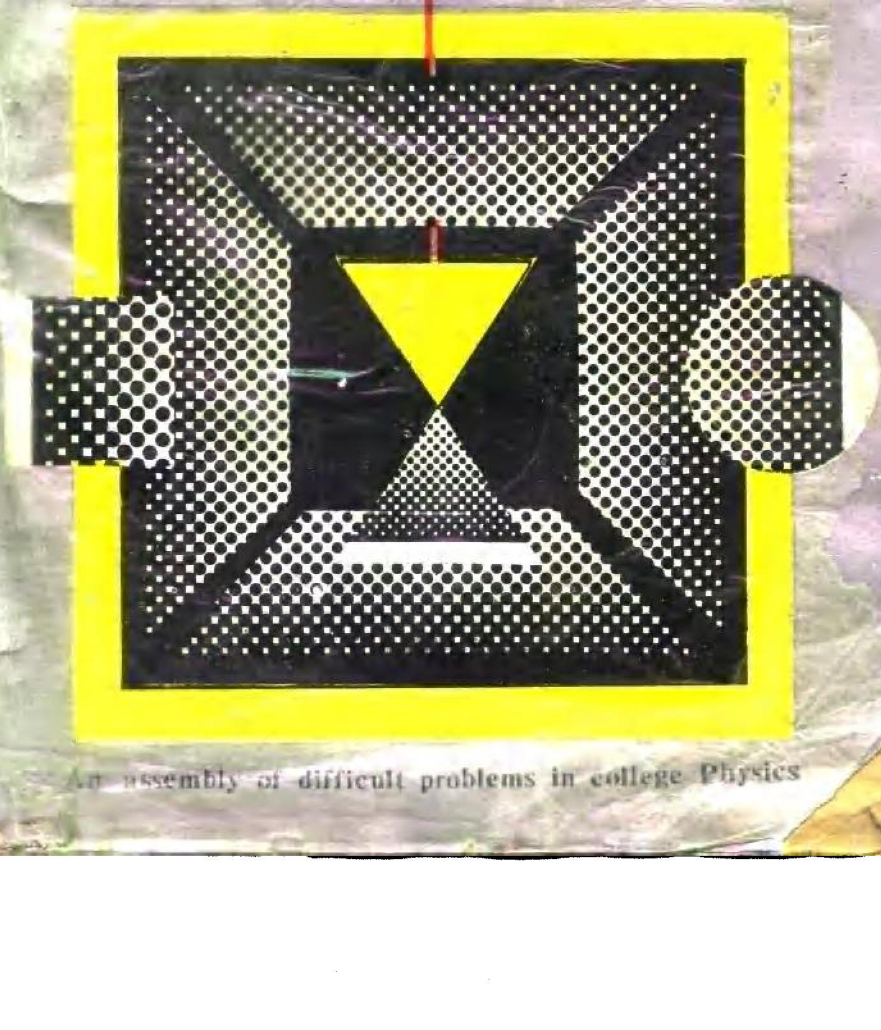
物理学难题集萃

〔附基本题·附详解〕上册

陈秉乾 胡望雨 舒幼生 金仲辉 编

高等教育出版社



An assembly of difficult problems in college Physics

物理学难题集萃

（附基本题·附详解）

上　　册

陈秉乾　胡望雨
舒幼生　金仲辉　编

高等教育出版社

（京）112号

本书集萃了各类物理习题600余道，是作者从众多材料中加以精选，改造和演变，连同数十年的教学经验积累，撰写而成的。全书题目类型齐全，内容新颖，灵活实用。全书分力学、热学、电磁学、光学、狭义相对论五部分。又各设基本题和难题，题题有解。基本题突出的特点是解题思路明确，方法简炼，以强化学生解题规范化的训练；难题是本书的重点，而难题的“解题分析”则是本书的精华。对每个难题的分析，展现出本书作者对问题的视角，即定性的物理分析。书中的题目不拘一格，呈现出来的思路也是多姿多彩的。

本书文字简炼、流畅、用词准确，连同其思路的明晰，构成一本不可多得的佳作。本书分上、下册，可供各类高校物理专业师生使用，对国内外研究生考试有选用参考价值，也可作中学物理奥林匹克竞赛及各类物理竞赛代表队组织培训时的资料，供有志于物理竞赛的中学生及中学教师使用。

责任编辑　奚静平

物理学难题集萃
（附基本题·附详解）
上　册
陈秉乾　胡望雨
舒幼生　金仲辉　编
*
高等教育出版社出版
新华书店总店科技发行所发行
北京印刷二厂印装
*
开本 850×1168　1/32　印张18.375　字数 470 000
1993年5月第1版　1993年6月第1次印刷
印数0001—8295
ISBN7-04-004283-5/O·1225
定价 9.20 元

前　言

在普通物理课程的教学中，习题是一个重要环节。它对于正确地、深入地理解基本内容，培养分析问题和解决问题的能力，具有不可替代的重要作用。因而，如何适当选用各种习题特别是难题，如何提高学生的解题能力，迎接各类考试和竞赛的挑战，已经成为广大师生瞩目的课题。

北京大学物理系普通物理教研室从1952年院系调整以来，走过了约四十年漫长的教学历程。近十余年来，在国内、国外（中国-美国联合招考物理研究生项目，即CUSPEA项目，1980－1989）各类研究生考试，全国中学生物理竞赛，国际中学生物理奥林匹克竞赛（IPhO）以及其他各类物理竞赛中，又参与了命题、辅导培训、阅卷分析等工作，积累了大量的资料和经验。奉读者的“物理学难题集萃（附基本题，附详解）”一书就是在上述背景下，精心编纂而成的。

本书以“难题集萃”为名，显然，如何精选题目是编者面临的关键问题。

我们的做法是，首先，从内容上说，尽力确保类型齐全、新颖先进、实用有效。为此，我们整理和保留了一批传统的普物难题，又从近年各种考试和竞赛中大量汲取了颇具新意的各类普物难题。我们希望帮助读者了解各类普物难题大致可能深入和伸展到什么范围、涉及什么内容。我们希望勾画出各类普物难题演变和发展的历史轨迹。其间，特别注意普物与后继课程之间的“结合部”即俗称“三不管”的内容，以及运用普通物理的原理和高等数学的工具可能解决的具有典型意义的理论和实际问题。相信本书将会大大拓宽读者的视野。

值得指出的是，在本书中，我们并不单纯地引用收罗到的各类普物难题，而是经过分析和提炼，力图把握住各类普物难题的核心，编纂成一系列题意简单明确而内涵丰富的题目.相信这将有助于读者登堂入室，逐步懂得难题的奥秘.体会到编者用心的老师，可取本书所列难题为素材，加工出适合各种用途的高层次难题.学生若也能有所体会，则表明其驾驭难题的能力已经大大提高了.

其次，题目的难易固然主要表现为物理内容和所需数学手段的深浅、繁简，同时也在于提问角度的变化，综合、类比、联想能力的考验，以及能否正确地解决各种具体问题等等．有鉴于此，我们不仅在内容上力求类型齐全，而且力图使读者能够接触到具有不同风格、形式、提问角度、乃至叙述方式的各类典型普物难题.

在写法上，除了通常的“题”和“解”外，特意增加了“分析”这一栏．这里的分析是指定性的物理分析，即分析题意，分析涉及的现象和过程，分析在各种条件下可能出现的结果或变化，以及导致这些结果或变化的物理原因．通过分析，可以判定问题性质，明确需要寻找的关系，把握解题的关键，在与所学基本规律相联系的基础上，正确地确立解题的步骤和方法．分析是数学表达和定量演算的根据．这样的解题才是自觉的、透彻的，而不是盲目的、随意的，对于深入理解基本内容，提高分析、判断、敏捷反应、表达计算等能力都将大有裨益．持之以恒，确有举一反三之功效．其实解题的本意或许也正在于此．此外，也借“分析”栏，对读者不很熟悉的内容，适当解释名词，补充有关知识和规律，对某些题目的用意及可能的应用也借此点明．在北大，普物习题课一贯侧重于分析和讨论，而不仅是表达和演算．实践表明这种做法是行之有效的，本书的“分析”即源于此．在文字上，力求准确明快，直截了当.

本书主要着眼于难题，但也收罗一些基本题，并且也力求类型齐全、层次适当，期望既可为难题提供必要的铺垫，又可供各

类学校在各种用途中选用，使本书的功能更为广泛全面。

最后，我们想强调指出，解题能力的提高决不是孤立的事情，而是教学质量和学生水平的综合反映，也只是培养物理人才的一个方面。片面夸大解题的作用，就题论题，题海战术等等皆非所宜。

目前，各类普通物理习题集并不少见，但以精选难题并附详细分析求解为内容的书籍却并不多见，本书试图弥补这一空缺，并把对所谓难题的认识提高一步。本书精选普通物理难题358题（力学113题，热学45题，电磁学83题，光学99题，狭义相对论18题），基本题285题（力学83题，热学63题，电磁学81题，光学43题，狭义相对论15题），共643题。本书适合于各类高校讲授、学习普通物理的师生，中学物理教师，以及有志于各类物理竞赛的大、中学生使用和参考。

蔡伯濂，魏日升，陆士尹三位先生认真仔细地审阅了全书，提出了许多宝贵意见。高等教育出版社奚静平先生自始至终给予热情的支持和帮助，使本书得以早日问世。在此一并表示衷心的感谢。限于编者的水平，本书的疏失甚至错误在所难免，恳切希望同行专家及广大读者不吝批评指正。

编　者

1992年8月于北京大学

上册目录

前言

基本题①

① 基本题和难题分别以A、B标明。

难　　题

基 本 题

一A. 力 学

1. 质点运动学

题A-1 一质点作平面运动，加速度为 $a_x=-A\omega^2\cos\omega t$，$a_y=-B\omega^2\sin\omega t$，$A\neq B$，$A\neq 0$，$B\neq 0$。初始条件为 $t=0$ 时，$v_{0x}=0$，$v_{0y}=B\omega$，$x_0=A$，$y_0=0$。试求该质点的运动轨迹。

解 由加速度的定义，有

$$a_x=\frac{dv_x}{dt}$$

$$a_y=\frac{dv_y}{dt}$$

对上两式分别积分，并代入初始条件，得

$$v_x=v_{0x}+\int_0^t a_x dt=0+\int_0^t -A\omega^2\cos\omega t dt=-A\omega\sin\omega t \qquad (1)$$

$$v_y=v_{0y}+\int_0^t a_y dt=B\omega+\int_0^t -B\omega^2\sin\omega t dt=B\omega\cos\omega t \qquad (2)$$

由速度的定义，

$$v_x=\frac{dx}{dt}$$

$$v_y=\frac{dy}{dt}$$

对上两式分别积分，并代入初始条件和式(1)、式(2)，得

$$x = x_0 + \int_0^t v_x dt = A - A\int_0^t \sin\omega t d\omega t = A\cos\omega t \quad (3)$$

$$y = y_0 + \int_0^t a_y dt = 0 + B\int_0^t \cos\omega t d\omega t = B\sin\omega t \quad (4)$$

式（3）和式（4）为质点运动的参数方程，消去参数ωt，即得质点的运动轨迹方程：

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$$

上述方程说明，质点运动轨迹为椭圆。

题A-2　（1）飞机上的罗盘指出飞机向正东方向飞行，地面上的气象台指出风向为正北。试作图表明飞机相对于地面的速度。（2）飞行员应怎样驾驶飞机才能使飞机的飞行方向相对于地面为正东。

解　（1）这里讨论的运动物体是飞机。参考系有两个，即地球（S参考系）和相对于地球运动的空气（S'参考系）。因此，假设$\boldsymbol{u}$为空气相对于地面的速度，它的方向为正北；$\boldsymbol{v}'$为飞机相对于空气的速度；$\boldsymbol{v}$为飞机相对于地面的速度，它的方向为正东。

作力A-2(a)图，图中表明了飞机相对于地面的速度$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}' + \boldsymbol{u}$。

飞机相对于地面的航向为东偏北α角，α值由下式给出

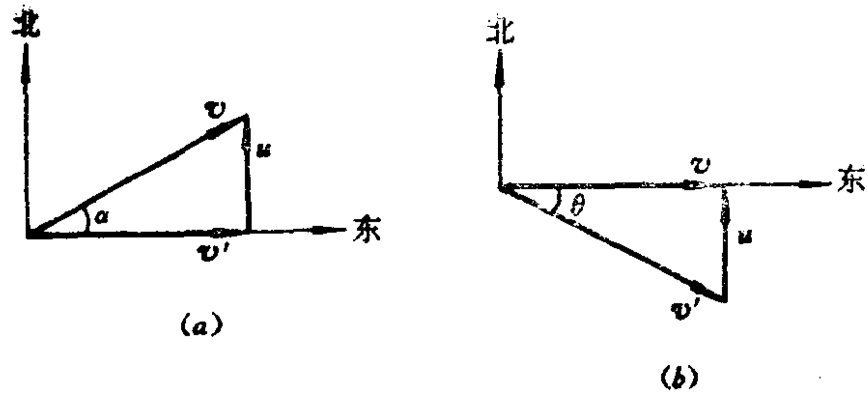
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{u}{v'}$$

飞机相对于地面的速率由下式给出

$$v = \sqrt{(v')^2 + u^2}$$

（2）飞行员驾驶飞机应略偏东南方向飞行，才能使飞机的飞行方向相对地面为正东，如力A-2(b)图所示。由力A-2(b)图可看出，飞机相对于地面的速率将比原来的小些，其值为

$$v = \sqrt{(v')^2 - u^2}$$



力A-2图

力A-2(b)图中的θ角值满足$\mathrm{tg}\theta=\frac{u}{v}$。显见，有$\theta>\alpha$。

题A-3　如力A-3(a)图，质点1和2分别从点O和点A同时出发，并沿OA和AB以速度v_1和v_2作匀速直线运动，已知$OA=l$，$\angle OAB=\alpha$。试求两质点间的最短距离。

解　如力A-3(b)图，设任一时刻t，两质点的位置矢量为$\boldsymbol{r}_1$和$\boldsymbol{r}_2$，则有

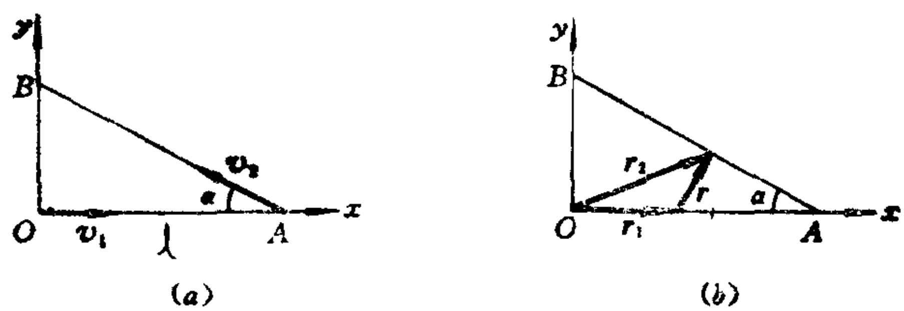
$$\boldsymbol{r}_1=v_1t\boldsymbol{i}$$

$$\boldsymbol{r}_2=(l-v_2t\cos\alpha)\boldsymbol{i}+v_2t\sin\alpha\boldsymbol{j}$$

所以，

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1=[l-(v_2\cos\alpha+v_1)t]\boldsymbol{i}+v_2t\cos\alpha\boldsymbol{j}$$

$$r=\sqrt{[l-(v_2\cos\alpha+v_1)t]^2+(v_2t\sin\alpha)^2}$$



力A-3图

r为极小时应满足$dr/dt=0$，由此条件得$r=r_{\min}$时的时间为

$$t_1 = \frac{(v_2\cos\alpha + v_1)l}{(v_2\cos\alpha + v_1)^2 + v_2^2\sin^2\alpha}$$

将上式代回r的表示式，得

$$r_{min} = \frac{v_2\sin\alpha \cdot l}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos\alpha}}$$

题A-4　竖直向上发射礼花弹，达到最高点时爆炸。假定各碎片以同一初速率v_0向四周炸开，忽略空气阻力。试证明任一时刻所有碎片均位于同一球面上，并求球半径和球心位置与时间的关系。

解　以礼花弹炸开时的位置为坐标原点，xy平面与水平面平行，z轴向上。以炸开时刻为计时起点。

对任一碎片，初始位置为$x_0 = y_0 = z_0 = 0$，初始速度的三个分量为v_{0x}、v_{0y}、v_{0z}，且有$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2 + v_{0z}^2}$，任意时刻碎片的位置为

$$x = v_{0x}t$$
$$y = v_{0y}t$$
$$z = v_{0z}t - \frac{1}{2}gt^2$$

将以上三式平方相加，得

$$x^2 + y^2 + \left(z + \frac{1}{2}gt^2\right)^2 = (v_{0x}^2 + v_{0y}^2 + v_{0z}^2)t^2 = v_0^2t^2$$

上式是球面方程，球半径$R = v_0t$，球心位置为$\left(0,\ 0,\ -\frac{1}{2}gt^2\right)$。

题A-5　一足球队中的球员能给足球以25 m·s^{-1}的初速率，如果他要在球门前50 m处将足球踢进球门，问他应在什么倾角范围内将足球踢出？已知球门上的水平杆离地3.44 m。

解　由抛体的轨迹方程

$$y = x\,\mathrm{tg}\theta - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0\cos\theta}\right)^2$$

根据题意有 $0\leqslant y\leqslant 3.44\ \text{m}$，$x=50\ \text{m}$和$v_0=25\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$，将它们代入上式，有

$$0\leqslant 50\operatorname{tg}\theta-\frac{19.6}{\cos^2\theta}\leqslant 3.44$$

或
$$0\leqslant 50\operatorname{tg}\theta-19.6(\operatorname{tg}^2\theta+1)\leqslant 3.44$$

由第一个不等式，有

$$0\leqslant 50\operatorname{tg}\theta-19.6(\operatorname{tg}^2\theta+1)$$

或
$$\operatorname{tg}^2\theta-2.55\operatorname{tg}\theta+1\leqslant 0$$

解此不等式，得

$$0.485\leqslant\operatorname{tg}\theta\leqslant 2.065$$

或
$$25.87^\circ\leqslant\theta\leqslant 64.16^\circ \tag{1}$$

再由第二个不等式，有

$$50\operatorname{tg}\theta-19.6(\operatorname{tg}^2\theta+1)\leqslant 3.44$$

或
$$0\leqslant\operatorname{tg}^2\theta-2.55\operatorname{tg}\theta+1.18$$

解此不等式，得

$$\operatorname{tg}\theta\leqslant 0.608$$
$$\operatorname{tg}\theta\geqslant 1.942$$

或

$$\left.\begin{aligned}&\theta\leqslant 31.28^\circ,\\&\theta\geqslant 62.75^\circ\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

综合式(1)和式(2)，θ角的范围为

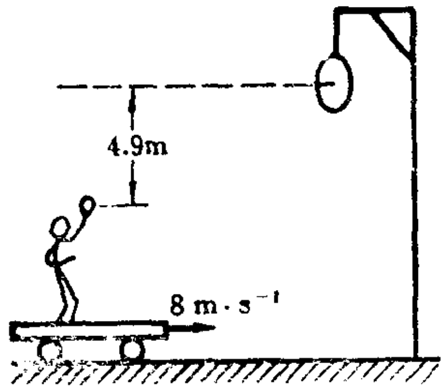
$$25.87^\circ\leqslant\theta\leqslant 31.28\text{和}62.75^\circ\leqslant\theta\leqslant 64.16^\circ$$

题A-6　一人在平板车上，车以8.0m·s^{-1}的速度匀速行驶(如图)．这个人欲抛一球，使球水平地通过一固定的圆环．圆环距他的手的高度为4.9 m，球抛出的速度相对于他为25 m·s^{-1}．试问

（1）球初始速度的垂直分量必须是多少？

（2）球抛出后经过几秒种通过此环？

（3）他必须在环的前方多远的水平距离处抛球？



力A-6图

解 （1）根据题意，球水平地通过圆环，即球过环时，速度的垂直分量为零，所以环距手的高度为球上抛的最大高度．根据

$$y_{max}=\frac{v_{0y}^2}{2g}$$

得球初速度的垂直分量为

$$v_{0y}=\sqrt{2gy_{max}}=\sqrt{2\times9.8\times4.9}=9.8\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}.$$

（2）球通过环的时间为

$$t=\frac{v_{0y}}{g}=\frac{9.8}{9.8}=1.0\ \mathrm{s}$$

（3）设抛球时车与环的水平距离为 x_0，球初速度 v_0 的水平分量(相对于人或车)为v_{0x}，车速为v_f，则当球通过环时，有

$$x_0=(v_{0x}+v_f)t$$

因

$$v_{0x}=\sqrt{v_0^2-v_{0y}^2}$$

故

$$x_0=(\sqrt{v_0^2-v_{0y}^2}+v_f)t$$

将已知条件 $v_0=25\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，$v_f=18\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 和已求得的 $v_{0y}=9.8\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$、$t=1.0$ s代入上式，求得

$$x_0=41\ \mathrm{m}$$

题A-7　一小孩用1.20 m长的绳子系住一石块，使它在离地1.80 m的高处作水平圆周运动，在某一时刻绳被拉断，石块沿水

平方向飞出，落在9.10m远的地上。试问作圆周运动时，石块的向心加速度是多少？

解 绳子被拉断后，石子作平抛运动，它的运动时间为

$$t=\sqrt{\frac{2h}{g}}=\sqrt{\frac{2\times1.8}{9.8}}=0.606\ \mathrm{s}$$

石子作平抛运动的初始速度(即水平圆周运动的线速度)为

$$v_0=\frac{x}{t}=\frac{9.1}{0.606}=15.0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

所以，石块作圆周运动时的向心加速度为

$$a=\frac{v_0^2}{R}=\frac{15.0^2}{1.2}=188\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

题A-8 （1）对于作匀速圆周运动的质点，试用直角坐标和单位矢量$\boldsymbol{i}$和$\boldsymbol{j}$表示其位置矢量$\boldsymbol{r}$，并由此导出速度$\boldsymbol{v}$和加速度$\boldsymbol{a}$的矢量表示式。

（2）试证明加速度$\boldsymbol{a}$的方向指向轨道圆周的中心。

解 （1）由图可知

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}=r\cos\theta\,\boldsymbol{i}+r\sin\theta\,\boldsymbol{j}$$

$$v_x=\frac{dx}{dt}=\frac{d}{dt}(r\cos\theta)=-r\omega\sin\theta$$

$$v_y=\frac{dy}{dt}=\frac{d}{dt}(r\sin\theta)=r\omega\cos\theta$$

其中$\omega=d\theta/dt$，$\theta=\omega t$，且根据题意ω是常数。所以，有

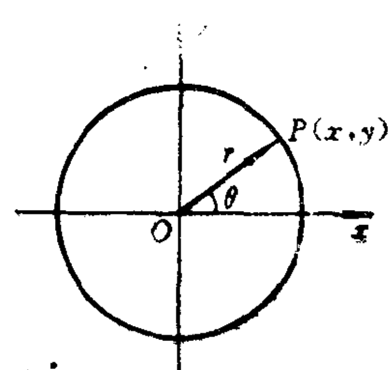
$\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}=-r\omega\sin\theta\,\boldsymbol{i}+r\omega\cos\theta\,\boldsymbol{j}$

又因

$$a_x=\frac{dv_x}{dt}=-r\omega^2\cos\theta$$

$$a_y=\frac{dv_y}{dt}=-r\omega^2\sin\theta$$

所以 $\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}=-r\omega^2\cos\theta\,\boldsymbol{i}-r\omega^2\sin\theta\,\boldsymbol{j}$



力A-8图

（2） $\boldsymbol{a}=(-r\omega^2\cos\theta)\boldsymbol{i}+(-r\omega^2\sin\theta)\boldsymbol{j}$

$$= -\omega^2(r\cos\theta\boldsymbol{i} + r\sin\theta\boldsymbol{j}) = -\omega^2(x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j})$$
$$= -\omega^2\boldsymbol{r}$$

由上式可见，$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{r}$方向相反，即$\boldsymbol{a}$指向轨道圆周中心。

题A-9　一人站在山坡上，山坡与水平面成α角，他扔出一个初始速度为v_0的小石子，v_0与水平面成θ角（向上），如图所示。

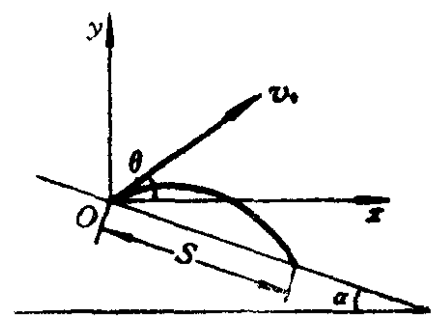
（1）如空气阻力不计，试求小石子落在斜坡上的距离S。

（2）θ值为多大时，S有最大值。

解　（1）建立如图所示的Oxy直角坐标系。小石子的运动方程为

$$x = v_0\cos\theta\cdot t \qquad (1)$$

$$y = v_0\sin\theta\cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2)$$



力A-9图

当小石子落在斜坡上时，落地点坐标为

$$x = S\cos\alpha \qquad (3)$$

$$y = -S\sin\alpha \qquad (4)$$

由以上四式，得

$$\frac{v_0\sin\theta\cdot t - \frac{1}{2}gt^2}{v_0\cos\theta\cdot t} = -\operatorname{tg}\alpha$$

上式经整理后，得

$$t^2 - \frac{2v_0}{g}(\sin\theta + \operatorname{tg}\alpha\cos\theta)t = 0$$

于是，求得石子落在斜坡上的时间为

$$t = 0\ （应舍弃）$$

$$t = \frac{2v_0}{g}(\sin\theta + \cos\theta\operatorname{tg}\alpha) = \frac{2v_0\sin(\theta+\alpha)}{g\cos\alpha}$$

小石子落在斜坡上的距离

$$S = \frac{x}{\cos\alpha} = \frac{v_0\cos\theta\cdot t}{\cos\alpha} = \frac{2v_0^2\cos\theta\sin(\theta+\alpha)}{g\cos^2\alpha}$$

（2）$\dfrac{dS}{d\theta}=\dfrac{2v_0^2}{g\cos^2\alpha}[-\sin\theta\sin(\alpha+\theta)+\cos\theta\cos(\alpha+\theta)]$

$$=\frac{2v_0^2}{g\cos^2\alpha}\cos(2\theta+\alpha)=0$$

于是，有

$$\cos(2\theta+\alpha)=0,$$

求得

$$2\theta+\alpha=\pi/2,\quad \theta=\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2},$$

又，在$\theta=\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{\alpha}{2}$时，$\dfrac{d^2S}{d\theta^2}<0$，可知此时$S$有最大值．可计算出

$$S_{max}=\frac{2v_0^2}{g\cos^2\alpha}\left[\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\alpha}{2}\right)\right]$$

$$=\frac{2v_0^2}{g\cos^2\alpha}\cdot\frac{1}{2}\left(\sin\frac{\pi}{2}+\sin\alpha\right)$$

$$=\frac{v_0^2}{g\cos^2\alpha}(1+\sin\alpha)$$

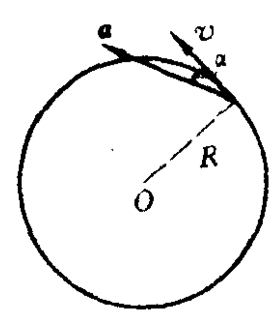
题A-10　一质点沿半径为R的圆轨道运动，初速为v_0，其加速度方向与速度方向之间的夹角α恒定，试求速度大小与时间的关系．

解　切向加速度

$$a_t=\frac{dv}{dt},$$

法向加速度

$$a_n=\frac{v^2}{R},$$



力A-10图

所以，有

$$\mathrm{ctg}\alpha=\frac{a_t}{a_n}=\frac{R}{v^2}\frac{dv}{dt}$$