辐射的量子统计性质

W. H. 路易塞尔 著

科 学 出 版 社

辐射的量子统计性质

W. H. 路易塞尔 著
陈 水 于熙令 译
刘振鹏 校

科学出版社
1982

内 容 简 介

本书介绍辐射的量子统计理论的基本原理和运算技巧，内容偏重Lax学派的方法。全书共九章，前三章是量子力学基础知识；第四、五章分别叙述辐射场的量子化和辐射与物质的相互作用；第六、七章分别用密度矩阵方法和Langevin方法处理量子阻尼理论；第八章扼要阐述Lamb的半经典激光理论；最后一章讨论激光辐射的统计性质。本书的特点是推导非常详细，尤其是第三章的算符代数。本书可供物理专业或激光专业的研究生阅读，也可供对量子随机过程感兴趣的固体物理或低温物理等方面的科技人员参考。

William H. Louisell
QUANTUM STATISTICAL
PROPERTIES OF RADIATION
John Wiley 1973

辐射的量子统计性质

W. H. 路易塞尔 著
陈 水 于熙令 译
刘振鹏 校
责任编辑 王昌泰

科学出版社出版
北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1982年9月第一版 开本：787×1092 1/32
1982年9月第一次印刷 印张：19 5/8
印数：0001—3,200 字数：448,000

统一书号：13031·1987
本社书号：2704·13—3

定价： 3.00 元

序　言

激光的发明直接导致了非平衡量子统计力学的巨大发展. 虽然有许多人对发展这门学科作出过重大贡献，但是其中起主导作用的是 Yale 大学的 W. E. Lamb, Jr.、西德 Stuttgart 工学院的 H. Haken 及 Bell 电话实验室和纽约市学院的 M. Lax 以及他们的合作者. 本书的目的之一是介绍辐射的量子统计性质理论的若干发展，以期这些内容在物理学的其他领域也能得到应用. 本书仅强调基本理论和运算技巧，并不打算综述整个领域. 书中所选的一些参考文献仅仅是为了证明取材的来源，或为了提供基本运算技巧的实例.

本书内容偏重于 Lax 所发展的方法*，这是因为我曾经跟 Lax 密切共事过. 此外，Haken** 已写了一篇极好的文章，介绍了他的工作成果; Lamb*** 在 M. O. Scully 和 M. Sargent 的合作下，正在写一本书，阐述 Lamb 学派的观点. 我认为这两部杰出的著述对非平衡量子统计力学的全貌已作了完整的概括，因此本书不拟多作重复.

书中几乎没有提到 Harvard 大学的 R. J. Glauber 及 Rochester 大学的 L. Mandel 和 E. Wolf 在激光相干性方面所取得的巨大进展. 对此感兴趣的读者可参阅他们的著作.

---

* M. Lax, *Brandeis University Summer Institute of Theoretical Physics*, 1966, *Statistical Physics*, Vol. 2, M. Cretien, E. P. Gross and S. Leser (Eds.), Gordon and Breach, 1968.

** H. Haken, *Handbuch der Physik*, XXV 12C, *Light and Matter*, L. Genzel (Ed.).

*** W. Lamb, Jr., M. O. Scully and M. Sargent (1974年已出版——译者注).

此外，本书也不打算包括非线性光学的内容，在这方面领先作出重要贡献的仅举几位，其中有 Harvard 大学的 Bloembergen* 和 Michigan 大学的 Franken.

为从最基础的原理出发紧凑地介绍一下辐射的量子统计性质，我从自己的旧著"Radiation and Noise in Quantum Electronics"(«量子电子学中的辐射和噪声»)(McGraw-Hill, 1964)中借用了相当分量的材料.

本书的对象是对量子电子学感兴趣的物理学或电子工程学研究生，预期它对那些在其他学科(例如固体物理或低温物理)领域内工作的人也将有用，因为在这些领域内量子随机过程也占有重要地位. 阅读本书时，需要具备一定的量子力学和统计力学的基础知识.

第一章介绍非相对论量子力学的 Dirac 表述，许多读者可以略去不读. 但 1.20 和 1.21 两节分别介绍密度算符和约化密度算符，这两种算符在本书中起着关键的作用.

第二章讨论一些简单的量子系统. 在第一部分中介绍单个简谐振子的量子理论，引入了在辐射的量子理论中起着关键作用的玻色子产生算符和湮灭算符. 此外，还介绍了曾被 Glauber, Klauder 以及其他许多人广泛研究过其性质的相干态.

第二章第二部分研究轨道角动量和 Pauli 自旋算符. 在第三部分扼要地讨论了单个非相对论电子与电磁场的相互作用.

第三章对算符代数作了相当详尽的叙述. 在此之前，本章的许多内容从未以书的形式出现过. 这里不追求数学上的严密性，而是力图使这些运算技巧以有用的形式表现出来. 由 Lax 推广到任意量子算符的算符乘积编序方法，不仅对激光

* N. Bloembergen, *Nonlinear Optics*, New York: W. A. Benjamin, 1955.

物理学有用，而且对物理学的其他领域也已被证实是有用的。使用这些方法，就可以避开使人为难的量子对易问题，同时又可以保留问题的一切量子性特色。本章叙述特性函数、Wigner 分布函数、Wick 定理以及关于玻色子的广义 Wick 定理，并介绍了这些运算技巧的若干应用和最大熵原理。最大熵原理是由 Shannon 引入通讯理论中的，后来又经 Jaynes 及其合作者在统计力学的应用中作了进一步发展。也许有些读者有理由批评本章在形式推导上花费的篇幅过多，但我却认为花费一些功夫熟练掌握在这里介绍的一些运算技巧，对今后化简其他物理问题将是有用的。

在第四章以标准方式描述了电磁场的量子化，并讨论了密度算符在辐射场中的应用。

第五章研究辐射和物质的相互作用。其中包括：原子辐射的发射和吸收，谱线自然宽度和 Lamb 移位的 Wigner-Weisskopf 理论，Kramers-Heisenberg 散射截面及其在 Thomson 散射、Raman 散射和共振荧光中的应用，Doppler 效应等专题。

在第六章中，利用密度算符对阻尼现象的量子理论进行了相当全面的讨论，并介绍了损耗机制的一种模型，这种模型可以应用于物理学的许多领域；分别用 Schrödinger 图象和 Heisenberg 图象描述了 Markoff 近似；推导和讨论了阻尼谐振子和有限线宽原子的 Fokker-Planck 方程；此外，对出现在激光线宽理论中的旋转波 Van der Pol 振子也作了讨论。

第七章介绍阻尼量子理论中的 Langevin 方法。在经典的 Langevin 理论中出现的起伏随机力，在量子处理中变为算符。本章讨论由此产生的独特问题。在第三章引入的广义缔合分布函数对弄清这样一些问题有很大帮助。

为了给前七章中所介绍的理论提供例子，第九章讨论了

激光辐射的统计性质. 为了全书的完整性, 同时作为激光的入门, 第八章扼要地介绍了 Lamb 的半经典激光理论. 该理论是在早些时候发展的, 并已经证明也可以用来研究光频参量装置的统计性质. M. J. Stephens 和 M. O. Scully 曾有效地应用这些方法研究了超导 Josephson 结的统计性质.

多年来许多人给了我很大的帮助, 才使本书有可能写成. 特别要向 Bell 电话实验室的 M. Lax, J. P. Gordon 和 L. R. Walker 以及 Stanford 大学的 H. Heffner 所给予的帮助和鼓励致以深切的谢意. 此外, 还要特别感谢 John Wiley 公司的 Beatrice Shube 和 James Gaughan 在执笔中所给予的帮助.

W. H. 路易塞尔

1973年4月于南加州大学

目　录

第一章　量子力学的 Dirac 表述

经典力学不能解释有关原子和物质的稳定性、黑体辐射、固体比热、光和质点的波粒二象性等许多实验结果，使一些物理学家认识到，经典概念本来就不适合于描述发生在原子尺度上的那些事件的物理行为．为了解释这些物理现象，必须从根本上背离经典力学．这种背离所采取的方式是，提出如下假设作为自然界的一个基本定律：对物理系统进行的任何测量(或观察)所能达到的准确度都有一定的限度．就是说，无论实验者如何仔细、熟练或巧妙，实际测量本身总是以无法控制的方式干扰被测量的那个系统．测量所产生的干扰，反过来要求对经典的因果性概念加以修改，因为从经典的角度看来，系统和测量之间存在着必然的因果性关连．由于这一修改，导致了一种理论，在对一个系统进行测量时我们只能预言会出现某种结果的几率，而不象经典理论那样，能预言准确值．这种理论的几率解释和经典统计理论的几率解释根本不同．在经典统计理论中需要引入几率的概念，是因为在某些情况下测量实际上是不可能的，例如，盛在一容器内的 10^{23} 个气体分子的坐标和动量，虽然原则上可以完全准确地测量出来，实际上却做不到．在量子力学中，由于测量引起的干扰，甚至在原则上也不可能同时对坐标和动量进行准确测量．

另一方面，如果在某一期间内不进行测量，则系统在这一期间内的变化将按因果律发展．就是说，没有测量的干扰时，系统在时刻 t 的状态是按照一种完全可以预言的，因而也是合乎因果律的方式从早些时刻 t_0 的状态演变而来的．

由于量子力学的几率解释和因果性不充分，因此需要另一种类型的数学来描述，这种数学在许多方面不同于描述经典力学的数学. 本章大部分将用来介绍这种数学.

如果观察所引起的干扰可以忽略，经典力学就成立，所以经典力学必须作为一种极限情况包含在量子力学中. 在这种极限情况下，系统的量子描述应过渡到经典描述，假如量子系统有其经典类比的话. 这个原理叫做*对应原理*，它对量子力学可能采取的形式是一个限制.

本章简述非相对论量子力学的 Dirac 表述. 绝大部分内容仅限于讨论一维问题，因为对三维情形的推广是直接而明显的. 为简单起见，对简并问题也仅作扼要讨论. 在本章稍后部分说明 Schrödinger 表述可以作为较普遍的 Dirac 表述的特殊情况而得到.

在描述过程中，没有致力于严格的数学推导，并且为简单起见，省略了许多精致而较难的内容. 虽然理论的假设并不完整，但足以使读者掌握量子力学中的一些数学方法和物理概念. 简言之，本章仅是量子力学的 Dirac 表述的初步介绍；读者如果想要更深入的了解，可以参阅许多优秀的量子力学书中的任何一本[1-7].

Dirac 表述涉及到一个空间中的矢量(和算符)的概念，该空间可以是有限维的，也可以是无限维的. 为了说明在理论中这样的矢量是怎么出现的，下面我们举一个简单的例子. 考虑在势 $V(q)$ 中作一维运动的质量为 m 的一个粒子，其中 q 是粒子的坐标，q 可以取从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 的任何值；即粒子可以存在于一维空间中的任何地方. 根据波动力学的 Schrödinger 表述[4]，粒子在时刻 t 的态由坐标表象中的波函数 $\psi(q, t)$ 描述. 没有测量干扰的情况下，这个态是以完全合乎因果性的方式，按照所假设的 Schrödinger 波动方程

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial q^2}+V(q)\right]\psi(q,t)=i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(q,t),$$

从时刻 t_0 的态 $\psi(q, t_0)$ 演变过来的，式中 $\hbar$ 是 Planck 常数 h 除以 2π. 对 $\psi(q, t)$ 的几率解释（这是测定粒子的位置时所必需的）是：$|\psi(q, t)|^2dq$ 给出在测量位置的时刻 t，在 q 和 $q+dq$ 之间发现粒子的几率.

从 $\psi(q, t)$ 的 Fourier 变换，可以得另一函数*

$$\varphi(p,t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\int_{-\infty}^{\infty}\psi(q,t)\exp\left(-\frac{ipq}{\hbar}\right)dq.$$

此函数叫做动量表象中的波函数，式中 p 是粒子的动量. $\varphi(p, t)$ 完全由 $\psi(q, t)$ 所决定，$\psi(q, t)$ 表示系统在时刻 t 的态. 因此，认为 $\varphi(p, t)$ 和 $\psi(q, t)$ 都表示相同的力学态是合理的. $\varphi(p, t)$ 只不过是描述相同的力学态的另一方式而已. 对动量波函数 $\varphi(p, t)$ 的几率解释是：$|\varphi(p, t)|^2$ 给出动量测量值在 p 和 $p+dp$ 之间的几率.

量子力学理论可以完全等价地在坐标表象或动量表象中建立. 事实上，表象在量子力学中所起的作用和坐标系在几何学中所起的作用类似. 在普通的几何学中，可以用矢量而不用特定的坐标系来求解问题，而且这个方法更有普遍性. 令人感兴趣的问题是，在量子力学中是否可以不用特定的表象来表述？如果有，那末得出的结果将不依赖于任何特定的表象，而且在这样的表述中却仍然保留了使用特定表象时所具有的明显的优点. 正象使用矢量时可以选择坐标系那样，随时可以选择一个方便的表象来进行计算. 这就是量子力学的 Dirac 表述的目的：发展一种不依赖于任何特定表象的理论.

为说明从哪里着手，我们想利用矢量的概念，给时刻 t 的

---

* 若 $\int_{-\infty}^{\infty}|\psi(q)|^2dq$ 存在，则 Fourier 变换存在，即 $\psi(q)$ [以及 $\varphi(p)$] 必须是平方可积的.

波函数 $\psi(q)$ 一种几何解释*. 如前所述，坐标 q 能取从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 的任何值. 对各个特定值，如 q_1, q_2, q_3, …, 波函数分别取值 $\psi(q_1)$, $\psi(q_2)$, $\psi(q_3)$, …. 我们可以这样想象：无限维空间有一组互相垂直的坐标轴，各坐标轴分别由 $q(q_1, q_2, \cdots)$ 中的一个值标记，$\psi(q_1)$ 是某一个矢量在 q_1 轴上的投影，$\psi(q_2)$ 是同一个矢量在 q_2 轴上的投影，如此等等. 这样，矢量就和它的全部分量一样，也表示系统的同一个态. 该矢量不是一个普通的矢量，因为它具有复数的性质. 象标记一个普通矢量那样，我们也要以专用的符号标记它. Dirac 以 $|\ \rangle$ 的符号来标记这种类型的矢量，并把它叫做右矢量，或简称右矢以区别于普通矢量. 分量为 $\psi(q_1)$, $\psi(q_2)$, … 的特定矢量叫做右矢 ψ，以 $|\psi\rangle$ 标记. 图 1.1 示出了矢量 $|\psi\rangle$ 及其沿上述互相垂直的各轴的"分量"的非常粗略的示意图. 遗憾的是，只能画出这些轴中的三个.

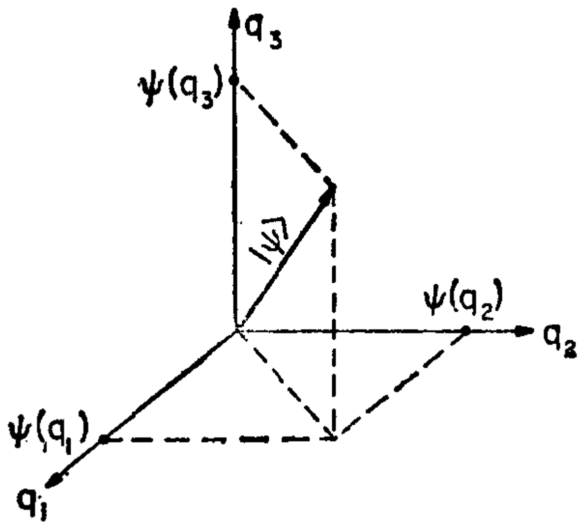

图 1.1　右矢及其在坐标表象中的三个分量的示意图

作为类比，设 $\mathbf{A}$ 是一个普通矢量，(x, y, z) 是一个直角坐标系，则 $\mathbf{A}$ 可由它的沿这些轴的分量确定：$\mathbf{A}=(A_x, A_y, A_z)$；即 $\mathbf{A}$ 可由它的分量表示. 同样，$|\psi\rangle$ 可由沿正交的各 q 轴的分量确定：$|\psi\rangle=[\psi(q_1), \psi(q_2), \cdots]$. 因此，$\mathbf{A}$ 所表示的矢量和它的沿各轴的分量所表示的矢量相同；$|\psi\rangle$ 所表示

* 这里给的几何解释至多也只能是启发性质的，实际上并不正确. 不过它有助于使读者得到矢量空间的直觉认识. 这一空间叫做 Hilbert 空间，定义为由位形空间中的平方可积函数构成的空间.

的系统的态和它的各分量所表示的系统的态相同．这种情况下的矢量 $|\psi\rangle$ 叫做在坐标表象中的矢量．

令 (x', y', z') 为相对于原直角坐标系 (x, y, z) 作一个转动而得到的另一组直角坐标系．矢量 $\mathbf{A}$ 也可以由沿 (x', y', z') 的分量确定：$\mathbf{A}=(A_{x'}, A_{y'}, A_{z'})$．同样地，$|\psi\rangle$ 也可以在另一个表象中表达：$|\psi\rangle=[\varphi(p_1), \varphi(p_2), \varphi(p_3), \cdots]$．这种表象叫做动量表象．如图1.2所示，我们把 $\varphi(p_1)$, $\varphi(p_2)$, $\varphi(p_3)$, $\cdots$ 粗略地看成是同一个矢量 $|\psi\rangle$ 在经过转动后的一组正交轴上的各分量．q 和 p 的关系由 Fourier 变换给出．

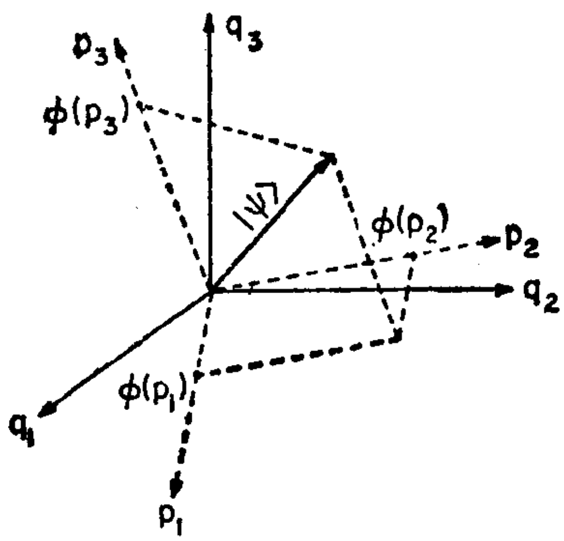

图1.2　右矢及其在动量表象中的三个分量的示意图

显然，除上述两种表象外，必定还存在无数个等价的其他表象．如果不在理论中引入矢量的概念，这一点可能不会那么明显．为进一步发展理论，现在必须用更精确的方式规定右矢的性质．

1.1　右　　矢

如前所述，Dirac 把用 $|a\rangle$, $|x\rangle$ 等符号指定的矢量叫做右矢．一般的右矢的符号是 $|\ \ \rangle$，$|\ \ \rangle$ 内的字母表示特定的右矢．

根据上面的讨论，我们把所考虑的力学系统的各个态和一个右矢联系起来．因为我们将假定，系统的态的一个线性