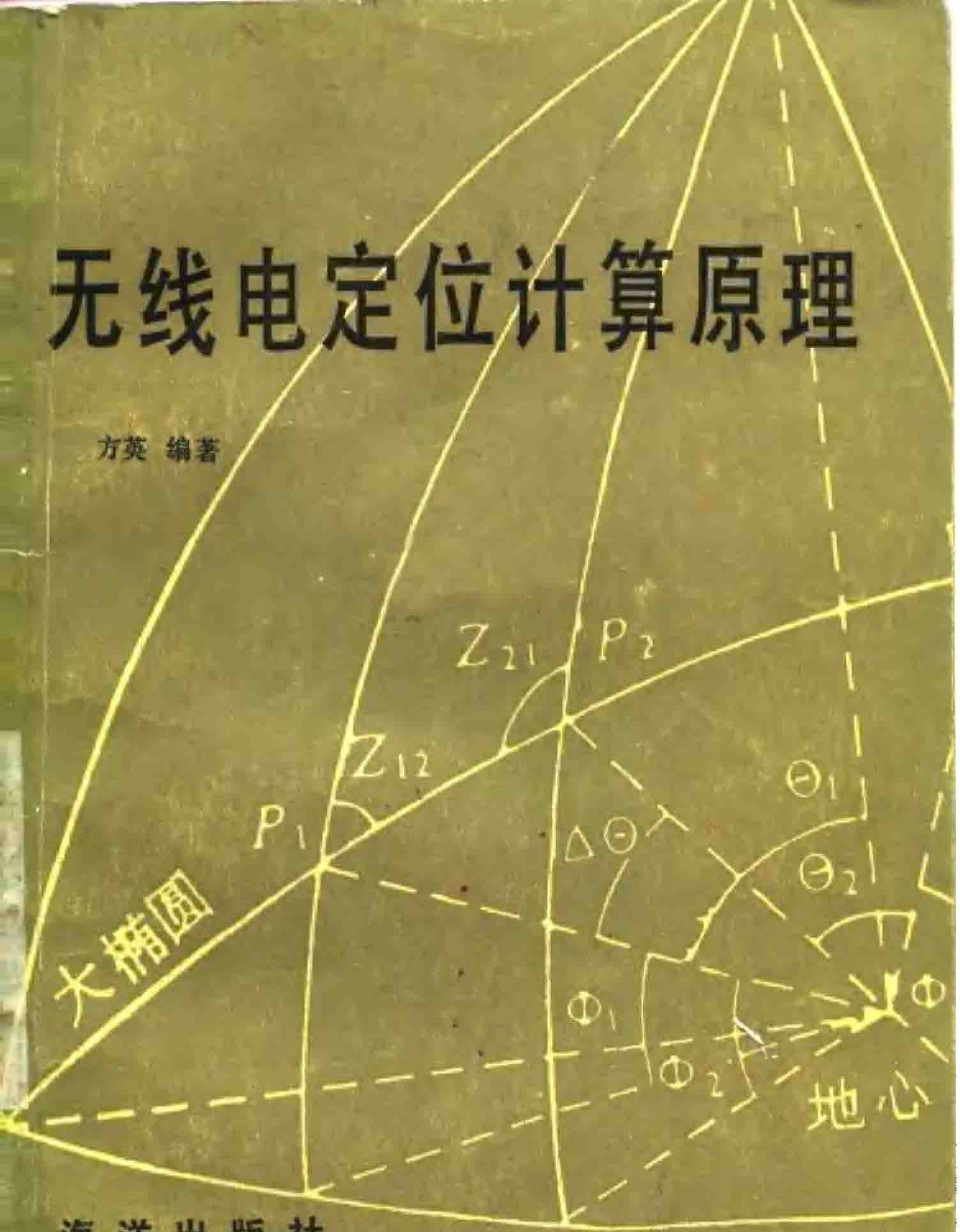
无线电定位计算原理

方英 编著



海洋出版社

无线电定位计算原理

方　英　编著

海洋出版社

1986年·北京

内 容 提 要

本书论述了无线电定位计算（含无线电波传播误差改正）的理论根据、计算公式、误差分析，以及定位计算原理的应用，可供导航计算机（器）软件工作者，高等海运（航空）院校驾驶（领航）专业学生和研究生参考.

责任编辑：刘莉蕾
责任校对：钱晓彬

无线电定位计算原理

方 英 编著

海 洋 出 版 社 出 版（北京市复兴门外大街1号）
新华书店北京发行所发行 八九九二〇部队印刷厂印刷
开本：787×1092 1/32 印张：4 7/8 字数：100千字
1986年6月第一版 1986年6月第一次印刷
印数：3500册

统一书号：7193·0721 定价：1.20元

前　言

由于军事和国民经济部门的需要和计算机技术的发展，国际上用计算机自动计算无线电舶位（机位，下同）坐标已日益普及。在国内，导航电子工业部门正在研制各种自动测定和自动计算船位的电子仪器，甚至某些航海人员也已着手编制适用于可编程序计算器的导航程序。几百年来，用作图和查表绘算船位的局面，已经部分地为数字自动计算和自动标绘所代替。可以预见，一个以数字自动寻航为主的新时代就要到来。为了适应这种新形势，对无线电定位计算的理论加以系统的分析和整理，以指导编制适应需要的数学模型是必要的。

无线电定位计算的基本任务是建立观测值和船位经纬度两组量值间的数学转换关系。由已测得的观测值到求出船位经纬度是一个复杂的计算过程，对所有不可忽略的与定位有影响的因素，都要列出相应的函数式，并使其数字量化。为了便于读者接受本文，现谨介绍定位计算所涉及的问题和简明计算过程如下：

1. 观测值改正　例如劳兰和奥米加定位都可能涉及到天波改正问题，如果测得的是对天波的观测值，就必须首先将其改正为地波观测值才能参与定位计算。

2. 坐标转换　地球是一个球体。精确地说，是一个近似于一定大小的旋转椭圆体的椭球体，在远距离或高精度定位计算中就不能忽略这一现实。在椭球面上直接进行定位计算是有困难的，在许多情况下，人们都是将椭球面上的有关

元素，如经纬度、方位、距离等，按一定条件转换到辅助球上，变换成球面上的经纬度、方位、距离等；然后用球面三角法解算得球面上的船位经纬度；最后再按同样条件反求得船位地理经纬度。由于无线电波的地波信号是沿椭球面上两点间的大地线传播的，在计算大地线长度——大地距离时，也会遇到按一定条件进行坐标转换的问题。

3. 观测值的几何量化 观测值不一定是几何量，如双曲线导航系统的观测值为时差的微秒数或相差的巷值，在定位计算时，需要先将其变换为距离差。为此，应针对不同的导航系统和传播条件，使用适当的无线电波传播速度参数，并进行一定的特殊改正，如改正编码延时，以便将观测值准确地转换为距离差。另外，在某些情况下，却又可能需要根据推算船位和导航台的位置反求观测量的估算值。

4. 求船位坐标 计算船位的方法有多种，基本上可分为解两条位置线的联立方程，或多条位置线平差定位。

对于不同的导航系统、不同的计算工具，应该有适应各自不同需要的一套定位计算的实用公式，即数学模型。数学模型是特定的。由于需要的千差万别，本书不可能列举所有的数学模型，只能阐明各个计算公式及其特点，以便读者根据自己的需要去选择适当的计算公式，象选择积木块一样去“组装”自己理想的数学模型。

无线电导航系统种类很多，本书选择使用最广泛、编制定位计算程序要求最迫切的双曲线导航系统为主，适当联系其他系统，这种联系也主要是为了加深对定位计算原理的理解。

为了使读者学会运用所学的计算原理，本书专辟定位计

算原理的应用一章，包括定位数模的质量评定和典型数模及程序框图举例。

为便于读者自学，本书除给出计算公式的结论及分析外，也叙述了有关的原理和根据。但鉴于无线电定位计算涉及的问题较多，而且相当专业化，本书不可能也没有必要一一从最基本的原理写起，作详细的论证，而只能以高等海运（航空）院校的课本为基础，着重阐述那些必不可少的理论和推导，或者直接引用学术界公认的结论加以必要的说明、并指明它的出处和参考资料。

在编写本书过程中，承蒙海军水面舰艇学院海洋测绘系陈季良同志热心指导、帮助并对原稿进行了斧正，常庆生同志帮助审阅了平差理论部分，模拟中心教研室李禹谟同志和天文航海教研室曹助雁同志对典型的定位计算数学模型和部分数据，用计算机进行了验证；书中有关导航无线电波传播理论部分特邀请中国电波传播研究所钟扬访同志进行了审查，在此一并表示衷心的感谢。由于本人水平有限，文中不当之处仍在所难免，望有关同行予以指正。

作　者

1984年1月

目　　录

第一章　椭球面到球面的坐标转换…………………（ 1 ）

第一节　投影一般概念…………………………（ 1 ）

第二节　等角投影……………………………（ 2 ）

第三节　心射投影……………………………（ 18 ）

第四节　正射投影——等纬圈投影……………（ 22 ）

第五节　忽略地球扁率时的变形分析…………（ 25 ）

第二章　定位元素的计算……………………………（ 28 ）

第一节　等值线方程……………………………（ 28 ）

第二节　位置线线性方程………………………（ 35 ）

第三节　大地距离方程…………………………（ 43 ）

第四节　大地坐标系转换………………………（ 63 ）

第三章　传播误差改正和观测值几何量化…………（ 72 ）

第一节　无线电波传播速度……………………（ 72 ）

第二节　天波改正………………………………（ 82 ）

第三节　观测值的几何量化……………………（ 95 ）

第四节　观测值的预先估算……………………（ 99 ）

第四章　船位计算……………………………………（ 101 ）

第一节　解两距离差等值线联立方程求船位…（ 101 ）

第二节　两距离差定位误差分析………………（ 107 ）

第三节　多条位置线加权平差求船位…………（ 114 ）

第四节　平差定位误差分析……………………（ 119 ）

第五章　定位计算原理的应用………………………（ 123 ）

第一节　定位数模质量评定……………………（ 123 ）

第二节　典型数模和程序框图举例……………（128）
附录　兰勃特-安道耶大地距离公式引证 …………（139）
参考文献……………………………………………（146）

第一章　椭球面到球面的坐标转换

第一节　投影一般概念

在无线电定位计算中，常用到球面三角公式．球面三角法仅适用于球面上的大圆边、角和点位的计算．因此，在定位计算前，有必要按一定法则，将椭球面描写为一定大小的辅助球面，即先将椭球面上的元素，主要是导航台和推算船位的地理坐标，按一定法则变换为球面坐标，待用球面三角解算得船位的球面坐标后，再按同样法则变换为椭球面上的地理坐标．这种椭球面与球面的对应转换，通常也称为投影．

所谓一定法则，也就是投影时所应遵循的条件，诸如等角、等积或等距等．

1．等角投影　投影面上任意两方向的夹角与实地保持不变．由于角度不变形，在微小面积内可保持图形相似，即对应边成比例．如辅助球面上沿经线方向的微分长度与椭球面上相应长度之比称为经线长度比 (m)．同样，沿纬线方向的长度比，称为纬线长度比(n)．因此，等角投影的特点可用公式 $m=n$ 表示，即 在投影面上任一点的经线长度比与纬线

长度比相等。公式 $m=n$ 是等角投影变换逻辑推导的出发点和根据。

2. 等积投影　投影面上任意微分面积与实地相等或成固定比例关系.因为 $m\times n$ 等于辅助球面上的微分面积与椭球面上相应的微分面积之比，所以，等积投影可用 $m\times n=$ 常数表示。

3. 等距投影　投影面上沿某一特定方向没有长度变形。当经纬线正交时，通常规定经线方向或纬线方向长度不变形，可记为 $m=1$ 或 $n=1$，但两者不可兼得。

在一种投影中，这些基本条件不能同时满足，要等角，就不能等积；要等积，就不能等距……。这是因为：凡是投影总不可能完全不变形，人们总是根据自己的需要选择某种投影，以使得在某个主要方面不变形，而在另一些方面允许它有不影响使用效果的变形。

根据无线电定位的要求，目前常用于坐标转换的有：等角投影、心射投影和正射投影，也还可以直接将地理经纬度当作球面经纬度。它们都有各自不同的长度变形和角度变形，我们不但要掌握各种不同的坐标转换方法，还要掌握每种坐标转换方法在不同条件下的变形程度，以便对由于坐标转换可能引起的定位误差做到心中有数。

第二节　等角投影[1]

一、等角投影基本公式

投影条件：

（1）设地球椭球面上的经纬线分别投影为辅助球面上的

经纬线；

（2）保持等角性质；

（3）向南、北方向离开标准纬圈时，长度变形的增大要尽可能地缓慢。

按条件（1），则投影的一般方程可表为

$$\left.\begin{aligned} u&=f_1(\varphi),\\ \omega&=f_2(\lambda), \end{aligned}\right\} \tag{1-2-1}$$

式中　λ，φ——椭球面上的地理经纬度；

ω，u——球面经纬度。

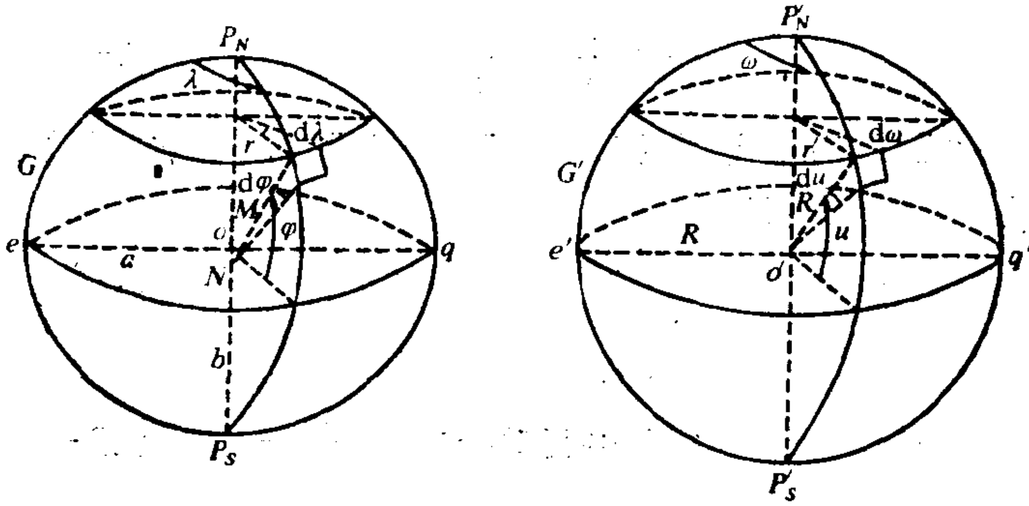


图　1-2-1

现根据条件（2）求方程(1-2-1)的具体形式。

如图1-2-1可见，经纬线长度比m，n可分别表示为

$$m=\frac{R\mathrm{d}u}{M\mathrm{d}\varphi}, \tag{1-2-2}$$

$$n=\frac{r'\mathrm{d}\omega}{r\mathrm{d}\lambda}=\frac{R\cos u\mathrm{d}\omega}{N\cos\varphi\mathrm{d}\lambda}. \tag{1-2-3}$$

式中R，M，N分别为辅助球半径、椭球体的子午圈及

卯酉圈曲率半径．由椭球体理论可知：如长半径和第一偏心率分别用a和e表示，则

$$M=\frac{a(1-e^2)}{(1-e^2\sin^2\varphi)^{3/2}},$$

$$N=\frac{a}{(1-e^2\sin^2\varphi)^{1/2}},$$

由式(1-2-2),(1-2-3)，考虑到等角条件$m=n$，则

$$\frac{R\mathrm{d}u}{M\mathrm{d}\varphi}=\frac{R\cos u\mathrm{d}\omega}{N\cos\varphi\mathrm{d}\lambda}.$$

移项得

$$\frac{\mathrm{d}u}{\cos u}=\frac{M}{N}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\cos\varphi}\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}\lambda}. \tag{1-2-4}$$

球面经度ω与地理经度λ，都是等间隔的，$\mathrm{d}\omega$与$\mathrm{d}\lambda$之比应是一个常数，即

$$\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}\lambda}=\alpha, \tag{1-2-5}$$

积分之，则 $\omega=\alpha\lambda+B.$

B为积分常数，当起始子午面重合时，$\lambda=\omega=0$，故$B=0$，于是得

$$\omega=\alpha\lambda. \tag{1-2-6}$$

将(1-2-5)式代入(1-2-4)式，并两端积分，得

$$\int\frac{\mathrm{d}u}{\cos u}=\alpha\int\frac{M\mathrm{d}\varphi}{N\cos\varphi}. \tag{1-2-7}$$

由数学推导，等式两端可分别得

$$\ln\mathrm{tg}\left(45^\circ+\frac{u}{2}\right)=\alpha q+C, \tag{1-2-8}$$

q称为等量纬度。

$$q=\ln\operatorname{tg}\left(45^\circ+\frac{\varphi}{2}\right)\left(\frac{1-e\sin\varphi}{1+e\sin\varphi}\right)^{\frac{e}{2}}=\ln U, \tag{1-2-9}$$

(1-2-9)式中的 e 为参考椭球体第一偏心率；(1-2-8)式中的 C为积分常数，令其$=-\ln K$ 则

$$\ln\operatorname{tg}\left(45^\circ+\frac{u}{2}\right)=\alpha\ln U-\ln K=\ln\frac{U^\alpha}{K}. \tag{1-2-10}$$

于是由 (1-2-6)(1-2-10)(1-2-2)(1-2-3) 式可得椭球面在球面上等角投影的基本公式

$$\left.\begin{aligned}&\omega=\alpha\lambda,\\&\operatorname{tg}\left(45^\circ+\frac{u}{2}\right)=\frac{U^\alpha}{K},\\&m=n=\alpha\frac{R\cos u}{N\cos\varphi}.\end{aligned}\right\} \tag{1-2-11}$$

二、投影常数的确定

为了满足投影条件(3)，设椭球面上工作区中心某一纬度为标准纬度P，相应的球面纬度为G，首先令

$$m_0=n_0=\alpha\frac{R\cos G}{N_0\cos P}=1, \tag{1-2-12}$$

然后将长度比公式按纬差展成级数形式

$$m=1+\left(\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}\varphi}\right)_0(\varphi-P)+\frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{d}^2m}{\mathrm{d}\varphi^2}\right)_0(\varphi-P)^2+\cdots \tag{1-2-13}$$

此处φ为任意点纬度，$\varphi-P$ 为任意纬度与标准纬度的纬差，要使标准纬圈附近长度变形变化缓慢，就应使

$$\left(\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}\varphi}\right)_0=0\quad 及\quad \left(\frac{\mathrm{d}^2m}{\mathrm{d}\varphi^2}\right)_0=0. \tag{1-2-14}$$

导数的脚标"0"，是指该导数所求函数应在$\varphi=P$处计算。

式(1-2-13)、(1-2-14)足以决定α，R，K三个常数。

由(1-2-11)第三式，并对其按φ求导

$$\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}\varphi}=m\frac{\mathrm{d}\ln m}{\mathrm{d}\varphi}=m\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\varphi}\left(\ln\frac{\alpha R\cos u}{N\cos\varphi}\right)$$

$$=m\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\varphi}(\ln\alpha+\ln R+\ln\cos u-\ln N-\ln\cos\varphi)$$

$$=m\left(-\mathrm{tg}\,u\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\varphi}+\mathrm{tg}\,\varphi-\frac{e^2\sin\varphi\cos\varphi}{1-e^2\sin^2\varphi}\right),$$

由(1-2-4)和(1-2-5)式有

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\varphi}=\alpha\frac{M}{N}\frac{\cos u}{\cos\varphi},$$

因此
$$\mathrm{tg}\,u\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\varphi}=\alpha\frac{M}{N}\frac{\sin u}{\cos\varphi}.$$

而
$$\mathrm{tg}\,\varphi-\frac{e^2\sin\varphi\cos\varphi}{1-e^2\sin^2\varphi}=\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}\cdot\frac{1-e^2}{1-e^2\sin^2\varphi}$$

$$=\frac{M}{N}\cdot\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi},$$

故
$$\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}\varphi}=\frac{m\cdot M}{N\cos\varphi}(-\alpha\sin u+\sin\varphi)=m'.$$

在$\varphi=P$时，要$m'=0$，则必须

$$-\alpha\sin u+\sin\varphi=0,$$

于是
$$\sin P=\alpha\sin G. \tag{1-2-15}$$

现求m对φ的二阶导数，且当$\varphi=P$时，令

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\varphi}(\sin\varphi-\alpha\sin u)=0.$$

因 $$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\varphi}(\sin\varphi-\alpha\sin u)=\cos\varphi-\alpha\cos u\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\varphi}$$

$$=\cos\varphi-\alpha^2\frac{M}{N}\frac{\cos^2 u}{\cos\varphi},$$

今以$\frac{1}{V^2}$代替$\frac{M}{N}$，则得

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\varphi}(\sin\varphi-\alpha\sin u)=\cos\varphi-\frac{\alpha^2}{V^2}\frac{\cos^2 u}{\cos\varphi}.$$

因而有

$$\cos P-\frac{\alpha^2}{V_0^2}\frac{\cos^2 G}{\cos P}=0,$$

即 $$\alpha^2\cos^2 G=V_0^2\cos^2 P. \tag{1-2-16}$$

由(1-2-15)式可解出

$$\cos^2 G=1-\frac{\sin^2 P}{\alpha^2};$$

另已知 $$V_0^2=\frac{N_0}{M_0}=\frac{1-e^2\sin^2 P}{1-e^2}$$

$$=\frac{1-e^2+e^2\cos^2 P}{1-e^2}=1+\frac{e^2\cos^2 P}{1-e^2},$$

$$V_0^2=1+e'^2\cos^2 P, \tag{1-2-17}$$

其中$e'^2=e^2/(1-e^2)$，e'为椭球体第二偏心率，故(1-2-16)式可写成

$$\alpha^2\cos^2 G=\alpha^2-\sin^2 P=(1+e'^2\cos^2 P)\cos^2 P,$$

从而得投影常数α的计算式

$$\alpha=\sqrt{1+e'^2\cos^4 P}. \tag{1-2-18}$$

由(1-2-12)式得

$$R=\frac{N_0\cos P}{\alpha\cos G},$$

顾及(1-2-16)式，最后得

$$R=\frac{N_0}{V_0}=\sqrt{M_0N_0} \tag{1-2-19}$$

上式表明，等角球半径R应取椭球面在标准纬圈上的平均曲率半径。

对于投影常数K，当G求出后，可代入(1-2-10)式反求之，因

$$\operatorname{tg}\left(45^\circ+\frac{G}{2}\right)=\frac{1}{K}U_p^\alpha,$$

故

$$K=U_p^\alpha\operatorname{ctg}\left(45^\circ+\frac{G}{2}\right). \tag{1-2-20}$$

以上(1-2-18)(1-2-19)(1-2-20)三式即为投影常数α，R及K的计算式。当采用克拉索夫斯基(Ф.Н.Красовский)椭球体时：

长半径a=6 378 245米，

短半径b=6 356 863.018 77米，

则

$$e^2=\frac{a^2-b^2}{a^2}=0.006\ 693\ 422,$$

$$e'^2=\frac{a^2-b^2}{b^2}=0.006\ 738\ 525.$$

三、纬度变换的级数展开式

按上面导出的基本公式进行地理纬度与等角球面纬度的转换时，其反解很不方便，为便于计算机计算，今以一个系

数为常数的幂级数来代替。

由于投影的应用限制在一定的纬度带内，故纬差 $\varphi-P$ 的弧度值一般都比较小，因而可按纬度展开成级数。

令
$$\varphi=P+p, \qquad u=G+g.$$

因为
$$u=f(\varphi),$$

故
$$G+g=f(P+p).$$

按泰勒级数展开

$$G+g=f(P)+f'(P)p+f''(P)\frac{p^2}{2}+f'''(P)\frac{p^3}{6}+\cdots,$$

因为
$$\frac{du}{d\varphi}=f'(\varphi),$$

故
$$\left(\frac{du}{d\varphi}\right)_0=f'(P), \qquad \left(\frac{d^2u}{d\varphi^2}\right)_0=f''(P),\cdots.$$

而
$$G=f(P),$$

于是有
$$g=\left(\frac{du}{d\varphi}\right)_0 p+\left(\frac{d^2u}{d\varphi^2}\right)_0\frac{p^2}{2}+\left(\frac{d^3u}{d\varphi^3}\right)_0\frac{p^3}{6}+\cdots \tag{1-2-21}$$

由（1-2-4）及（1-2-5）式，并以$\frac{1}{V^2}$代替$\frac{M}{N}$，得

$$\frac{du}{d\varphi}=\frac{a\cos u}{V^2\cos\varphi}. \tag{1-2-22}$$

当$\varphi=P$时，则

$$\left(\frac{du}{d\varphi}\right)_0=\frac{a\cos G}{V_0^2\cos P},$$

顾及（1-2-16）式则有

$$\left(\frac{du}{d\varphi}\right)_0=\frac{1}{V_0}, \tag{1-2-23}$$