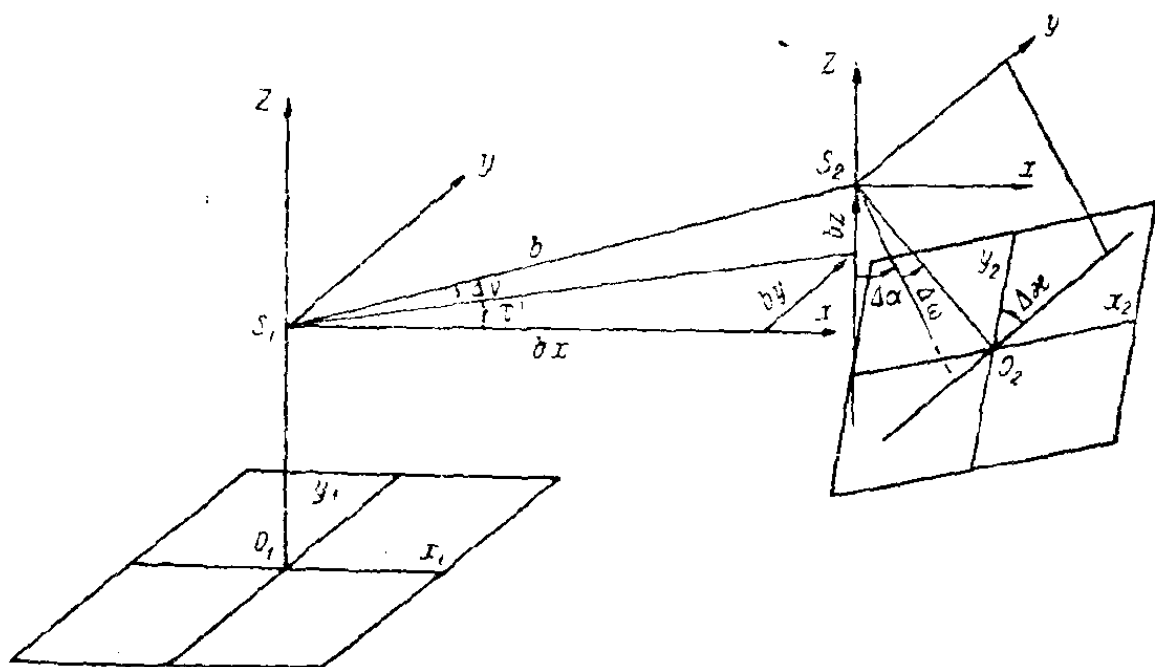


图 I.1 构成模型的两张像片的方位元素及坐标系

程，用（图 I .1）的坐标系表示，有如下形式

$$dq = y_2 - y_1 = dby + (x - b)d\Delta\kappa + \frac{y}{\bar{Z}}dbz + \frac{(x - b)y}{\bar{Z}}d\Delta\alpha + \left(1 + \frac{y^2}{\bar{Z}^2}\right)d\Delta\omega, \quad (\text{I} .1)$$

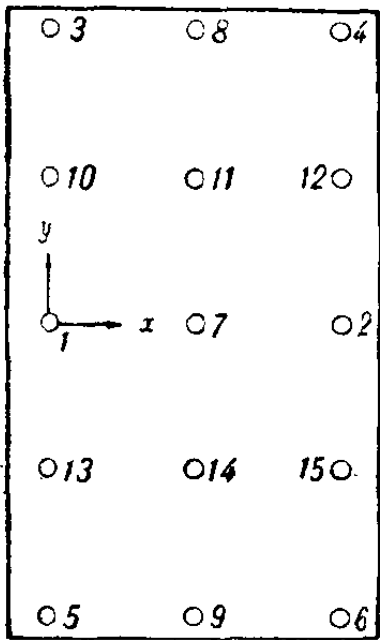


图 I .2 模型定向点位置示意图

式中 x, y 是模型点坐标； $\bar{Z}$ 是以模型比例尺表示的航高； b 是模型基线。

连接片的方位元素 $by, \Delta\kappa, bz, \Delta\alpha, \Delta\omega$ 的推求误差是模型定向点上下视差 q 的测定误差的函数，如果定向点按标准图形布设（图 I .2），则这些误差之间的关系方程是比较简单的。

当在五个定向点（1-5 点）上量测上下视差 q 时

$$\left. \begin{aligned} dby &= -q_2 + \frac{\bar{Z}^2}{2a^2}(-2q_1 + q_3 + q_5); \\ d\Delta\kappa &= \frac{1}{b}(q_1 - q_2); \\ dbz = bd\Delta\nu &= -\frac{\bar{Z}}{2a}(2q_1 - 2q_2 - q_3 + q_4 - q_5); \end{aligned} \right\} (\text{I} .2)$$

$$d\Delta\alpha = \frac{\bar{Z}}{ab}(-q_1 + q_2 + q_3 - q_4);$$

$$d\Delta\omega = \frac{\bar{Z}}{2a^2}(q_1 - q_3 - q_5),$$

式中 a 是定向点纵坐标。

当在六个定向点 (1—6点) 上量测上下视差 q 时

$$\left. \begin{aligned} dby &= \frac{1}{12a^2}[-q_1(6\bar{Z}^2 + 4a^2) - \\ &\quad - q_2(6\bar{Z}^2 + 8a^2) + (q_3 + q_5)(3\bar{Z}^2 + \\ &\quad + 2a^2) + (q_4 + q_6)(3\bar{Z}^2 - 2a^2)]; \\ d\Delta\kappa &= \frac{1}{3b}(q_1 - q_2 + q_3 - q_4 + q_5 - q_6); \\ dbz &= bd\Delta\nu = -\frac{\bar{Z}}{2a}(q_4 - q_6); \\ d\Delta\alpha &= \frac{\bar{Z}}{2ab}(q_3 - q_4 - q_5 + q_6); \\ d\Delta\omega &= -\frac{\bar{Z}}{4a^2}(-2q_1 - 2q_2 + q_3 + q_4 + q_5 + \\ &\quad + q_6). \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.3})$$

定向点上剩余视差的平方和

$$[v_q v_q] = \frac{1}{12}(-2q_1 + 2q_2 + q_3 - q_4 + q_5 - q_6),$$

而视差的量测中误差

$$\mu_q = \sqrt{[v_q v_q]}.$$

当量测九个定向点 (1—9点) 的上下视差 q 时

$$\left. \begin{aligned}
 dby &= \frac{1}{6a^2} [-q_1(2\bar{Z}^2 + a^2) - q_2(2\bar{Z}^2 + 3a^2) + \\
 &\quad + (q_3 + q_5 - 2q_7)(\bar{Z}^2 + a^2) + (q_4 + q_6) \\
 &\quad (\bar{Z}^2 - a^2) + (q_8 + q_9)\bar{Z}^2]; \\
 d\Delta_K &= \frac{1}{3b}(q_1 - q_2 + q_3 - q_4 + q_5 - q_6); \\
 dbz = bd\Delta_V &= -\frac{\bar{Z}}{12a}(-q_3 + 5q_4 + q_5 - 5q_6 + \\
 &\quad + 2q_8 - 2q_9); \\
 d\Delta_a &= \frac{\bar{Z}}{2ab}(q_3 - q_4 - q_5 + q_6); \\
 d\Delta_\omega &= -\frac{\bar{Z}}{6a^2}(-2q_1 - 2q_2 + q_3 + q_4 + q_5 + \\
 &\quad + q_6 - 2q_7 + q_8 + q_9).
 \end{aligned} \right\} \text{(I.4)}$$

定向点上剩余视差的平方和

$$\begin{aligned}
 [v_q v_q] &= \frac{1}{12}(-2q_1 + 2q_2 + q_3 - q_4 + q_5 - q_6)^2 + \\
 &\quad + \frac{1}{6}[(q_1 + q_2 - 2q_7)^2 + (q_3 + q_4 - 2q_8)^2 + \\
 &\quad + (q_5 + q_6 - 2q_9)^2].
 \end{aligned}$$

误差 μ_q 的中误差 m_{μ_q}

$$m_{\mu_q} = \frac{0.71\mu_q}{\sqrt{n-u}} = \frac{0.71\sqrt{[v_q v_q]}}{\sqrt{n-u}},$$

式中 $n-u$ 是多余数据的数目。

六个定向点时

$$m_{\mu_q} = 0.7\mu_q,$$

而九个定向点时

$$m_{\mu_q} = 0.35\mu_q.$$

显然，利用四个多余观测同用一个多余观测作比较，测定误差 μ_q 的可靠程度可提高一倍。

航空像片相对方位元素误差会导致模型点的坐标产生误差，其方程为

$$\left. \begin{aligned} dx &= -\frac{xy}{b}d\Delta\kappa + \frac{x(x-b)}{b\bar{Z}}dbz + \\ &+ \frac{x[(x-b)^2 + \bar{Z}^2]}{b\bar{Z}}d\Delta\alpha + \\ &+ \frac{x(x-b)y}{b\bar{Z}}d\Delta\omega; \\ dy &= \frac{1}{2}dbz + \left(\frac{x-b}{2} - \frac{y^2}{b}\right)d\Delta\kappa + \\ &+ \left(\frac{x}{b} - \frac{1}{2}\right)\frac{y}{\bar{Z}}dbz + \\ &+ \left[\frac{(x-b)^2 + \bar{Z}^2}{b} + \frac{x-b}{b}\right]\frac{y}{\bar{Z}}d\Delta\alpha + \\ &+ \left[\frac{y^2 + \bar{Z}^2}{2} + \frac{(x-b)y^2}{b}\right]\frac{d\Delta\omega}{\bar{Z}}; \\ dz &= \frac{\bar{Z}y}{b}d\Delta\kappa + \left(1 - \frac{x}{b}\right)dbz - \frac{\bar{Z}^2 + (x-b)^2}{b}d\Delta\alpha - \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

$$-\frac{(x-b)y}{b}d\Delta\omega. \quad (I.6)$$

最后，写出模型点的坐标误差及其外方位元素误差之间的关系方程。当模型外方位角元素很小时，模型点的坐标真误差由下式决定

$$\left. \begin{aligned} dx &= dx_0 + x d\lambda - y d\theta; \\ dy &= dy_0 + y d\lambda + x d\theta; \end{aligned} \right\} \quad (I.7)$$

$$dz = dz_0 + x d\eta + y d\xi, \quad (I.8)$$

式中 $dx_0, dy_0, dz_0, d\eta, d\xi, d\theta, d\lambda$ 是模型的七个未知外方位元素的误差（图 I.3）。

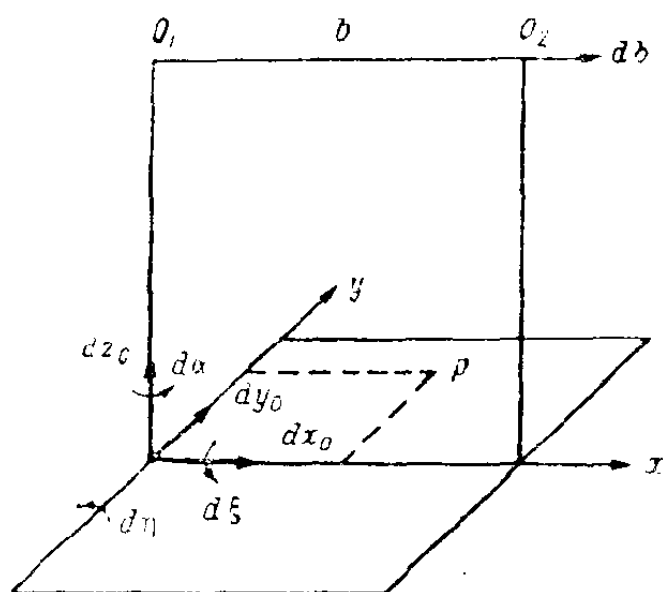


图 I.3 外方位元素的误差

方程 (I.1) — (I.8) 是研究像片相对方位元素误差和模型点坐标误差变化规律的起始方程，也是估计求外方位元素和点的坐标预期精度的起始方程。