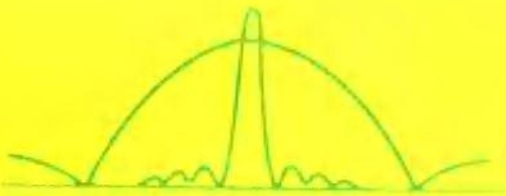
光学解题指导

[苏]A. H. 马特维耶夫等编

王成彦 译 钟锡华 校



北京大学出版社

光学解题指导

〔苏〕A.H.马特维耶夫等 编

王成彦 译 钟锡华 校

北京大学出版社

内 容 简 介

本书是苏联大学普通物理光学部分解题参考书。各章都列出了必须了解的理论知识的问题；介绍了题目的基本类型与解法；还有检查题和供学生自己解答的问题并给出了答案。本书有助于学生学会独立解题并加深对理论概念的理解。

光学解题指导

〔苏〕A.H.马特维耶夫等 编

王成彦 译 钟锡华 校

责任编辑：瞿 定

*

北京大学出版社出版

（北京大学校内）

北京大学印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

850×1168毫米 32开本 8.75印张 210千字

1991年3月第一版 1991年3月第一次印刷

印数：0001—5,000册

ISBN 7-301-01382-5/O·228

定价：4.90元

序　言

现在大学里的普通物理教学是这样进行的：通过讲课传授理论知识；通过习题课训练学生的解题能力；通过实验课培养学生的实验技巧和分析实验结果的能力。

这几种不同形式的普通物理课，都要求学生在课外用相当多的时间进行自习。一个小时的课，要有一个小时或更多时间的自习。配合课堂上的讲授和实验室的工作，一般都能找到参考书。这些参考书对提高学生自习的效率有很大的帮助。但到目前为止，有助于学生学会独立解题的参考书尚不多见。由于时间的限制，要在习题课上讲解所有主要类型的题目及其解法是不可能的。大家知道，教学大纲要求、但课堂上来不及讲授的内容，通常都写在参考书里。仿照这种作法，我们也将要求学生会做、但在习题课上来不及讨论的题目，写进了这本参考书。

在编写这本参考书时，我们考虑到使它便于自学。我们将课程的全部内容分成若干章来讲解，对各章的习题都用统一的格式进行分析，而且每一章都自成系统，可以单独学习。每一章都分作5节，读者最好依照顺序逐节进行学习。

第1节是“理论知识”．罗列了着手解本章的题目之前必须了解的理论知识的标题。

第2节是“有关理论知识的问题”．写了许多问题，学生可以通过这些问题，自测掌握理论的程度。

第3节是“题目的基本类型与解法”．我们将题目分成不同类型，主要是从这样一种教学法的考虑出发的，即只有将题目进行分类，才有可能将它们按解题方法的不同排列起来．在学习这一节时，我们建议先将《题目类型及解法》看一遍，并仔细地加

以思考，直到对每一道题目都获得这样一个明确的概念：所给的条件既是充分的，又是必要的，换句话说，题目既不是不充分确定的，也不是过分确定的．然后就可以着手研究《例题》．我们建议按下列顺序来做：1）读题目的条件，确认题目属于所研究的类型；2）返回到讲解该类型题目的一节，读一遍关于解题方法的一般叙述，并试着用所述方法独立解题；3）将自己的解与书中的解加以比较，检查自己的解是否正确．如果未能将题目独立地解出（尽管解题方法是明确的），则应将书中的解仔细地加以研究．

第 4 节是“检查题”．如果回答其中某些问题感到困难，就必须回到相应的部分，将有关材料重新加以学习．

第 5 节是“供学生自己解答的问题”．如果前面几节的内容均已掌握，解这些题目不应感到困难．为便于检查解得是否正确，我们给出了答案．

在编写这本参考书时，作者尽量采用最典型最有代表性的题目．因此，除编写了一些新题之外，还从已有的教科书、习题集及其它资料中，选用了一些题目．

本书的内容反映了新近对普通物理教学大纲光学部分所做的修改．因此，除传统的题目与解法之外，还叙述了与傅里叶变换有关的题目与解法，更多地考虑了辐射的非单色性，对辐射的部分相干性也给予了应有的重视．由于这一切，应该说傅里叶光学是讲得相当详尽的．衍射问题是通过基尔霍夫积分来处理的，干涉问题则是通过一阶相关函数来研究的．许多情况下，考虑的不是单色波，而是调制波、光脉冲或具有随机相位分布的光辐射．此外，对于运动媒质光学以及与辐射的量子性质有关的问题，也给予了应有的注意．

目　录

第一章　电磁波　非单色辐射

§1　理论知识

真空中与媒质中电磁波场强的麦克斯韦方程。

平面波、球面波和柱面波。

波速。

在真空、电介质和导体中传播的平面波，其二场强矢量的振幅间与相位间的关系。

波矢量。

平面波的电磁能量密度，坡印廷矢量。

在两种电介质界面上和在电介质一导体界面上电磁波反射的边界条件。

线性谐振子的辐射场、偏振、能流和辐射功率。

通有电流的环状天线的辐射场及其特性。

振子集合的辐射。

辐射的相干性。

自然光的特性。

辐射时间。

谱线的自然宽度。

线形。

辐射谱线均匀展宽和非均匀展宽的机制。

多普勒展宽。

碰撞展宽。

波的强度涨落和相位涨落。

相干时间。

相干长度。

一阶相关函数。

以量子的观点理解相干性。

调制波及其傅里叶分析。

短暂的光脉冲。

§2 有关理论知识的问题

2.1 从麦克斯韦方程导出电磁波传播速度的表达式。

2.2 什么物理因素使电磁波在媒质中的速度比在真空中的速度小？

2.3 在怎样的条件下，可将球面波或柱面波视作平面波？

2.4 如果将平面波两矢量中的一个（譬如 E）的方向反向，会发生什么现象？

2.5 在电磁波中能量密度同能流的关系是什么？

2.6 当平面电磁波在电介质和在导体中传播时，波的二场强矢量的相位关系是怎样的？

2.7 当电磁波在导电媒质中传播时发生吸收，其物理原因是什么？

2.8 电磁波在两种电介质界面上和在电介质-导体界面上发生反射的机制是怎样的？

2.9 现有一线性振子和一通有电流的环状天线，试问两者的辐射场之间有什么关系？

2.10 振子的辐射功率是如何依赖于频率的？

2.11 振子系统辐射的特点是什么？在怎样的条件下这些特点得以显现？

2.12 试定性叙述获得定向辐射的方法。

2.13 辐射的相干性是什么？

2.14 试叙述声学中和光学中获得相干波的方法。

2.15　按经典理论，辐射时间与谱线的自然宽度是怎样相联系的？如何求线形？这样的线形一般称做什么线形？为什么洛伦兹线形对应于均匀展宽机制？

2.16　什么是辐射谱线的多普勒展宽和碰撞展宽？谱线的自然宽度、多普勒宽度和碰撞宽度三者数量级之间的关系如何？为什么多普勒展宽属于谱线非均匀展宽的范畴？

2.17　你能将洛伦兹线形和高斯线形的特点加以比较吗？

2.18　什么是能级宽度？能级宽度如何与激发态寿命相联系？如何从这个联系中获得辐射的谱线宽度？在量子条件下，辐射的线形是由什么决定的？

2.19　什么是相干时间？相干时间与光束的谱宽有什么关系？

2.20　相干长度与相干时间有什么关系？

2.21　对于大多数实用光束而言，相干长度是远大于还是远小于光束中的波长？请考虑相干长度与光束特征之间的联系，并在此甚础上做出回答。

2.22　什么是一阶相关函数？一阶相关函数对于观察点之间的空间距离和时间间隔的依赖关系是怎样的？

2.23　若把光束当作量子的集合来看待，相干性的含义是什么？

§3　题目的基本类型与解法

a）题目类型及解法

3.1（第一种类型）　在给定电荷运动和给定电流的条件下，求辐射的电磁波。

解法　解给定电荷运动和电流条件下的麦克斯韦方程。在电动力学课程中会经常遇到这种类型的题目。在普通物理学课程中仅仅会遇到这种类型的个别题目。

3.2（第二种类型） 已知平面波的场强，求能流，或反过来，已知能流，求场强。描述由波的场强或能流密度决定的现象，例如，光压、光诱导的感应电动势等等。

解法 场强同能流的联系由坡印廷矢量给出。为了描述由电磁场强度或电磁能流密度决定的现象，则要利用相应的公式，但是一定要注意到场强的迅速交变性。

3.3（第三种类型） 已知分谱线的形状求总谱线的形状以及求谱线展宽。

解法 利用傅里叶分析的公式

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}F_1(\xi)F_2(\omega+\omega_0-\xi)\,d\xi,$$

式中 ω_0 是分谱线的公共的中心频率，并考虑影响辐射频率分散的因素。

3.4（第四种类型） 由波的调制特性确定辐射谱的成分。

解法 利用傅里叶变换。

3.5（第五种类型） 计算一阶相关函数的题目。

解法 根据定义写出一阶相关函数，考虑题目给出的辐射的统计性质，计算一阶相关函数的值。

b）例　题

第一种类型（3.1）

3.1.1 研究线性振子和通有电流的环状天线的辐射。

解 见教科书。

第二种类型（3.2）

3.2.1 空气在电场强度 $E\approx30\mathrm{kV}/cm$ 时开始电离。设平面电磁波的频率足够低，问波的能流密度达到什么值时，空气开始电离？

解 在电磁波的频率不很高的情况下，可以认为电离过程所经历的时间比波的振动周期短得多，因此可以认为电离的条件是

波的振幅与导至电离的电场强度相等．为得到通过能流密度表示的答案，必须利用坡印廷公式：

$$\langle P\rangle=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}E_0^2\approx1.2\times10^{10}\mathrm{W/m^2}=1.2\times10^3\mathrm{kW/cm^2},$$

这里已考虑到电磁波场强矢量按简谐规律变化，而正弦函数（或余弦函数）平方的平均值等于 1/2。

3.2.2 角频率 $\omega=10^6/\mathrm{s}$ 的平面偏振电磁波沿导体制成的环状天线的边缘入射，而且波的矢量 $\boldsymbol{B}$ 与天线平面垂直．天线的线度比波长小，天线面积 $S=100\mathrm{cm^2}$．波的平均能流密度 $\langle P\rangle=1\mathrm{W/m^2}$．求回路中感应电动势的最大值．

解 根据法拉第电磁感应定律，我们有

$$\varepsilon_{感应}=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t},$$

其中 $\Phi=SB=S\mu_0H,H=H_0\cos\omega t,E=E_0\cos\omega t$。

所以

$$\varepsilon_{感应\max}=S\mu_0\omega H_0=\sqrt{2\langle P\rangle\mu_0}\,(\varepsilon_0/\mu_0)^{1/4}\,S\omega\approx9\times10^{-3}\mathrm{V},$$

这里已考虑了平面波中电矢量与磁矢量的关系以及电、磁矢量与能流密度的关系。

3.2.3 设激光辐射的能流密度是 $1\mathrm{W/cm^2}$，试问辐射波的电场强度矢量的振幅有多大？

解 将电场强度的振幅 E_0 通过能流密度 $\langle P\rangle$ 表示，我们得到

$$E_0=(\mu_0/\varepsilon_0)^{1/4}\sqrt{2\langle P\rangle}=2700\mathrm{V/m}.$$

第三种类型（3.3）

3.3.1 设来自某些光源的两条谱线均为洛伦兹形，展宽分别为 γ_1 和 γ_2。求合谱线的线形及其展宽．

解 我们有

$$F_1(\omega)=\frac{\gamma_1}{2\pi}\frac{1}{(\omega_0-\omega)^2+(\gamma_1/2)^2},$$

$$F_2(\omega)=\frac{\gamma_1}{2\pi}\frac{1}{(\omega_0-\omega)^2+(\gamma_2/2)^2}.$$

据此我们得到

$$F_{1+2}(\omega)=\frac{\gamma_1\gamma_2}{(2\pi)^2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\mathrm{d}\xi}{[(\omega_0-\xi)^2+(\gamma_1/2)^2][(\omega-\xi)^2+(\gamma_2/2)^2]}$$

$$=\frac{\gamma_1+\gamma_2}{2\pi}\,\frac{1}{(\omega_0-\omega)^2+[(\gamma_1+\gamma_2)/2]^2},$$

即合谱线同样是洛伦兹谱线，展宽为 $\gamma_{12}=\gamma_1+\gamma_2$，即合谱线的展宽等于分谱线展宽之和.

3.3.2 估算氢原子光谱中的巴尔末谱线（$\lambda=6563$ Å）在温度为500 K时的多普勒展宽.

解 根据多普勒效应，有

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda}=\frac{v}{c},$$

另外，有

$$\frac{mv^2}{2}=\frac{3}{2}kT,$$

式中 m 为氢原子质量，k 为玻耳兹曼常数，所以

$$\delta\lambda=(3kT/m)^{1/2}\lambda/c=0.067\text{Å}.$$

第四种类型（3.4）

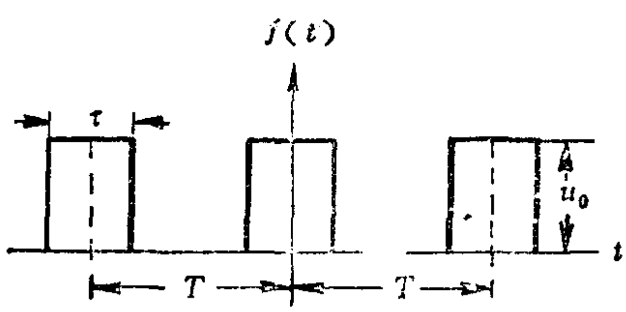


图 1

3.4.1 由矩形脉冲组成的周期性脉冲系列，如图1所示。矩形脉冲的振幅为 U_0，持续时间为 τ，以周期 T 重复，求该脉冲系列的谱.

解 由于 $f(t)$ 是偶函数，所以

$$f(t)=\frac{A_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}A_n\cos n\omega_1 t,$$

式中 $A_0=\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2}f(t)\,\mathrm{d}\,t=\frac{2}{T}\int_{-\tau/2}^{\tau/2}U_0\mathrm{d}\,t=\frac{2\tau U_0}{T}=\frac{1}{\pi}\tau U_0\omega_1$,

$$\omega_1=\frac{2\pi}{T},$$

$$A_n=\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2}f(t)\cos n\omega_1 t\mathrm{d}t=2\frac{U_0}{T}\left[\frac{\sin n\omega_1 t}{n\omega_1 t}\right]_{-\tau/2}^{+\tau/2}$$

$$=\frac{\tau\omega_1 U_0}{\pi}\,\frac{\sin(n\omega_1\tau/2)}{(n\omega_1\tau/2)}.$$

3.4.2 一个单独的矩形脉冲，持续时间为τ，振幅为U_0，求该脉冲的谱。

解 在此情况下，我们利用傅里叶积分

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\mathrm{d}\omega,$$

于是谱密度等于

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\mathrm{d}t=U_0\int_{-\tau/2}^{\tau/2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\mathrm{d}\,t=U_0\tau\frac{\sin(\omega\tau/2)}{(\omega\tau/2)}.$$

3.4.3 假设辐射时间 $\tau=10^{-8}$s，辐射波长 $\lambda=0.6\mu$m(6000 Å)，试估算辐射谱线的自然宽度。

解 在波列的频率宽度 $\delta\nu$ 和波列的持续时间 τ 之间有 $\delta\nu\cdot\tau\approx1$ 的关系。由关系式 $\lambda\nu=c$，我们得到 $\delta\lambda=-\lambda^2/\tau c$。对于 $\lambda=6000$ Å，我们可求得 $\delta\lambda=0.00115$ Å。

第五种类型（3.5）

3.5.1 平面单色光波沿 z 轴正方向传播。设

$$E(z,t)=E_0\exp\mathrm{i}(kz-\omega_0 t+\varphi),$$

求该平面波的一阶相关函数。

解 根据一阶相关函数的定义，我们有

$$K_1=\langle E^*(z_1,t_1)E(z_2,t_2)\rangle=\langle E_0^2\exp\mathrm{i}\omega_0\tau\rangle,$$

式中

$$\tau=t_1-t_2-(z_1-z_2)/c.$$

因为在所研究的情况中，光束没有任何的统计不确定性，取

平均不改变被平均的量。于是我们得到一阶相关函数

$$K_1 = 2\langle P\rangle \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}\exp i\,\omega_0\tau, \qquad (1)$$

这里已考虑了电磁波能流密度的平均值$\langle P\rangle$和电矢量的振幅E_0之间的关系：

$$\langle P\rangle = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}E_0^2.$$

3.5.2 设混沌光辐射由沿 z 轴正方向传播的一组平面波组成，辐射具有洛伦兹线形，求该辐射的一阶相关函数。

解 为简化计算，我们认为辐射存在于空腔内，空腔的长度远大于相干长度。空腔的边界可以认为是透明的，于是可将空腔内的某点 z 在时刻 t 的电场写成辐射正则模之和的形式

$$E(z,t) = \sum_k E_k \exp i(kz - \omega_k t),$$

这里 $\omega_k = ck$，振幅 E_k 是一个复量，振幅的绝对值和相位都是统计地确定的量。

按照一阶相关函数的定义

$$K_1 = \langle E^*(z_1,t_1)E(z_2,t_2)\rangle$$
$$= \sum_{k,\,k'}\langle E_k^* E_{k'}\rangle \exp i(-kz_1 + \omega_k t_1 + k'z_2 - \omega_{k'} t_2).$$

由于在 $k \neq k'$ 的情况下，振幅 E_k 和 $E_{k'}$ 是两个平均值等于零的独立随机量，我们有

$$\langle E_k^* E_{k'}\rangle = \langle |E_k|^2\rangle \delta_{kk'}. \qquad (1)$$

所以一阶相关函数的表达式取如下形式

$$K_1 = \sum_k \langle |E_k|^2\rangle \exp i\,\omega_k\tau, \qquad (2)$$

这里
$$\tau = t_1 - t_2 - (z_1 - z_2)/c.$$

因为按题目所给的条件，辐射具有洛伦兹线形，所以有关系式

$$\langle |E_k|^2\rangle = A\frac{\gamma}{(\omega_0-\omega_k)^2+\gamma^2},$$

这里γ为谱线的洛伦兹宽度；A为一常数，由平均能流值决定。我们有

$$\begin{aligned}\langle P\rangle &= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\langle |E(z,t)|^2\rangle \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\sum_{k,k'}\langle E_k^* E_{k'}\rangle \exp\mathrm{i}[-(k-k')z+(\omega_k-\omega_{k'})t] \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\sum_k\langle |E_k|^2\rangle,\end{aligned}$$

在这里我们已考虑了(2)式。在空腔长度L很大的条件下，可以按通常的做法，将对k的求和转换成积分

$$\sum_k \to \frac{L}{\pi}\int_0^\infty \mathrm{d}k \to \frac{L}{\pi c}\int_0^\infty \mathrm{d}\omega_k.$$

于是得到确定A的等式($\gamma\ll\omega_0$)

$$\langle P\rangle = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\frac{AL}{\pi c}\int_0^\infty\frac{\gamma\,\mathrm{d}\omega_k}{(\omega_0-\omega_k)^2+\gamma^2} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\frac{AL}{c}.$$

因此
$$\langle |E_k|^2\rangle = \frac{2c}{L}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\langle P\rangle\frac{\gamma}{(\omega_0-\omega)^2+\gamma^2} \tag{3}$$

将(3)式代入(2)式，并将求和转换成积分，可以得到

$$K_1 = \frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\langle P\rangle\gamma\int_0^\infty\frac{\exp(\mathrm{i}\,\omega_k\tau)\,\mathrm{d}\,\omega_k}{(\omega_0-\omega)^2+\gamma^2}.$$

利用留数定理不难计算积分

$$\int_{-\infty}^\infty\frac{\gamma\exp(\mathrm{i}\,\xi\tau)\,\mathrm{d}\xi}{(\omega_0-\xi)^2+\gamma^2} = \pi\exp(\mathrm{i}\,\omega_0\tau-\gamma|\tau|),$$

所以一阶相关函数的表达式最后取如下形式

$$K_1 = 2\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\langle P\rangle\exp(\mathrm{i}\,\omega_0\tau-\gamma|\tau|). \tag{4}$$

在谱线无限细的情况下，$\gamma=0$，上面的表达式转化成3.5.1题中的（1）式，辐射不再有任何的统计不确定性，频率不再分散，我们得到的是纯粹的单色平面波。

§4 检 查 题

4.1 平面电磁波射到以速度 v 运动的带电粒子上，电场作用在粒子上的力的绝对值与磁场作用在粒子上的力的绝对值之间的数量关系是怎样的？

4.2 平面电磁波在任何惯性坐标系中都是平面电磁波，这样说的根据是什么？

4.3 球面电磁波在任何惯性坐标系中都是球面电磁波，你能证明这个结论吗？

4.4 在电磁波传播的现象中，法拉第电磁感应定律是如何起作用的？位移电流的性质又是如何显现的？

4.5 光波可用几个独立的偏振加以描述？

4.6 请写出平面电磁波的场强矢量与波矢量之间的基本关系式。

4.7 试就平面电磁波、球面电磁波和柱面电磁波三种情况，分别说明电磁波的能流密度对距离的依赖关系。

4.8 请写出将电磁波的能流密度与场强联系起来的公式。如果谈的不是能流密度和场强的瞬时值而是它们在多个振动周期内的平均值，该公式如何修改？

4.9 线性振子的辐射场与通有电流的环形天线的辐射场，二者有何联系？它们的辐射功率对频率的依赖关系是怎样的？

4.10 在什么条件下，振子集合的辐射不同于彼此互相独立进行辐射的诸振子辐射的总和？造成这种区别的物理因素是什么？怎样利用能量守恒定律来解释呢？

4.11 什么是相干性？什么是相干时间和相干长度？什么是部

分相干性，如何定量地表示相干的程度？

4.12 在怎样的时间间隔内可以观察到混沌光的强度涨落？这些时间间隔的长短依赖于什么？

4.13 在通常条件下，多普勒展宽比谱线的自然宽度大两个量级。用什么方法可观察谱线的自然线形？

4.14 气体中的碰撞展宽如何依赖于压强？

4.15 一阶相关函数等于零的意义是什么？

4.16 在3.5.2题中已得到一阶相关函数与谱线的洛伦兹宽度之间的关系，请阐明这种关系的物理原因。

4.17 取一段有限长的正弦曲线，求其谱成分。设有两个具有相同整数周期的正弦曲线，一个从零点起至零点终，另一个从极大值起至极大值终，这两段正弦曲线的谱成分是相同的吗？在哪一种情况中高次谐波分量具有较大的强度？基于怎样的一种考虑，不用计算就能给予正确的回答？

4.18 请写出光脉冲的持续时间和频率间隔之间的基本关系式。在这个关系式中不等式的符号意味着什么？不等的程度依赖于什么？

4.19 设某个函数在一段有限时间间隔内不等于零，问这个函数的谱是否随着时间坐标的原点相对于这段时间间隔的位置的不同而不同？这种依赖关系说明什么？是否在物理现象中表现出来？

§5 供学生自己解答的问题

5.1 环形天线中有电流 $I = I_0 \cos \omega t$，若 $I_0 = 10\text{A}$，$S = 100\ \text{cm}^2$，$\omega = 10^8\text{Hz}$，求该天线的平均辐射功率。

答 $\langle P\rangle = \dfrac{\mu_0}{12\pi c^3}\omega^4 I_0 S^2 = 0.124\text{W}$。

5.2 利用5.1题中的条件，求距环形天线平面200m处的