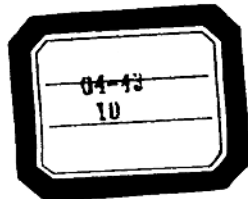


高等学校适用教材

大学物理 教程

主 编 刘裕勤 马文采
副主编 王玉林 徐昌业 夏思澍

中国计量出版社



501119619

1723144

高等学校适用教材

大学物理教程

主 编 刘裕勤 马文采

副主编 王玉林 徐昌业 夏思渊



中国计量出版社



B1024449

(京)新登字 024 号

图书在版编目(CIP)数据

大学物理教程 / 刘裕勤, 马文采编. — 北京: 中国计量出版社, 1996. 10
ISBN 7-5026-0896-6 / O · 9

I. 大… I. ①刘… ②马… III. 物理-高等学校-教材 IV. 04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 18514 号



中国计量出版社出版

北京和平里西街甲2号

邮政编码 100013

河北省永清县第一胶印厂印刷

新华书店北京发行所发行

版权所有 不得翻印

★

787×1092 毫米 16 开本 印张 26 字数 660 千字

1996 年 12 月第 1 版 1996 年 12 月第 1 次印刷

★

印数 1—6000 定价: 31.00 元

前 言

本书是根据国家教委审定的《高等工业学校大学物理课程教学基本要求(修订稿)》(1992年10月)的精神,结合编者多年的教学经验,并借鉴国内外教材的优点编写而成的。在编写过程中,我们力求做到以下几点:

一、以辩证唯物主义思想为指导,阐明物质的基本运动形式及其相互联系、相互转化的基本规律。

二、既注重知识的传授,又注重能力的培养,为此,在对物理概念的讲述上,力求清晰、简明、严谨,有明确的定义,使学生了解它的来龙去脉和物理涵义,从而建立起明确的物理图像,在接受物理知识的同时,又能领略到物理思想,逐步养成科学的思维方法,提高物理素养,使他们逐步学会抓住事物的本质,忽略次要因素,建立“理想模型”的科学方法。

三、注意了与中学物理的衔接和与后继课的合理分工,适当提高了起点,避免了不必要的重复。精选内容,合理编排,遵循教学规律,循序渐进,逐层深化,积极运用高等数学表达物理规律,使本教材有较强的系统性、科学性和实用性。

四、贯彻理论联系实际的原则,在讲清物理规律的同时,适当介绍在科学技术及日常生活中的应用,以开阔学生视野、激发学习热情。另外,还通过一些与实际联系密切的例题、习题、思考题等,以加强学生对基本概念和规律的理解,培养运用所学理论处理实际问题的能力。

参加本书编写工作的有:郭成信、黄玉成、马裕民、武瑞兰、王廷津、刘裕勤、李富珮、李月芬、马文采、王玉林、高建华、刘东红、李蕾、管立、刘文利等同志。马文采做了大量的组织协调工作。本书先在部分班级试用,在试用的基础上进行了全面的修改和补充,刘裕勤承担第一至第七章,徐昌业承担第八至第十二章,王玉林承担第十三至第十七章,马文采承担第十八至第二十二章,全书最后由刘裕勤统稿。

在本书编写过程中,得到陈广桐、王蕴珊等同志的热情支持,在此表示感谢。

由于我们的学识和教学经验的限制,错误和不当之处在所难免,敬请专家、同仁和使用本书的师生指正。

编 者

1996年5月

目 录

第一篇 力学

第一章 质点运动学	(3)
第一节 参考系 质点	(3)
第二节 质点的位移 速度和加速度	(4)
第三节 几种典型的运动	(10)
第四节 相对运动	(14)
思考题	(16)
习 题	(16)
第二章 牛顿运动定律	(19)
第一节 牛顿运动定律	(19)
第二节 几种常见力	(22)
第三节 力学单位制和量纲	(24)
第四节 牛顿定律应用举例	(26)
思考题	(29)
习 题	(30)
第三章 功和能	(33)
第一节 功 质点的动能定理	(33)
第二节 保守力的功 势能	(35)
第三节 功能原理 机械能守恒定律	(38)
思考题	(40)
习 题	(41)
第四章 动量和角动量	(43)
第一节 动量定理 动量守恒定律	(43)
第二节 质心 质心运动定理	(46)
第三节 碰撞	(47)
第四节 质点的角动量和角动量守恒定律	(50)
思考题	(51)
习 题	(52)
第五章 刚体的定轴转动	(54)
第一节 刚体的定轴转动	(54)
第二节 转动定律 转动惯量	(56)

第三节 力矩的功 转动动能定理	(61)
第四节 定轴转动的角动量和角动量守恒定律	(62)
思考题	(66)
习 题	(67)

第二篇 热 物 理 学

第六章 气体动理论	(73)
第一节 系统、平衡态、理想气体状态方程	(73)
第二节 理想气体压强公式	(75)
第三节 理想气体分子平均平动动能与温度的关系	(78)
第四节 能量按自由度均分定理 理想气体的内能	(80)
第五节 麦克斯韦速率分布律	(82)
第六节 分子的平均碰撞频率及平均自由程	(86)
第七节 气体内部的输运现象	(88)
第八节 真实气体 范德瓦耳斯方程	(92)
第九节 玻耳兹曼分布律	(95)
思考题	(97)
习 题	(97)
第七章 热力学基础	(99)
第一节 内能 功 热量	(99)
第二节 热力学第一定律	(100)
第三节 热力学第一定律在理想气体等值过程中的应用	(102)
第四节 绝热过程	(106)
第五节 循环过程 卡诺循环	(109)
第六节 热力学第二定律	(113)
第七节 可逆过程和不可逆过程	(114)
第八节 卡诺定理	(116)
第九节 热力学第二定律的统计意义	(117)
第十节 熵	(118)
思考题	(123)
习 题	(123)

第三篇 电 磁 学

第八章 真空中的静电场	(129)
第一节 电荷 库仑定律	(129)
第二节 静电场 电场强度	(131)
第三节 电场线 电通量	(136)
第四节 高斯定理	(138)
第五节 静电场力的功、电势	(142)
第六节 等势面 场强与电势的关系	(146)
思考题	(150)
习 题	(151)

第九章 静电场中的导体和电介质	(153)
第一节 静电场中的导体	(153)
第二节 电 容	(158)
第三节 电介质的极化	(163)
第四节 有介质时的高斯定理	(167)
第五节 电场的能量	(169)
思考题	(173)
习 题	(173)
第十章 电流与磁场	(176)
第一节 稳恒电流	(176)
第二节 磁感强度 磁感线 磁通量	(178)
第三节 毕奥-沙伐尔-拉普拉斯定律	(181)
第四节 安培环路定理及其应用	(184)
第五节 磁场对载流导体的作用	(188)
第六节 磁场对运动电荷的作用 霍尔效应	(192)
思考题	(194)
习 题	(195)
第十一章 磁介质	(199)
第一节 物质的磁性 顺磁质和抗磁质	(199)
第二节 磁化强度矢量	(201)
第三节 有磁介质时的安培环路定理	(202)
第四节 铁磁质	(204)
思考题	(208)
习 题	(208)
第十二章 电磁感应和麦克斯韦方程组	(210)
第一节 电源的电动势	(210)
第二节 法拉第电磁感应定律	(211)
第三节 动生电动势和感生电动势	(213)
第四节 涡电流 趋肤效应	(219)
第五节 自感和互感	(221)
第六节 磁场的能量	(225)
第七节 位移电流与安培环路定理的推广	(227)
第八节 麦克斯韦方程组	(230)
思考题	(232)
习 题	(233)

第四篇 振动与波动

第十三章 振动学基础	(239)
第一节 简谐振动	(239)
第二节 描述简谐振动的特征量	(241)
第三节 简谐振动的能量	(245)
第四节 同方向简谐振动的合成	(245)

第五节 垂直谐振动的合成	(248)
第六节 阻尼振动 受迫振动	(250)
思考题	(252)
习 题	(253)
第十四章 波动学基础	(256)
第一节 机械波的产生和传播	(256)
第二节 平面简谐波的波动方程	(260)
第三节 波的能量和强度	(262)
第四节 惠更斯原理	(265)
第五节 波的叠加原理 波的干涉	(267)
第六节 驻波	(269)
第七节 电磁波	(272)
第八节 多普勒效应	(275)
思考题	(277)
习 题	(277)

第五篇 波动光学

第十五章 光的干涉	(283)
第一节 光的相干性	(283)
第二节 分波阵面法产生光的干涉	(284)
第三节 光程和光程差	(287)
第四节 分振幅法产生光的干涉	(288)
第五节 迈克尔逊干涉仪	(293)
第六节 光的时间相干性和空间相干性	(294)
思考题	(295)
习 题	(296)
第十六章 光的衍射	(299)
第一节 光的衍射现象 惠更斯-菲涅耳原理	(299)
第二节 单缝的夫琅和费衍射	(300)
第三节 光栅衍射	(304)
第四节 光学仪器的分辨率	(309)
第五节 X射线的衍射	(310)
思考题	(312)
习 题	(313)
第十七章 光的偏振	(314)
第一节 光的五种偏振态	(314)
第二节 起偏和检偏 马吕斯定律	(315)
第三节 反射和折射时光的偏振	(317)
第四节 晶体的双折射	(318)
第五节 偏振光的干涉 人为双折射	(323)
思考题	(326)
习 题	(327)

第六篇 近代物理

第十八章 狭义相对论简介	(331)
第一节 伽利略变换 牛顿的绝对时空观	(331)
第二节 迈克尔逊-莫雷实验	(333)
第三节 狭义相对论的基本原理 洛伦兹变换	(335)
第四节 相对论的时空观	(338)
第五节 相对论动力学基础	(342)
思考题	(346)
习 题	(346)
第十九章 光的量子性	(348)
第一节 热辐射 黑体辐射定律	(348)
第二节 普朗克公式 普朗克能量子假设	(351)
第三节 光电效应 爱因斯坦方程	(352)
第四节 康普顿效应	(356)
思考题	(358)
习 题	(358)
第二十章 原子的量子理论	(360)
第一节 原子的核型结构	(360)
第二节 氢原子的光谱规律	(361)
第三节 玻尔氢原子理论	(362)
第四节 德布罗意假设 不确定性关系	(364)
第五节 波函数 薛定谔方程	(369)
第六节 一维势阱	(371)
第七节 氢原子 电子自旋	(373)
第八节 多电子原子 原子的电子壳层结构	(375)
思考题	(379)
习 题	(380)
第二十一章 激光	(381)
第一节 自发吸收和辐射	(381)
第二节 产生激光的条件	(382)
第三节 激光器	(383)
第四节 激光的特性及其应用	(385)
思考题	(387)
第二十二章 固体的能带理论基础	(388)
第一节 固体的能带	(388)
第二节 导体、绝缘体、半导体	(389)
第三节 半导体的导电机构	(391)
第四节 P-N 结及其应用	(392)
第五节 超导电性简介	(393)
思考题	(395)
习题答案	(396)

第一篇 力 学

自然界是由形形色色的物质组成的,一切物质都在不停地运动着。而物质的运动形式又是多种多样的,其中最简单最基本的是机械运动。所谓机械运动是指物体之间或物体各部分之间相对位置随时间而变化的过程。如地球绕太阳的运行,火车在铁路上的行驶,机器的运转等都是机械运动。力学是研究机械运动的客观规律及其应用的科学。

为研究的方便,常把力学分为运动学和动力学,前者的主要任务是描写运动,而后者则是研究物体运动变化的原因和规律。

（一）
（二）
（三）
（四）
（五）
（六）
（七）
（八）
（九）
（十）
（十一）
（十二）
（十三）
（十四）
（十五）
（十六）
（十七）
（十八）
（十九）
（二十）
（二十一）
（二十二）
（二十三）
（二十四）
（二十五）
（二十六）
（二十七）
（二十八）
（二十九）
（三十）
（三十一）
（三十二）
（三十三）
（三十四）
（三十五）
（三十六）
（三十七）
（三十八）
（三十九）
（四十）
（四十一）
（四十二）
（四十三）
（四十四）
（四十五）
（四十六）
（四十七）
（四十八）
（四十九）
（五十）
（五十一）
（五十二）
（五十三）
（五十四）
（五十五）
（五十六）
（五十七）
（五十八）
（五十九）
（六十）
（六十一）
（六十二）
（六十三）
（六十四）
（六十五）
（六十六）
（六十七）
（六十八）
（六十九）
（七十）
（七十一）
（七十二）
（七十三）
（七十四）
（七十五）
（七十六）
（七十七）
（七十八）
（七十九）
（八十）
（八十一）
（八十二）
（八十三）
（八十四）
（八十五）
（八十六）
（八十七）
（八十八）
（八十九）
（九十）
（九十一）
（九十二）
（九十三）
（九十四）
（九十五）
（九十六）
（九十七）
（九十八）
（九十九）
（一百）

第一章 质点运动学

力学中描述质点的位置如何随时间变化的这部分内容叫做质点运动学。在这一章中,主要介绍为了定量描述质点的运动而引入的几个重要物理量,如位置矢量、位移、速度、加速度、角速度和角加速度等,以及这些物理量之间的关系。

第一节 参考系 质点

一、参考系和坐标系

房屋、电杆、桥梁等相对地球是静止的,但地球既绕地轴自转,又绕太阳公转,太阳又绕着银河系的中心运动,银河系也在运动。宇宙间一切物体都处在永不停息的运动中。绝对静止的物体是没有的,这就是运动的绝对性。

既然宇宙间一切物体都在运动,为了描述物体在空间的位置及运动状态,必须选择另一个物体或物体系作为参考,这个被选作参考的物体或物体系称为参考系。在运动学中参考系的选择是任意的,通常要看问题的性质和研究的方便。例如研究地面上物体的运动,选择地面作参考系最为方便。研究地球和其它行星的运动,通常选择太阳作为参考系。

同一物体的运动,由于选择的参考系不同,对它运动状态的描述就不相同。例如在沿水平方向作匀速直线运动的车厢中,有一物体自由落下,若以车厢为参考系,物体作竖直的匀加速直线运动;若以地面为参考系,物体作平抛运动。同一物体的运动在不同的参考系有不同描述,这一事实称为运动描述的相对性,因此在描述物体的运动时必须指明所选取的参考系。

为了定量描述物体的运动情况,还需要在参考系上建立坐标系,物体的位置完全由坐标确定。一般对三维空间的运动,常用空间直角坐标系 (x, y, z) ,对二维平面运动,常用平面直角坐标系 (x, y) 或极坐标系 (r, θ) 。究竟选用什么坐标系为好,应以研究问题的方便、简捷为准。

二、质点

物体都有一定的大小和形状,在一般情况下,物体上各点的运动情况是各不相同的,而且物体的大小和形状也可能发生变化。但在某些情况下,如果物体本身的线度远小于问题中的其它线度,物体的大小和形状不起作用或所起作用很小,这时为了抓住主要因素和掌握物体的基本运动情况,就可以把物体看作一个只具有质量而不考虑大小和形状的理想物体,并将其称为质点。

质点是一个理想化的模型,是从具体事物中抽象出来的一个简化概念。这样的理想模型,对突出主要性质,忽略次要性质,简化问题的研究是非常必要的。除质点外,以后涉及的刚体、理想气体、点电荷、绝对黑体等都是理想化的模型。

一个物体能否看作质点要由问题的性质而定。例如,研究地球绕太阳公转时,由于地球的

平均半径(约 6 400 km)比地球与太阳间的距离(约为 1.5×10^8 km)小得多,地球上各点相对太阳的运动可视为相同。这时,地球的大小和形状就可忽略不计,地球便可视为质点。但在研究地球自转时,其大小和形状就不能忽略了。

三、时间和时刻

在研究质点运动时,我们应该区别“时间”和“时刻”这两个概念。“时刻”是指时间过程中的某一瞬时,例如火车 8 点整从甲站开出,10 点整到达乙站,这个 8 点和 10 点就是火车运动的起始和终止“时刻”。从 8 点到 10 点经过 2 小时,这 2 小时就是从起点到终点所经过的时间间隔,简称“时间”。质点运动经过某一位置时对应某一时刻,经过某一段路程对应某一段时间。

第二节 质点的位移 速度和加速度

一、质点的运动方程 位置矢量

1. 运动方程和轨迹方程

当质点运动时,其位置随时间连续变化。描述质点位置随时间变化的函数式称为质点的运动方程。

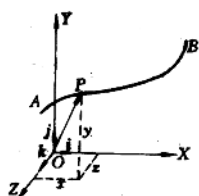


图 1-1

如图 1-1 所示,当采用直角坐标系讨论质点的运动时,其任一时刻的位置可由三个正交坐标 x, y, z 来确定,它们是时间 t 的函数,则式(1-1)所示的方程组就是质点的运动方程在直角坐标系中的表达式。

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad (1-1)$$

由式(1-1)可以求得质点在各个时刻的坐标,从而可以画出质点的运动路径,质点运动的路径称为轨迹。式(1-1)也可以看作是轨迹的参数方程。如果我们要用坐标间的函数式来表示轨迹方程,那么只需将式(1-1)联立消去时间 t 就可得到。

例 1-1 设质点的运动方程为

$$\begin{cases} x = R \cos \omega t \\ y = R \sin \omega t \\ z = \frac{h}{2\pi} \omega t \end{cases}$$

其中 $h > 0, \omega > 0$, 求此质点的运动轨迹。

解 将第三方程分别代入第一和第二两方程,得到 $x = R \cos \frac{2\pi z}{h}$ 和 $y = R \sin \frac{2\pi z}{h}$ 两曲面方程,两曲面的交线即为质点的运动轨迹,显然它是在 $x^2 + y^2 = R^2$ 这一圆柱面上,螺距为 h 的螺旋线,如图 1-2 所示。

2. 位置矢量

质点的位置也可用由原点 O 引向质点所在位置的径矢 r 表示, r 称为位置矢量,简称位矢。 r 的方向表明质点相对于原

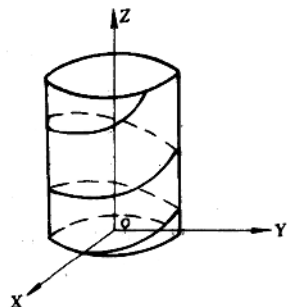


图 1-2

点的方位, r 的模表明原点到质点的距离。显然, 质点的坐标 x, y, z 是 r 在正交坐标轴上的分量, 它们之间的关系为

$$r = xi + yj + zk \quad (1-2)$$

其中 i, j, k 分别为 X, Y, Z 轴上的单位矢量。质点的运动方程亦可用矢量函数表示为

$$r = r(t) \quad (1-3)$$

如果质点在一直线上运动, 可取该直线为 X 轴, 则质点的运动方程可用一个标量函数表示为

$$x = x(t)$$

如果质点在一平面上运动, 可在该平面上建立一平面直角坐标系 XOY , 则质点运动方程的分量为

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$$

其矢量式可表示为

$$r = x(t)i + y(t)j$$

二、位 移

为简单起见, 我们只讨论质点作平面运动的情况, 如图 1-3 所示, 在 t 时刻质点位于 P 点, 其位置矢量为 r_1 , 在 $t + \Delta t$ 时刻质点运动到 Q 点, 其位置矢量为 r_2 , 从 P 引向 Q 的有向线段 Δr , 称为质点在 Δt 时间内的位移。位移是矢量, 其大小等于由 P 到 Q 的距离, 方向由 P 指向 Q 。由图 1-3 和式(1-2)可知

$$\begin{aligned} \Delta r &= r_2 - r_1 \\ &= \Delta xi + \Delta yj \\ &= (x_2 - x_1)i + (y_2 - y_1)j \end{aligned}$$

位移的大小 $|\Delta r| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$, 位移的方向可用 Δr 与 OX 轴的正向夹角 φ 表示:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

位移和路程都是描写质点运动的物理量, 但两者是不同的。路程 Δs 是质点运动路径的长度, 是标量, 而位移 Δr 是矢量, 一般 $|\Delta r|$ 与 Δs 不相等。

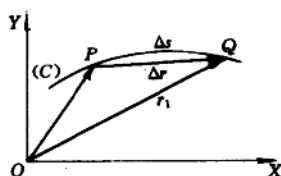


图 1-3

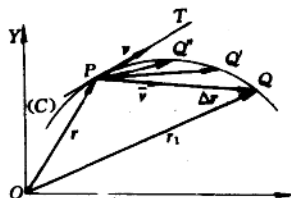


图 1-4

三、速 度

设质点在图 1-4 所示的曲线上运动, 运动方程 $\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)$, t 时刻质点的位置矢量为 $\mathbf{r}_1=\mathbf{r}(t)$, $t+\Delta t$ 时刻质点的位置矢量为 $\mathbf{r}_2=\mathbf{r}(t+\Delta t)$, 则在 Δt 时间内质点的位移为 $\Delta\mathbf{r}=\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1$, 将位移 $\Delta\mathbf{r}$ 与时间 Δt 的比值定义为质点在这段时间内的平均速度, 用 $\mathbf{v}$ 表示, 即

$$\mathbf{v}=\frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t}$$

平均速度是矢量, 其大小为 $|\mathbf{v}|=|\Delta\mathbf{r}|/\Delta t$, 其方向为 $\Delta\mathbf{r}$ 的方向 (由 P 指向 Q)。平均速度一般与所取时间间隔 Δt 有关, 所以说到平均速度时, 必须指明是哪一段时间内的平均速度。

平均速度只能粗略地描述一段时间内质点的运动快慢和方向。为了描述质点运动的瞬时情况, 就要把 Δt 取得尽量小, 因此当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, 比值 $\Delta\mathbf{r}/\Delta t$ 的极限就能精确描述质点在 t 时刻运动的快慢和方向。我们将这个极限定义为质点在 t 时刻的瞬时速度, 简称速度, 并用 $\mathbf{v}$ 表示, 即

$$\mathbf{v}=\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad (1-4)$$

瞬时速度 $\mathbf{v}$ 是矢量, 它的方向是 $\Delta t \rightarrow 0$ 时位移 $\Delta\mathbf{r}$ 的极限方向, 即 P 点的切线 PT 方向; 速度 $\mathbf{v}$ 的大小为

$$\begin{aligned} |\mathbf{v}| &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta\mathbf{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta\mathbf{r}|}{\Delta s} \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta s} \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} \end{aligned}$$

式中 Δs 是 Δt 时间内质点沿轨迹经过的路程, 比值 $\Delta s/\Delta t$ 称为质点在 Δt 时间内的平均速率。当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, 比值 $\Delta s/\Delta t$ 的极限称为瞬时速率, 并用 v 表示:

$$v=\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \quad (1-5)$$

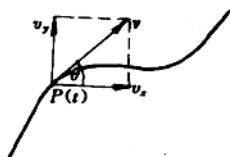


图 1-5

当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, $|\Delta\mathbf{r}|$ 与 Δs 趋于相等, 即 $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta\mathbf{r}|}{\Delta s} = 1$, 所以速度的大小等于速率, 即 $|\mathbf{v}|=v=\frac{ds}{dt}$ 。因 $\mathbf{r}=xi+yj$, 所以

$$\mathbf{v}=\frac{d\mathbf{r}}{dt}=\frac{dx}{dt}\mathbf{i}+\frac{dy}{dt}\mathbf{j}=v_x\mathbf{i}+v_y\mathbf{j} \quad (1-6)$$

其中, $v_x=\frac{dx}{dt}$, $v_y=\frac{dy}{dt}$ 为速度 $\mathbf{v}$ 在 X 、 Y 轴上的分量, 所以速度的大小

即速率可由下式计算:

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2} \quad (1-7)$$

速度的方向可用 $\mathbf{v}$ 与 X 轴正向的夹角 θ 表示为

$$\tan\theta=\frac{v_y}{v_x}=\frac{dy/dt}{dx/dt}$$

例 1-2 已知质点的运动方程为 $x=R(\frac{1}{2}+\cos\omega t)$, $y=R\sin\omega t$, 其中 R 、 ω 为常量, 求质点运动的轨迹和速度。

解 将运动方程改写为

$$x - \frac{R}{2} = R \cos \omega t, y = R \sin \omega t$$

两式联立消去 t 得轨迹方程

$$\left(x - \frac{R}{2}\right)^2 + y^2 = R^2$$

由此可见,质点的运动轨迹是圆心在点 $(\frac{R}{2}, 0)$ 处,半径为 R 的圆。速度分量分别为

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -\omega R \sin \omega t, v_y = \frac{dy}{dt} = \omega R \cos \omega t$$

速度大小为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \omega R \sqrt{\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t} = \omega R$$

因此质点作匀速率圆周运动。速度方向由 v 与 X 轴的夹角 θ 决定

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = -\cot \omega t$$

所以

$$\theta = \frac{\pi}{2} + \omega t$$

由图 1-6 可见,质点在圆周上沿逆时针方向运动。

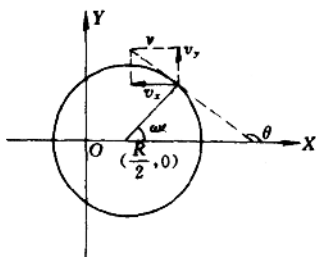


图 1-6

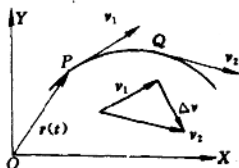


图 1-7

四、加 速 度

质点运动时,其速度通常随时间发生变化。如图 1-7 所示,质点的运动方程由 $r=r(t)$ 表示,在 t 时刻质点在 P 点,速度为 v_1 ,经过 Δt 时间后,质点运动到 Q 点,速度变为 v_2 ,则在 Δt 时间内速度的增量为 $\Delta v = v_2 - v_1$ 。作速度矢量 v_1, v_2 及其增量 Δv 的关系图,我们将速度增量 Δv 与产生这一增量所用时间 Δt 的比值定义为质点在 Δt 时间内的平均加速度,用 a 表示,即

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (1-8)$$

平均加速度 a 也是矢量,其方向就是 Δv 的方向,其大小为 $|a| = \frac{|\Delta v|}{\Delta t}$ 。平均加速度只能粗略描述质点在 Δt 时间内速度变化的快慢程度。为了精确描述质点速度变化的快慢程度,需引入瞬时加速度的概念。我们将 $\Delta t \rightarrow 0$ 时,平均加速度的极限定义为瞬时加速度,简称加速度,用 a 表示,即

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \quad (1-9)$$

加速度是矢量,它的方向为 Δv 的极限方向。而 Δv 是指向轨迹曲线凹的一侧,所以加速度 a 也总是指向轨迹曲线凹的一侧。因为

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j}$$

所以

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}\mathbf{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\mathbf{j} \quad (1-10)$$

令 $a_x = d^2x/dt^2$ 、 $a_y = d^2y/dt^2$ 为加速度 $\mathbf{a}$ 在 X 、 Y 轴上的分量。由此可得加速度 $\mathbf{a}$ 的大小为

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \quad (1-11)$$

$\mathbf{a}$ 的方向,也可由 $\mathbf{a}$ 与 X 轴的夹角 α 来表示:

$$\tan \alpha = \frac{a_y}{a_x} \quad (1-12)$$

例 1-3 质点的运动方程仍为例题 1-1 中所给出的形式,试求质点的加速度。

解 由例题 1-1 中所得速度分量

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -\omega R \sin \omega t, v_y = \frac{dy}{dt} = \omega R \cos \omega t$$

得加速度分量为

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 R \cos \omega t, a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = -\omega^2 R \sin \omega t$$

由此可知加速度的大小为

$$a = \omega^2 R \sqrt{\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t} = \omega^2 R$$

t 时刻加速度 $\mathbf{a}$ 与 X 轴的夹角 α 由下式决定

$$\tan \alpha = \frac{a_y}{a_x} = \tan \omega t$$

所以

$$\alpha = \omega t$$

若将加速度表为矢量式,有

$$\mathbf{a} = -(\omega^2 R \cos \omega t \mathbf{i} + \omega^2 R \sin \omega t \mathbf{j}) = -\omega^2 \left[\left(x - \frac{R}{2}\right) \mathbf{i} + y \mathbf{j} \right]$$

若令 ρ 表示从圆心 $(\frac{R}{2}, 0)$ 到质点 (x, y) 的径矢,即 $\rho = (x - \frac{R}{2})\mathbf{i} + y\mathbf{j}$, 则上式可改写为

$$\mathbf{a} = -\omega^2 \rho$$

可见,在匀速率圆周运动中,加速度沿半径指向圆心。

以上两例题是由已知的运动方程,用微分法求速度和加速度。反之,若已知加速度 $\mathbf{a}(t)$ 及初始条件(初始速度和初始位置),可用积分法求得运动方程。

五、切向加速度和法向加速度

质点作平面曲线运动时,常用自然坐标中的切向加速度和法向加速度来描述速度的变化情况。如图 1-8 所示, t 时刻质点在 P 点,速度为 $\mathbf{v}_1$, 经过 Δt 时间运动到 Q 点,速度为 $\mathbf{v}_2$, 速度的增量为 $\Delta \mathbf{v}$ 。在 $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ 的矢量三角形中,从 AC 上截取 $AD = AB = v_1$, 显然 $DC = v_2 - v_1$ 。连接 BD , 将 $\Delta \mathbf{v}$ 分解为 Δv_n 和 Δv_t , 则

$$\Delta \mathbf{v} = \Delta v_n + \Delta v_t$$

由加速度的定义知

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_n}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_t}{\Delta t} \quad (1-13)$$

式中第一项用 a_n 表示,即