



高等医药院校教材



(中医、中药、针推等专业使用)

物 理 学

主编 侯俊玲 冯绍康
副主编 赵振武 何振林



中国中医药出版社





1750323

高等医药院校教材

物 理 学

(供中医、中药、针推等专业使用)

主 编 侯俊玲 冯绍康 (北京中医药大学)

副主编 赵振武 (北京化工局职工大学)

何振林 (成都中医药大学)

孙 铭 (北京联合大学中医药学院)



中国中医药出版社

• 北 京 •



北师大图书 B1368132

图书在版编目(CIP)数据

物理学/侯俊玲等主编. -北京:中国中医药出版社,1997.5

ISBN 7-80089-618-8

I. 物… II. 侯… III. 医用物理学 IV. R312

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 06799 号

内 容 提 要

物理学是医学院校开设的一门基础课,本书在根据医学院校物理教学大纲的基础上,针对医学院校物理教学的特点编写而成,可供医学院校医学、药学、针灸推拿等专业以及成人高等教育自学考试作为教材或参考书使用,也可供相关专业的教师及学生参考。

全书共分十三章,其内容包括与医药学有关的力学、热学、分子物理学、电磁学、声学、光学及量子力学基础、氢原子光谱、激光、X 射线、放射性及核磁共振等知识。

本书是在总结多年来的教学经验和各个院校对过去教材使用过程中总结出来的修改意见的基础上编写的。为使学生在较短的时间内掌握教学大纲所规定的内容,本书选材以基本知识和基本理论为主,贯彻“少而精”的原则,力求新颖性和独创性,作到科学性和系统性相结合,理论性和实践性相结合。突出医学院校的特色,把物理学同医学密切相关的内容作为突破口,来阐明物理学的理论和知识,从而为学习其它专业课打下良好基础。

中国中医药出版社出版

发行者:中国中医药出版社

(北京市朝阳区东兴路七号 电话:64151553 邮码:100027)

印刷者:北京北七家印刷厂印刷

经销者:新华书店总店北京发行所

开 本:787×1092 毫米 16 开

字 数:285 千字

印 张:11.25

版 次:1997 年 5 月第 1 版

印 次:1997 年 5 月第 1 次印刷

册 数:4000

书 号:ISBN7-80089-619-6/R·618

定 价:15.00 元

目 录

绪论

一、物理学研究对象	1
二、医学院校开设物理学的目的	1

第一章 刚体力学

第一节 刚体的转动

一、刚体的平动和转动	2
二、刚体定轴转动的描述	3

第二节 转动惯量

一、转动刚体的动能	4
二、转动惯量	4
三、质量中心	5
四、平行轴定理和垂直轴定理	7

第三节 转动定律

一、力矩	10
二、转动定律	10

第四节 角动量守恒定理

一、角动量定理	11
二、角动量守恒定理	11

第五节 陀螺的运动

第二章 流体力学

第一节 理想流体的定常流动

一、理想流体	15
二、定常流动	15
三、定常流动的连续性方程	16

第二节 伯努利方程

第三节 伯努利方程的应用

一、压强与流速的关系	18
二、压强与高度的关系	19
三、小孔处的流速	19

第四节 粘滞性流体的流动

一、粘滞性和粘滞系数	20
二、层流、湍流、雷诺数	21

第五节 泊肃叶定律 斯托克斯定律

一、泊肃叶定律	22
---------------	----

二、斯托克斯定律	23
第三章 分子物理学	26
第一节 理想气体压强公式	26
一、理想气体的微观模型	26
二、理想气体压强公式	27
三、温度与分子平均平动能的关系	28
第二节 能量按自由度均分定理	30
一、自由度数	30
二、能量按自由度均分定理	31
三、理想气体的内能	32
第三节 液体的表面层现象	32
一、液体的表面张力 表面能	32
二、弯曲液面的附加压强 气体栓塞	35
三、表面吸附和表面活性物质 肺泡中的压强	37
第四节 液体的附着层现象	39
一、浸润现象和不浸润现象	39
二、毛细现象	39
第四章 热力学基础	43
第一节 热力学的一些基本概念	43
一、热力学系统	43
二、平衡态	43
三、准静态平衡过程	44
第二节 热力学第一定律	44
一、热量与功	44
二、热力学第一定律	45
第三节 热力学第一定律的应用	46
一、等容过程	46
二、等压过程	46
三、等温过程	47
四、绝热过程	47
第四节 卡诺循环 热机效率	48
一、循环过程	48
二、热机效率	49
三、卡诺循环及其效率	49
第五节 热力学第二定律	51
一、热力学第二定律	51
二、可逆过程和不可逆过程	52
三、热力学第二定律的统计意义	52
四、卡诺定理	53

第六节 熵与熵增加原理	53
一、熵	53
二、熵增加原理	55
三、熵变的计算	56
第五章 静电场	59
第一节 电场强度	59
一、库仑定律	59
二、电场强度	59
三、场强的计算	60
第二节 电通量 高斯定理	62
一、电力线	62
二、电通量	62
三、高斯定理及其应用	63
第三节 电场力所作的功 电势	65
一、电场力所作的功	65
二、电势能与电势	66
第四节 静电场中的电介质	66
一、电介质与电偶极子	66
二、电介质的极化 电极化强度	67
三、电介质中的电场 介电常数	69
第五节 心电图波形成的基本原理	69
一、电偶极子电场的电位	69
二、心电图向量 心电图向量环	70
三、心电图波的形成	71
第六章 直流电	74
第一节 稳恒电流	74
一、电流强度	74
二、电流密度矢量	74
三、稳恒条件	75
第二节 一段含源电路的欧姆定律	75
一、电源及其电动势	75
二、一段含源电路的欧姆定律	76
第三节 基尔霍夫定律	77
一、基尔霍夫第一定律	77
二、基尔霍夫第二定律	77
第四节 电泳 电疗	78
一、电泳	78
二、电疗	79

第七章 电磁现象	83
第一节 磁感应强度 磁通量	83
一、磁感应强度	83
二、磁感应线及磁通量	84
三、磁场中的“高斯定理”	84
第二节 安培环路定理	84
第三节 带电粒子在磁场中的运动	87
一、洛伦兹力	87
二、质谱仪	87
第四节 磁场对载流导体的作用	88
一、安培力公式	88
二、磁场对载流线圈的作用	89
三、磁矩在外磁场中的能量	90
第五节 生物磁 磁疗	90
一、生物磁信号	90
二、磁场的生物效应	91
三、磁生物效应的医学应用	91
第八章 振动和波	95
第一节 简谐振动	95
一、谐振方程	95
二、正弦量(余弦量)三要素	96
三、谐振动的几何描述	96
四、振动的速度 加速度 能量	96
五、同方向、同频率两个谐振动的合成	99
六、方向相互垂直、同频率的两个谐振动的合成	101
第二节 波动	103
一、机械波的产生与传播	103
二、简谐波的波动方程	104
三、波的能量	105
第三节 波的干涉和衍射	107
一、波的几何描述	107
二、惠更斯原理	107
三、波的衍射	108
四、波的干涉	108
第四节 声波 超声波	109
一、声波	109
二、描述声波的物理量	109
三、多普勒效应	112
四、超声波的产生	113

五、超声波的特性及其在医学上的应用	115
第九章 波动光学	119
第一节 光的干涉	119
一、杨氏双缝干涉	119
二、洛埃镜	120
三、光程	121
四、薄膜干涉	121
第二节 光的衍射	122
一、单缝衍射	122
二、圆孔衍射	124
三、衍射光栅	124
第三节 光的偏振	125
一、自然光与偏振光	125
二、起偏器与检偏器	127
三、旋光性	128
第四节 光的吸收	129
第十章 量子力学基础	132
第一节 热辐射	132
一、黑体的辐射度和吸收比	132
二、基尔霍夫辐射定律	132
三、黑体辐射定律	133
四、普朗克量子假设	134
第二节 光电效应	134
一、光电效应的实验规律	134
二、爱因斯坦光电效应方程	135
三、光子的质量和动量	135
第三节 波粒二象性	136
一、德布罗意波	136
二、电子衍射实验	136
第四节 不确定关系	137
第十一章 氢原子光谱	140
第一节 氢原子的玻尔理论	140
一、氢原子光谱的规律性	140
二、玻尔的氢原子理论	141
第二节 四个量子数	144
一、主量子数	144
二、轨道角动量的量子化和角量子数	144
三、磁量子数	144
四、电子自旋和自旋磁量子数	144

第三节 激光	145
一、激光产生的原理	145
二、激光器	146
三、激光的特点	146
四、激光在医学上的应用	147
第十二章 X 射线	149
第一节 X 射线的基本性质	149
第二节 X 射线的发生装置	149
第三节 X 射线的硬度和强度	150
第四节 X 射线衍射	151
一、X 射线的波动性	151
二、布喇格方程	151
三、X 射线摄谱仪	152
第五节 X 射线谱	152
一、连续 X 射线谱	153
二、标识 X 射线谱	153
第六节 X 射线的衰减规律	154
第七节 X 射线在医学上的应用	154
一、治疗方面的应用	154
二、药物分析方面的应用	155
三、诊断方面的应用	155
第十三章 原子核物理学基础	158
第一节 原子核的组成	158
第二节 原子核放射性衰变的规律	158
一、核衰变定律	158
二、平均寿命	159
三、半衰期	159
四、放射性活度	159
第三节 辐射剂量与辐射防护	160
一、辐射剂量	160
二、辐射防护	161
第四节 放射性核素在医学上的应用	162
一、治疗方面	162
二、示踪原子方面	162
第五节 核磁共振	162
一、核磁共振的基本原理	162
二、核磁共振在医药学上的应用	165
附录一	168
附录二	168

附录三.....	169
附录四.....	169

绪 论

一、物理学的研究对象

物理学是一门自然科学，它所研究的是物质最基本、最普遍的运动形式。物理学一般可分为力学、热学、电磁学、光学及原子物理学等。它主要总结了人们认识物质运动的基本规律，是学生掌握自然科学的基础。医学属于自然科学的范畴，当然离不开物理学，在几十年来的医学教育蓬勃发展的光辉历程中，物理学教育发挥了极其重要的作用。

二、医学院校开设物理学的目的

实践证明，医学的发展与物理学的发展是密切相关的，物理学的发展会带动医学的进步。例如：在二十世纪初，相对论、量子力学和原子物理学的建立，使整个人类跨入了一个崭新的微观世界，而医学在物理学发展的重大成果推动下，与物理学相结合，又产生出许许多多为医学的发展起到重大作用的产物。比如：心电图机、脑电图机、心磁图、超声波诊断仪、X射线CT、核磁共振CT、电子内窥镜、电子显微镜，以及种种病理或药物检验分析仪器等等，这无疑为医学的发展作出了巨大的贡献。

本书将讲述与医学密切相关的物理学知识。例如与核磁共振相关的刚体力学、与血液循环有关的流体力学、与呼吸有关的分子物理学，与超声诊断及多普勒诊断技术相关的声学、与心电图有关的电学；以及X光的特性和诊断、X射线CT；放射性同位素的诊断、治疗及防护等等，这些内容对学习医学专业知识是大有裨益的。

物理学的发展为医学的现代化提供了广阔的前景。物理学可以把现代化自然科学理论、技术和方法同医学的理论、诊断和防治相结合，来研究人体系统状态变化的规律以及疾病诊断和防治的最有效的途径。在现代化技术迅猛发展的今天，如何促进医药事业与现代化发展相同步，这是历史赋予当代人，特别是跨进二十一世纪的医药工作者的使命。所以，我们必须牢固掌握物理学的基本理论和基本知识，才能更有效地为医药事业的开拓和进取作出贡献。

第一章 刚体力学

在中学物理学中,我们讨论了质点的基本概念以及质点的运动规律。质点是一种不考虑物体的大小和形状的理想化模型。实际上,物体的大小和形状往往不能忽略,物体在外力作用下,其大小和形状都将发生不同程度的变化,这时就不能把物体看作是质点了。为了研究这类物体的运动规律,我们引入另一个理想模型——刚体。刚体是指在外力作用下,其形状和大小都保持不变的物体。

在讨论刚体的运动规律时,可以把刚体分成无数个微小质量单元,各单元之间的相对位置是固定的,把每一小质量单元可以当作质点对待,每一个质点的运动都服从质点的运动规律,然后我们把全部质点综合起来,就可以得出刚体的运动规律。这种方法主要是把刚体看成质点组,其中各质点彼此之间的距离,在物体运动中始终保持不变。本章将主要讨论刚体作定轴转动时的规律。

第一节 刚体的转动

一、刚体的平动和转动

1. 平动:如图 1-1 所示,刚体内的任意一条直线如 AB 线,它在各个时刻的位置都始终保持彼此平行,物体的这种运动就是平动。例如升降机的运动,坐在跑动的汽车中乘客的运动等。刚体在作平动时,刚体内所有质点的速度及加速度均相同。因此,物体在作平动时,常常用刚体上某一点的运动来代表整个刚体的运动。描述质点运动的物理量以及质点运动学的规律对刚体的平动也适用。

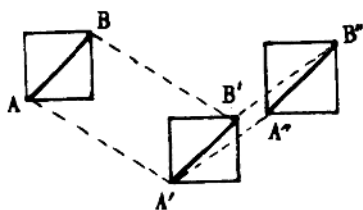


图 1-1 刚体的平动

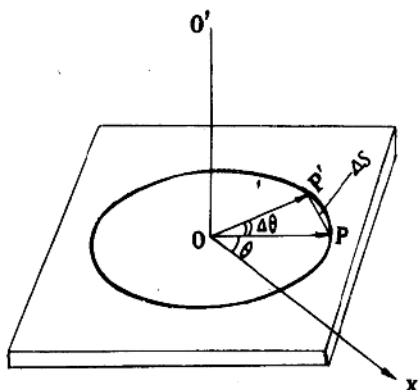


图 1-2 刚体的转动

2. 转动:若刚体内的各个质点在运动中都围绕同一直线作圆周运动,这种运动称为转动。这一直线称作转轴。如果转轴是固定不动的,则刚体的转动就称为定轴转动。

二、刚体定轴转动的描述

1. 角坐标、角位移:为了描述刚体的转动,取一垂直于定轴的平面作转动平面,如图 1-2 所示, oo' 为转轴, ox 为垂直于 oo' 的一条参考线。我们研究该转动平面上的一点 P ,从圆心 o 到 P 点的连线,即 P 点的矢径,它与 ox 线的夹角 θ 就是**角坐标**。该参量可以描写刚体的位置。在转动过程中,角 θ 随时间变化,设在 Δt 时间内, P 点移到 P' 的位置, P 点的矢径扫过 $\Delta\theta$ 角,也就是刚体转过 $\Delta\theta$ 角,则 $\Delta\theta$ 称为刚体在 Δt 时间内的**角位移**(angular displacement)。它是描述刚体转动程度的物理量,而且是一个矢量。角位移的单位是弧度(rad)。

2. 角速度:描述刚体转动快慢的物理量是**角速度**,以 ω 表示。角位移的变化量 $\Delta\theta$ 与所经过的时间 Δt 的比值,称为这段时间的**平均角速度**,用 $\bar{\omega}$ 表示,即

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时,平均角速度的极限值称为 t 时刻的**瞬时角速度**,简称**角速度**(angular velocity),用 ω 表示,即:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \quad (1-1)$$

角速度的单位为弧度/秒(rad/s)。角速度也是矢量。

3. 角加速度:如果刚体在 t_1 时刻的角速度为 ω_1 ,经过 Δt 时间后,角速度的大小为 ω_2 ,则在 Δt 时间内,刚体角速度的变化量为 $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$,我们把 $\Delta\omega$ 与这段时间间隔 Δt 的比值,称为刚体在这段时间内的**平均角加速度**,用 $\bar{\beta}$ 表示

$$\bar{\beta} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时,平均角加速度的极限值表示**瞬时角加速度**,简称**角加速度**(angular acceleration),并用 β 表示:

$$\beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (1-2)$$

角加速度的单位为弧度/秒²(rad/s²)。角加速度也是矢量。

角位移、角速度和角加速度全是矢量。它们的方向常用右手螺旋定则表示。例如角速度矢量的表示方法是:在转轴上取一有向线段,当右手四个手指与姆指相垂直时,让四个手指代表刚体转动的方向,这时大姆指所指的方向即代表角速度矢量的正方向,而所取的有向线段长度即可按一定比例代表角速度的大小。其它的角量的矢量表示法与此相同。

4. 角量与线量的关系:我们通常把描写质点运动的量称为**线量**,把描写转动的量称为**角量**。刚体作定轴转动时,刚体上各点作圆周运动,所以刚体上某一点的运动可以用中学物理学过的线位移、线速度和线加速度来加以描述。既然角量和线量都可以用来描述刚体的运动规律,线量和角量之间必然有一定的关系。

如图 1-2 所示,刚体上某点 P 在 Δt 时间内转过的角位移为 $\Delta\theta$,从而到达 P' 处,此时点 P 发生的位移大小为 Δs ,当 Δt 很小时,弦长 Δs 可近似等于弧长,即

$$\Delta s = r\Delta\theta \quad (1-3)$$

式中 r 为 P 点到转轴的距离, $\Delta\theta$ 为角位移。根据速度的定义, P 点的速度为

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} r \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = r \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

即

$$v = r\omega \quad (1-4)$$

上式若写成矢量式则为

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad (1-5)$$

若对(1-4)式等号两侧对 t 求导数,又得出:

$$\frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} \quad (1-6)$$

上式的等号左边是质点的切向加速度,方向与线速度在同一直线上,故有:

$$a_t = r\beta \quad (1-7)$$

由于向心加速度 $a_n = v^2/r$, 即 $a_n = r\omega^2$ 。所以刚体上任一点的总的加速度 $\mathbf{a} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_n$, 其大小为 $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$ 。

第二节 转动惯量

一、转动刚体的动能

当刚体绕固定轴转动时,我们可以将刚体看成是由许许多多的质点组成的,假设这些质点的质量分别为 $\Delta m_1, \Delta m_2, \dots, \Delta m_n$, 它们对应于转轴的距离分别为 $r_1, r_2, \dots, r_n$ 。各质点绕转轴的转动角速度都相等,等于 ω , 但各点的线速度不同,分别为 $v_1, v_2, \dots, v_n$ 。刚体的动能就是各个质点的动能之和,即

$$\begin{aligned} E_K &= \frac{1}{2} \Delta m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} \Delta m_2 v_2^2 + \dots + \frac{1}{2} \Delta m_n v_n^2 \\ &= \sum \frac{1}{2} \Delta m_i v_i^2 \\ &= \sum \frac{1}{2} \Delta m_i r_i^2 \omega^2 \\ &= \frac{1}{2} (\sum \Delta m_i r_i^2) \omega^2 \end{aligned} \quad (1-8)$$

二、转动惯量

式(1-8)中的 $\sum \Delta m_i r_i^2$ 常用 I 来表示,称为刚体对某给定转轴的转动惯量(rotational inertia)。因此,刚体的动能又可写成:

$$E_K = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (1-9)$$

把上式与质点的动能 $mv^2/2$ 相对照,式(1-9)中的 ω 相当于质点运动的 v , I 相当于 m , m 是表示质点运动惯性大小的物理量。同样地, I 则是表示刚体转动惯性大小的物理量。

$$I = \sum \Delta m_i r_i^2 \quad (1-10)$$

若刚体质量分布是连续的,则刚体的转动惯量 I 可写成积分的形式,即

$$I = \int r^2 dm = \int r^2 \rho dV \quad (1-11)$$

式中 dV 表示 dm 的体积元, ρ 表示刚体在某体积元 dV 处的密度, r 表示体积元到转轴的距离。转动惯量的单位是 $\text{千克} \cdot \text{米}^2 (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$ 。

刚体的转动惯量不仅决定于刚体总质量的大小,还和刚体的形状、大小和各部分质量的分

布有关,同一物体由于轴的位置不同,转动惯量也不同。

如图 1-3 所示,棒长为 l ,质量为 m 的均匀细棒,其截面积为 S ,棒的转轴与棒垂直。

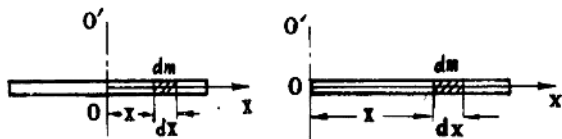


图 1-3 均匀细棒

1. 当转轴位于棒中心处时,转动惯量为:

$$\begin{aligned} I &= \int x^2 \cdot dm = \int x^2 \rho S dx = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} x^2 \cdot \frac{m}{Sl} \cdot S dx \\ &= \frac{1}{12} ml^2 \end{aligned}$$

2. 转轴位于棒的一端时,转动惯量为:

$$\begin{aligned} I &= \int x^2 dm = \int_0^l x^2 \rho S dx \\ &= \frac{1}{3} ml^2 \end{aligned}$$

只有几何形状比较简单,密度分布均匀或有规则的物体,可以用数学方法求出物体的转动惯量。否则需用实验方法测定。表 1-1 给出了几种常见物体的定轴转动的转动惯量。

三、质量中心

把刚体看成是由质点系组成的,对这些质点可以写出牛顿第二定律

$$m_i a_i = f_i + F_i \quad (1-12)$$

式中 m_i 表示第 i 个质点的质量, a_i 是它的加速度, f_i 是它所受的外力, F_i 是其它质点对它的作用力(内力)。显然这类方程的数目应该与质点的数目相等。由于方程的数目非常大,解方程找出质点的运动状态是非常困难的。

但是,实验证明,在刚体中有一特殊点存在,当刚体运动时,该点的加速度 a_c 等于刚体上所受的外力的矢量和 f 与刚体的质量 m 的比值,即

$$a_c = \frac{f}{m} \quad (1-13)$$

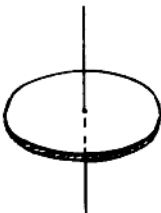
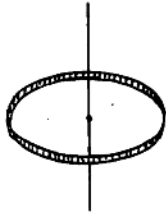
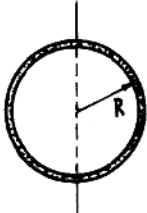
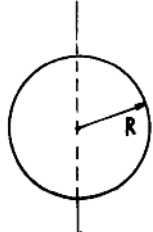
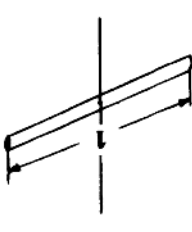
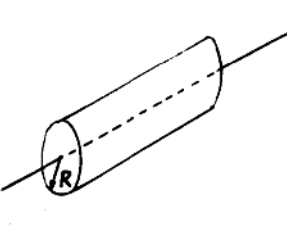
这就是说,可以认为刚体的全部质量和所受一切外力都集中在这一点上,并且可以按质点运动规律求出它的加速度。这样一个特殊点叫做刚体的**质量中心**或简称**质心**。

下面我们讲解如何确定质心的位置。首先讨论由两个质点所组成的质点系。设两个质点的质量各为 m_1 和 m_2 ,把两个质点的连线分成与两个质点的质量成反比的两段的那一点 c ,即为该质点系的质心,如图 1-4 所示。设两质点的坐标是 x_1 和 x_2 ,根据上述反比关系,质心的坐标应



图 1-4 质心的确定

表 1-1 几种特殊形状物体的转动惯量

薄圆盘  $I = mR^2/2$	细圆环  $I = mR^2$	球壳  $I = 2mR^2/3$
球体  $I = 2mR^2/5$	细棒  $I = ml^2/12$	圆柱  $I = mR^2/2$

满足下列等式:

$$\frac{x_c - x_1}{x_2 - x_c} = \frac{m_2}{m_1}$$

即

$$x_c = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} \quad (1-14)$$

对于由三个质点组成的质点系,可以先就其中两个质点按上述方法确定出质心,把该质心看成是一个新的质点,然后用同样的方法把此新的质点与第三个质点的质心找出来,最后确定的这个质心才是这三个质点所组成的质点系的质心。据上述道理,对于多个质点所组成的系统,质心的位置由下列三个坐标确定:

$$x_c = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \cdots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \quad (1-15)$$

$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \quad (1-15a)$$

$$z_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i z_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \quad (1-15b)$$

这是一个普遍公式,可以用于各种具体问题求出质心的位置。

现在再来讨论物体质心的运动。设有一物体,当它运动时,质心在 Δt 时间内由坐标为 (x_c, y_c, z_c) 的一点移动到坐标为 (x'_c, y'_c, z'_c) 的另一点;相应地,物体上各点也都由 (x_i, y_i, z_i) 移动到 (x'_i, y'_i, z'_i) 。根据质心坐标公式,质心在 x 方向上的位移应该写作:

$$x'_c - x_c = \frac{\sum m_i x'_i - \sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i (x'_i - x_i)}{m}$$

其中 m 为物体的质量。

质心在 x 方向的分速度为

$$\begin{aligned} v_{cx} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{x'_c - x_c}{\Delta t} \right) \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{1}{\Delta t} \frac{\sum m_i (x'_i - x_i)}{m} \right] \\ &= \frac{\sum m_i v_{ix}}{m} \end{aligned} \quad (1-16)$$

如果物体作加速运动,由上述类似的讨论可以得出,质心加速度可以写作:

$$a_{cx} = \frac{\sum m_i a_{ix}}{m} \quad (1-17)$$

对于 y 和 z 方向也有类似的公式:

$$\begin{aligned} a_{cy} &= \frac{\sum m_i a_{iy}}{m} \\ a_{cz} &= \frac{\sum m_i a_{iz}}{m} \end{aligned}$$

或是写成矢量形式

$$a_c = \frac{\sum m_i a_i}{m} \quad (1-18)$$

根据公式(1-12):

$$m_i a_i = f_i + F_i$$

所以

$$\sum m_i a_i = \sum f_i + \sum F_i$$

由于内力 F_i 总是成对出现的,而且大小相等方向相反,因此 $\sum F_i = 0$ 。可得出

$$m a_c = \sum m_i a_i = \sum f_i$$

令 $\sum f_i = f$ 表示物体所受的外力的矢量和,于是有

$$m a_c = f$$

上式表明:无论物体具有什么形状,也无论怎样运动,质心的运动总是好象物体的全部质量和所有的外力都集中在这一点上时的情况一样。上式实际上就是公式(1-13)。因此也证明了公式(1-15)所确定的点满足质心的要求。

四、平行轴定理和垂直轴定理

在计算刚体的转动惯量时,常常用到平行轴定理和垂直轴定理。现分述如下:

1. 平行轴定理:同一刚体对于不同的轴有不同的转动惯量。设有两个转动轴,其中 cz 轴通过刚体的质心 c ,另一与它平行的是 oz' 轴,如图 1-5 所示。取坐标系 $cxyz$ 及 $ox'y'z'$, cy 和 oy' 重合, cz 轴与 oz' 轴之间的距离 $co = d$ 。质量元 Δm_i 与轴 cz 及轴 oz' 的距离分别为 r_i 及 r'_i , Δm_i