



研究生教材

# 数值传热学

陶文铨 编著

西安交通大学出版社

33109902

TK124  
24

---

研究生教材

---

数值传热学

---

陶文铨 编著

---

西安交通大学出版社

---

H/K40/22



C0347361

## 内 容 简 介

数值传热学自 70 年代形成以来,取得了蓬勃的发展,近年来在高等院校有关专业,也陆续开设了数值传热学的课程。本书就是为了解决教材问题和科技人员参考书问题而编著的一本研究生使用的教科书。

本书作者在总结教学与科研的基础上,广泛参阅了国内外大量文献,并摄取其中精华,写成了这本教材。本书的特点是:除讲清数学内容外,着重阐述物理概念,使读者能够加深对计算方法的理解;充分注意反映这一领域中的最新学术成果;有足够的例题和习题,以帮助读者巩固所学的内容。

本书可供动力、能源、化工、冶金等类专业的研究生、本科生(有重点的)使用。也可供有关专业教师和技术人员参考。

## 数 值 传 热 学

陶文铨 编著

责任编辑 早 雪

\*

西安交通大学出版社出版

(西安市咸宁西路 28 号 邮政编码:710049)

西安交通大学印刷厂印装

陕西省新华书店经销

开本 850×1168 1/32 印张 23.125 插页 1 字数:585 千字

1988 年 7 月第 1 版 1995 年 4 月第 2 次印刷

印数:3001—6000

ISBN7-5605-0183-4/TK·23 定价:16.80 元

## 《研究生教材》总序

研究生教育是我国高等教育的最高层次，是为国家培养高层次人才的人才。他们必须在本门学科中掌握坚实的基础理论和系统的专门知识，以及从事科学研究工作或担负专门技术工作的能力。这些要求具体体现在研究生的学位课程和学位论文中。

认真建设好研究生学位课程是研究生培养中的重要环节。为此，我们组织出版这套《研究生教材》，以满足当前研究生教学，主要是公共课和一批型的学位课程的教学需要。教材作者都是多年从事研究生教学工作，有着丰富教学和科学研究经验的教师。

这套教材首先着眼于研究生未来工作和高技术发展的需要，充分反映国内外的最新学术动态，使研究生学习之后，能迅速接近当代科技发展的前沿，以适应“四化”建设的要求；其次，也注意到研究生公共课程和学位课程应有它最稳定、最基本的内容，是研究生掌握坚实的基础理论和系统的专门知识所必要的。因此，在研究生教材中仍应强调突出重点，突出基本原理和基本内容，以保持学位课程的相对稳定性和系统性，内容有足够的深度，而且对本门课程有较大的覆盖面。

这套《研究生教材》虽然从选题、大纲、组织编写到编辑出版，都经过了认真的调查论证和细致的定稿工作，但毕竟是第一次编辑这样高层次的教材系列，水平和经验都感不足，缺点与错误在所难免。希望通过反复的教学实践，广泛听取校内外专家学者和使用者的意见，使其不断改进和完善。

西安交通大学研究生院  
西安交通大学出版社

1986年12月

## 序

由于电子计算机的推广和普及以及计算方法的新发展，用数值方法对传热问题的分析研究取得了重大的进展，在七十年代已经形成传热学的一个新兴的分支——数值传热学。十余年来，数值传热学得到了蓬勃的发展，显示出它的巨大活力。在传统的数学分析难于实现的复杂边界条件或(及)复杂几何形状传热问题方面，和参量变化大，实验研究求解代价过高的传热学问题方面，它更显示出作为一种新颖的、有效的解题手段的特色，受到广大传热工作者的重视。

当前，我国从事传热学工作的教学、科研和工程技术人员以及学习传热学课程的大学生和研究生，都迫切希望学习和运用数值方法，提高自己解决各种实际问题的能力。许多高等院校对研究生和大学生开设了数值传热学课程。在这种形势下，需要解决目前存在的缺少适合于我国使用的教材和参考书的问题。

本书作者陶文铨教授总结了他自己学习数值传热学和应用数值传热学进行科研的心得体会，并且消化和汲取了他在美国明尼苏达大学进修期间得到的 S·V·Patankar 教授和 E.M.Sparrow 教授讲课中的精华，融会贯通，编成本书。本书在内容处理上和写作风格上都具有自己的特色。陶文铨教授一贯的严谨、认真、条理清晰的写作风格以及善于把握、吸收新颖观点和发展方向的优点充分贯穿在全书的字里行间。书稿曾多次用作西安交通大学研究生“数值传热学”课程的讲稿，经过教学实践的提炼加工。全书共有例题、习题 197 个，参考文献引至 1987 年共 600 余篇。综合这些特点，本书比较适合于我国初学者的需要。在本书出版

之际，我很高兴将它推荐给从事传热学学习和研究工作的广大师生和工程技术人员。

上海交通大学教授 杨世铭

1987年11月于上海

## 作者的话

从一九八三年开始，作者每年在西安交通大学为研究生开出〈数值传热学〉课程。本书就是据作者历年的讲稿经整理、修改、补充而写成的。

“数值传热学”或“计算传热学”（本书中把这两个名词作为同义词来使用），是近十年内成长起来并还在迅速发展中的传热学分支领域。目前国内外许多高等学校已纷纷把它列为研究生课程。为使一个初学者在经过不太长时间的学习后，能较好地掌握传热问题数值计算的基本方法并具备一定的独立钻研与开发的能力，作者在撰写本书时给自己提出了这样几个要求：1. 在取材的广度与深度方面，应使读者对求解流动与传热问题的有限差分法有较全面的了解。不仅掌握其基本思想并对计算过程中的一些重要细节也要有所认识；2. 在介绍数值计算方法时，除讲清数学的内容外，还要着重从物理概念上加以阐述，使读者能充分利用自己对物理过程的认识来加深对计算方法的理解；3. 要适当反映这一领域中世界上最新的研究成果，使读者在学完本书后，能较顺利地阅读国内外刊物上的有关文献；4. 每章后要有适当数目的习题（包括部分有一定难度的题目），要注意反映国内的研究成果，所引用的文献都要注明页码，以便于读者查阅。在撰写本书的过程中，作者深刻地认识到，自己的学识与经历与上述要求是不相适应的。因而虽经努力，总还不够理想。

本书所包括的内容可供40—60学时的〈计算传热学〉课程讲授之用。学时较少时，可以把重点放在导热及椭圆型流动与换热的计算上，从而略去第四、九、十一及十二诸章，不会影响内容的连贯性。也可视情形只讲授某些章节中的主要内容，而把其余部

份留给学生自学或作进一步钻研之用。例如：第四章可以作为导热方程数值求解的例子来介绍，教师仅讲授处理问题的基本方法及一、二个例题，其余作为自学材料；第五章中的CTDMA、DTDMA方法(§ 5-5)、双块修正技术(§ 5-6)及多重网格方法(§ 5-7)可以不列入基本内容；关于对流-扩散方程的差分格式(第六章)，可把重点放在五种基本格式上；在速度与压力耦合关系的处理方法方面(第七章)，可着重介绍SIMPLE、SIMPLER及SIMPLEC算法；对于第九章中讨论的边界层型问题，可主要讲授Patankar-Spalding方法；紊流数值计算方法的介绍可侧重在 $K-\epsilon$ 方程的单层模型壁面函数法(第十章)；在讨论处理不规则区域的方法时，重点宜放在区域扩充法及生成网格的代数法与解微分方程法上。教师也可根据自己的情况而适当增添一些内容。如在第十二章中加入讲授者所作过的计算实例。对于旨在解决工程实际问题的工科学生来说，如果在学习本课程时只注意理论而不作计算机解题的练习，就好像学游泳只读书本而不下水一样。本书习题中包括了一些应用计算机求解的问题，目的就在于促使读者注意这方面的实践。同时书末附录中列出了作者所编制的两个例题程序，可供读者查阅、参考。

在本书即将完稿时，作者深深感谢曾经指导、帮助与鼓励过作者的师友和学生。首先，作者在美国Minnesota大学进修期间，选修了S.V.Patankar教授与E.M.Sparrow教授所开出的研究生课程，并得他们的不少帮助，使作者获益匪浅；在合作进行科研工作的过程中，E.M.Sparrow教授的严谨治学态度和分析传热学问题的方法，使作者颇受教益。他还仔细地审阅了本书的编写大纲，提出了宝贵的修改意见；作者研究生时期的导师上海交通大学杨世铭教授一直关心与支持本书的写作，他在百忙中审阅了本书的初稿并热情地为之作了序。在此，作者向他们表示深切的谢意。清华大学工程力学系陈熙教授认真地审阅了全书、西



安交通大学应用数学系高应才教授审阅了第一、二、三、五及第十一章。他们都指出了初稿中一些欠妥之处，使本书增色不少；作者在Minnesota大学进修时的同事、西安交通大学热工教研室的同人与研究生及本书责任编辑朱兆雪副编审，都给作者以支持与鼓励，这里作者向他们一并致谢。作者还要感谢自己的妻子，由于她在承担家务劳动方面所作的努力，使作者能把较多的业余时间用于本书的写作。

大凡一个脑力劳动者在经过一段较长时间的耕耘而将要完成一件工作时，常常是既喜悦而又不安的。喜悦之情自不待言。不安呢？因他的作品将要公布于众，于是各种缺点、以至错误都将充分地暴露出来。但唯有经过社会的检验，读者的审阅，他的作品才能有所改进，才能真正为科学事业的发展添砖加瓦，为国家的建设略尽绵帛。作者正是怀着这种心情，期待着来自各个方面的建议与批评。

陶文铨

一九八八年二月于  
西安交通大学

# 目 录

序

作者的话

绪论

## 第一章 区域离散化及建立离散方程的方法

- § 1—1 传热问题控制方程的类型 ..... 6
- § 1—2 空间区域的离散化方法 ..... 11
- § 1—3 Taylor展开及多项式拟合法 ..... 15
- § 1—4 控制容积积分法及平衡法 ..... 23
- 习题 ..... 27
- 参考文献 ..... 31

## 第二章 有限差分离散方程的误差与性能分析

- § 2—1 差分方程的相容性、收敛性及稳定性 ..... 33
- § 2—2 分析初值稳定性的 von Neumann方法 ..... 39
- § 2—3 离散方程的守恒特性 ..... 47
- § 2—4 离散方程的迁移特性 ..... 53
- 习题 ..... 57
- 参考文献 ..... 59

## 第三章 导热问题的数值计算

- § 3—1 一维稳态导热 ..... 62
- § 3—2 边界条件与源项的处理 ..... 66
- § 3—3 一维非稳态导热及TDMA算法 ..... 72
- § 3—4 多维非稳态导热问题的全隐格式 ..... 79
- § 3—5 多维导热问题边界条件的处理 ..... 83
- § 3—6 多维非稳态导热问题的其它格式及比较 ..... 87

习题	93
参考文献	96
<b>第四章 管道内的充分发展对流换热</b>	
§ 4—1 充分发展对流换热的定义及求解实例	99
§ 4—2 圆管内充分发展对流换热的统一模型	106
§ 4—3 纵向内肋片管中的充分发展对流换热	111
§ 4—4 长方形截面通道内的充分发展对流换热	118
§ 4—5 垂直内肋管中的混合对流换热	121
习题	126
参考文献	129
<b>第五章 代数方程的求解方法</b>	
§ 5—1 引言	137
§ 5—2 求解代数方程的迭代法	140
§ 5—3 关于迭代法收敛性及收敛速度的讨论	147
§ 5—4 加速迭代解法收敛速度的块修正技术	155
§ 5—5 TDMA 算法的扩展	159
§ 5—6 双块修正技术	165
§ 5—7 多重网格方法	171
习题	179
参考文献	182
<b>第六章 对流-扩散方程的差分格式</b>	
§ 6—1 中心差分与迎风差分	187
§ 6—2 混合格式与乘方格式	192
§ 6—3 五种三点格式系数特性的分析	196
§ 6—4 关于假扩散的讨论	201
§ 6—5 二阶迎风格式与QUICK格式	210
§ 6—6 斜迎风格式、局部分析解格式与 CONDIF 格式	215

§ 6—7	对流-扩散差分方程稳定性的分析	220
§ 6—8	对流-扩散方程的离散化及其边界条件	231
	习题	237
	参考文献	241
<b>第七章 求解非边界层型流动与换热问题的原始变量法</b>		
§ 7—1	流场控制方程及数值求解中的困难	250
§ 7—2	交错网格及动量方程的离散	255
§ 7—3	求解Navier-Stokes 方程的压力修正算法	260
§ 7—4	SIMPLE 算法的计算步骤	264
§ 7—5	SIMPLE 算法的讨论	269
§ 7—6	SIMPLE 算法的发展与改进	275
§ 7—7	开口系统的流场计算	285
§ 7—8	封闭系统及无限大系统的流场计算	290
	习题	297
	参考文献	303
<b>第八章 求解非边界层型流动与换热问题的其他方法</b>		
§ 8—1	求解不可压缩流体流场的压力梯度法	312
§ 8—2	强制对流问题的涡量-流函数法	317
§ 8—3	涡量-流函数法边界条件的确定	321
§ 8—4	水平环形空间中的自然对流	328
§ 8—5	二维问题涡流-流函数法的通用控制方程 及其离散	337
	习题	342
	参考文献	344
<b>第九章 边界层类型流动与换热的计算</b>		
§ 9—1	引言	351
§ 9—2	层流相似解方程的数值计算	353
§ 9—3	外掠楔形物体的对流换热(Keller	

方法).....	356
§ 9—4 均匀壁温的垂直平壁上的自然对流换热 (Nachtseim-Swigert 方法) .....	363
§ 9—5 层流边界层的局部非相似解 .....	367
§ 9—6 求解边界层方程的一些差分格式 .....	374
§ 9—7 箱形格式 .....	378
§ 9—8 求解边界层问题的 Patankar-Spalding 方法 .....	385
§ 9—9 确定边界上卷吸率的方法 .....	391
§ 9—10 内部流动中压力梯度的确定 .....	395
§ 9—11 P-S 方法应用举例—环形空间入口段 的层流流动与换热 .....	400
习题 .....	407
参考文献 .....	410

## 第十章 紊流流动与换热的数值模拟

§ 10—1 紊流及其计算概述 .....	416
§ 10—2 紊流对流换热的控制方程 .....	420
§ 10—3 零方程模型与一方程模型 .....	424
§ 10—4 $K-\varepsilon$ 两方程模型 .....	431
§ 10—5 壁面函数法 .....	439
§ 10—6 二层与三层模型的壁面函数法 .....	448
§ 10—7 低 $Re$ 数 $K-\varepsilon$ 模型及 PSL 方法 .....	453
§ 10—8 紊流自然对流换热的数值计算 .....	459
§ 10—9 紊流数值计算方法综述及其近代发展 .....	464
习题 .....	483
参考文献 .....	485

## 第十一章 网格生成技术

§ 11—1 引言 .....	507
-----------------	-----

§ 11—2 三角形网格及坐标组合法 .....	511
§ 11—3 一般正交曲线坐标系中的数值计算 .....	517
§ 11—4 适体坐标系的基本概念 .....	523
§ 11—5 控制方程的转换及离散化 .....	527
§ 11—6 计算平面上的 SIMPLE 算法 .....	532
§ 11—7 生成网格的代数法 .....	537
§ 11—8 生成网格的微分方程法 .....	541
§ 11—9 网格分布的控制 .....	544
§ 11—10 边界条件的转换及其它 .....	548
习题 .....	555
参考文献 .....	558

## 第十二章 复杂换热问题的数值解举例

§ 12—1 对流-导热耦合问题概说 .....	567
§ 12—2 耦合问题的分区计算、边界耦合的解法 .....	571
§ 12—3 耦合问题的整体求解法 .....	578
§ 12—4 周期性充分发展的对流换热的 数值计算 .....	584
§ 12—5 伴随有相变的导热 .....	590
§ 12—6 换热器数值模拟概述 .....	598
习题 .....	605
参考文献 .....	607
结束语 .....	623

## 附录

附录1. $K$ 方程的推导 .....	628
附录2. $\epsilon$ 方程的推导 .....	632
附录3. 编制通用程序的一些基本思想及典型程序的 结构介绍 .....	637

附录4. 一维非稳态扩散问题的通用程序 (BASIC语言).....	640
附录5. 圆管状突扩区域中层流流动计算程序 (FORTRAN语言).....	656
<b>主题索引</b> .....	<b>679</b>
<b>作者索引</b> .....	<b>697</b>

## 绪 论

众所周知,描写传热、传质问题的微分方程常常是一组复杂的非线性偏微分方程。除了某些简单的情形外,很难获得这些偏微分方程的精确解。对于多数有实际意义的传热、传质问题,必须采用实验研究或近似解法。

随着高速电子计算机的迅速发展,从本世纪六十年代末期以来,传热问题的数值解法很快地发展成为解决实际问题的一种重要工具。数值解法是一种离散近似的计算方法。它所能获得的不象分析解那样是被研究区域中未知量的连续函数,而只是某些代表性地点(称为节点)上的近似值。电子计算机中的一切计算都是通过加、减、乘、除四则运算来完成的。为了用计算机解出节点上未知量的近似值,首先需要从给定的微分方程或基本物理定律出发,建立起关于这些节点上未知量近似值之间的代数方程(称为离散方程),然后对之进行求解。在传热学中所应用的数值计算方法很多,大多数方法的基本思想可以归结为:把原来在时间、空间坐标中连续的物理量的场(如速度场、温度场、浓度场等),用有限个离散点上的值的集合来代替,按一定方式建立起关于这些值的代数方程并求解之,以获得物理量场的近似解。一个传热问题数值求解的总体步骤大致如图 C-1 所示。

同一物理问题的不同数值解法间的主要区别,在于子区域的划分与节点的确定、离散方程的建立及其求解这几个步骤上。关于传热学所采用的一些数值求解方法,在文献[1]中有较全面的介绍。其中主要的是有限差分法、有限元法、边界元法及有限分析法。有限元法、边界元法及有限分析法在最近几年中有很大的发展,并已成功地解决了一些流动及对流换热问题。但是,就方法



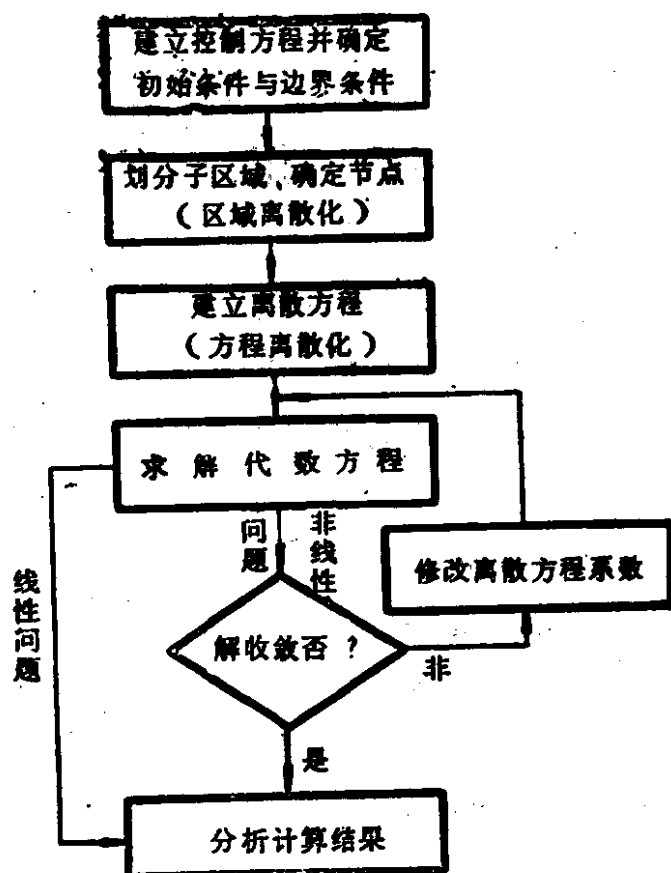


图 0-1 物理问题数值解的基本步骤

发展成熟的程度、实施的难易及应用的广泛性等方面而言，有限差分这一类方法仍占相当优势，本书只介绍有限差分法。近年来文献中经常使用“有限容积法”这一名词，它就是将控制方程对有限大小的容积作积分以导出离散方程的方法，也属于有限差分法的范畴，是本书主要采用的一种方法。关于其它数值计算方法在传热学中的应用可参阅文献<sup>[2~7]</sup>。

这里要特别说明数值计算与分析解法及实验研究之间的关系。虽然许多复杂传热问题难以得出分析解，但不能因此而忽视分析解的作用。这是因为分析解的结果具有普遍性，各种影响因素清晰可见，同时它为检验数值计算的准确度提供了比较依据。在计算流体力学与计算传热学的发展过程中，每当提出一种新的数值方法时，常常使用这种方法计算一个有分析解的问题，通过