随机振动与谱分析概论

〔英〕D. E. 纽兰 著

机 械 工 业 出 版 社

随机振动与谱分析概论

〔英〕 D. E. 纽兰 著
方 同 黄嘉璜 朱位秋 张曾锠 等译
翁心棡 姚起杭 校

机械工业出版社

本书系统、简洁地介绍了随机振动理论中的主要问题和基本概念，同时也讨论了若干应用问题。

本书详细介绍了以快速付里叶变换为基础的数字谱分析方法。

本书各章都附有习题和答案，便于读者自学之练习。

本书适合于有关科研人员、工程技术人员、理工科院校师生阅读参考。

An Introduction to

Random Vibrations and Spectral analysis

D. E. Newland

Longman 1975

* * *

随机振动与谱分析概论

〔英〕 D. E. 纽兰 著

方 同 黄嘉璜 朱位秋 张曾錩 等译

翁心棡 姚起杭 校

*

机械工业出版社出版（北京阜成門外百万庄南街一号）

（北京市书刊出版业营业許可証出字第 117 号）

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 $850\times1168^{1}/_{32}$ ·印张 $10^{1}/_{8}$ ·字数 257 千字

1980 年 3 月北京第一版·1980 年 3 月北京第一次印刷

印数 0,001— 7,200·定价 1.15 元

*

统一书号：15033·4765

译 序

从五十年代开始，随机振动理论与方法在火箭和航空领域内开始得到应用。近年来，由于科学技术的发展，特别从七十年代起，由于电子计算机应用的普及和快速付里叶变换（FFT）算法的出现和应用，使随机振动数据分析速度在短短几年内提高了好几个量级，使“实时”分析成为现实，这在随机振动发展史上无疑是一次重大的飞跃，这必然又推动了随机振动技术应用的推广和理论的发展。又由于这种理论和方法不仅可用来处理机械振动问题，它在自动控制、资源勘探、信息分析处理等领域也有着广泛的用途，所以近年来，随机振动理论和技术在运输、船舶、机械、建筑、地质及其它部门也得到了愈来愈广泛的重视和应用。

《随机振动与谱分析概论》一书在选材和编写方面注意到深入浅出，重点突出，基本概念比较清楚；在随机振动的基本理论和它的应用方面结合得比较好；在谱分析方法方面大体能反映出当前的技术水平；各章都附有习题和答案；这是本书的几个特点。因此它比较适合于初学随机振动理论的工程技术人员阅读，也可作为高等院校师生和有关科技工作者参考。对于各个专题更深入的理论和技术知识也可参阅书后所附的参考文献。

参加本书翻译的人员是：序言和第一章——张曾锠，符号表——叶亚水，二至五章依次为顾仲权、张令弥、周传荣和赵淳生，六至九章——方同、十至十二章——朱位秋，十三、十四章及附录——黄嘉璜。全书译文由姚起杭校对。最后又承翁心桐教授对本书译文进行了校正，在此表示谢意。

由于我们的水平所限，不免有错误和不妥之处，请读者批评指正。

本书翻译组

1978 年 6 月

序

近年来，随机振动的重要性增加了。十年前，工程和应用科学专业的大学课程，很少提及这个主题；而现在，一个受过良好教育的工程师，需要至少对这方面的概念和方法有一定的了解。而且随机过程理论的应用，远远越出了通常的工程领域：应用于飞机湍流附面层压力随时间变化的分析方法，同样也用来分析经济指数的每天波动。由于这种日益增长的重要性，所以目前正把随机振动理论介绍给大学生，而在各种研究实验室里和工业生产上，则越来越广泛地在采用随机振动的测量和分析方法。

本书有两个主要目的：第一，介绍随机振动的基本概念；第二，比较深入地讨论数字谱分析，包括随机振动的测量和分析。第一到第九章，大约占全书篇幅的一半，试图达到第一个目的，并按大学生的程度，提供这一课题的入门知识。第十、十一和十二章，内容则比较专门，涉及到数字谱分析和快速付里叶变换；其中详细讨论应用离散付里叶变换来分析采样数据，重点是建立在FFT(快速付里叶变换）基础上进行谱估计的所谓“直接法”，并详细讨论这一方法的近似性。就作者所知，不少采用FFT作谱分析的人士都觉得对这一方法的近似性质了解得不全面。作者希望，这几章能在这方面给出必要的解释。最后两章讨论伪随机过程的性质和包括相干函数的测量和应用及非平稳过程的分析在内的各种更为专门的课题。

精心选取了一套习题和答案是本书的一个重要特色，大部分习题是专门用来说明本书重点内容的。这里有双重目的：一方面便于读者检查自己理解本书内容的程度；另一方面，作者也藉此将一些限于篇幅，在正文中未及讨论的其它有关理论研究与不同的应用包括进去。

书中用到数学之处虽多，但它们都被限制在能较完整地说明主题所必需的最低程度。读者的水平是以大学应用科学专业最后一年的数学水平为限，而且不需有附加的统计学基础。这多少限制了本书所用的数学范围，好在书中随处均列出了有关的专著和原始文献，关心数学的读者，如果需要，可以参阅。

如蒙读者指出书中错误及印错之处，或指出何处需要扩充，或提出其它改进意见，本人均感高兴，并一定以感激的心情接收且加以认真研究。

D.E.纽兰

1974，于雪非耳

符 号 表

下列主要符号是根据其第一次出现的章节或方程定义的。

a (i) 周期函数的振幅。
(ii) 在量值穿越分析中（第八章）表示常值 $y=a$。
(iii) 窄带随机过程一个循环的峰高(第八章)。
(iv) 随机二值信号的幅值（第十三章)。

$a_0, a_1, a_2, \cdots, a_k, \cdots$ (i) 付里叶级数的系数（4.1)。
(ii) 付里叶级数的系数(10.1)（其中除 a_0 外，和 4.1 式差一个因子 2)。
(iii) 运动微分方程的系数（6.1)。

$\{a_r\}$ 进行 FFT计算时，顺序重新排列后的数列，$r=1,2,\cdots,N$，图 12.4。

$\{a_r'\}$ 在FFT 算法中，完成一行蝶形计算后的数列，$r=1,2,\cdots,N$，图 12.4。

$a(t)$ 确定性（非随机）的时间函数（14.84)。

$b_0, b_1, b_2, \cdots, b_k, \cdots$ (i) 付里叶级数的系数（4.1)。
(ii) 付里叶级数的系数（10.1)(和(4.1) 式差一个因子 2)。
(iii) 运动微分方程的系数（6.1)。

c, c_1, c_2 粘性阻尼系数。

d_r 由 $d_r=d(t=r\Delta)$ 定义的数据权函数 $d(t)$ 的离散值（第十一章)。

$d(t)$ 数据权函数或“数据窗”(第十一章)。

$e^{i\omega t}$ $\cos\omega t+i\sin\omega t$。

f 频率（Hz = c/s)。

f_0 (i) 泸波器中心频率（Hz)(第九章)。
(ii) 信号中需要研究的谱分量的上限频率

(Hz)(第十章)。

(iii) 随机二值过程的钟频(Hz)(第十三章)。

f_1 带通滤波器低限截止频率(第九章)。

$f(t)$ t 的数学函数，通常代表力。

$f(x, y)$ x 和 y 的数学函数。

$h(t)$ 线性系统受到单位脉冲输入的脉冲响应函数((6.14)和(6.15))。

$h_1(t), h_2(t), \cdots$ 对应于输入1、输入2……为单位脉冲时，输出的脉冲响应函数。

i $\sqrt{-1}$。

j 整数数标。

k (i) 弹簧刚度。

(ii) 整数数标。

k_1, k_2 弹簧刚度。

l 整数数标。

m (i) 随机变量的平均值。

(ii) 质量。

(iii) 整数数标。

m_x, m_y 随机变量 x，y 或平稳随机过程 $x(t)$，$y(t)$ 的平均值。

n (i) 整数数标。

(ii) 满足一定条件的采样数。

$n_a^+(T)$ 随机过程 $y(t)$ 的单个子函数在时间 T 内以正斜率穿越量值 $y=a$ 的次数(第八章)。

$p_p(a)$ 描述随机变量 a 分布特性的概率密度函数，其中 a 代表窄带随机过程的峰值高度(第八章)。

$p(T)$ 时间 T 分布的概率密度函数，其中 T 表示发生首次穿越的时间(第十四章)。

$p(x)$ 随机变量 x 分布的(一维)概率密度函数(第八章)。

$p(x, y)$ 随机变量 x 和 y 联合分布的二维概率密度函数(第二章)。

$p(x\mid y)$ y给定下x分布的条件概率密度函数（2.10）。

$p(\chi_K^2)$ 随机变量χ_K^2分布的概率密度函数（在习题9.3中定义）。

r 整数数标。

s 整数数标。

t (i) 时间。

(ii) 整数数标。

$t_0, t_1, t_2, \cdots$ 时刻。

u_r 由下式定义的$\hat{R}_r$的加权型式

$$u_r = \frac{N-|r|}{N}\hat{R}_r \quad 0 \leqslant |r| \leqslant N \qquad (11.11)$$

和（11.10）式一起说明周期级数$\{R_r\}$为线性相关函数$R(\tau)$的加权估计值（第十一章）。

$u(\tau)$ τ的连续非周期函数，令

$$u_r = u(\tau = r\Delta), \quad 0 \leqslant |\tau| \leqslant T$$

可导出u_r （第十一章）

$W(\tau)$ 满足（11.23）式的相关权函数（"时差窗"），也是谱窗$W(\Omega)$的付里叶逆变换。

x 通常表示对随机过程$x(t)$的子函数进行采样获得的随机变量。

$|x|$ x的模（或绝对值）。

x_0 x的确定值。

$x_1, x_2, x_3, \cdots, x_r, \cdots$ (i) 不同的高斯随机变量，每一变量平均值为零，方差为1（第九章）。

(ii) 每隔一定时间对连续函数$x(t)$采样得到的离散值（第十章）。

$\{x_r\}$ 对一个连续函数$x(t)$采样得到的离散值（实值）序列，$x(t)$通常是随机过程$\{x(t)\}$中一个子函数的时间历程。

$x(t)$ (i) 由子函数的集合构成的随机过程，每一个子函数都是时间t的不同函数。

(ii) 某一线性系统的输入函数，它可以是时间t的确定性函数或随机函数。

$\{x(t)\}$ 若无其他说明，括号{ }表示上条（i）定义的$x(t)$的样本函数集合。

$x_1(t), x_2(t), \cdots, x_r(t), x_s(t), \cdots$ (i) 由函数集合中取出的子函数，该函数集合构成了随机过程$x(t)$。

(ii) 线性系统的多个不同输入：它们可以是确定性（非随机）的时间函数或不同的随机过程。

$\dot{x}(t)$ $\dfrac{dx}{dt}$

$\dot{x}(t+\tau)$ $\dfrac{d}{d(t+\tau)}x(t+\tau)$

$\ddot{x}(t)$ $\dfrac{d^2x}{dt^2}$

$\ddot{x}(t+\tau)$ $\dfrac{d^2}{d^2(t+\tau)}x(t+\tau)$

y_0 确定性（非随机）时间函数$y(t)$的幅值。

y_r (i) $y(t)$的第r次采样值。

(ii) 表示〔(12.1)式〕$\{x_r\}$中的偶数值$r=0, 1, 2, \cdots(N-1)$。

$y(t)$ (i) 由子函数的集合构成的随机过程，每一个子函数均为时间t的不同函数。

(ii) 线性系统的输出，它可以是确定性（非随机）的时间函数或随机过程。

$y_1(t), y_2(t), \cdots, y_r(t), \cdots$ (i) 由函数集合中取出的子函数，该函数集合构成了随机过程$y(t)$。

(ii) 线性系统的多个不同输出：当输入是确定性的，它们代表不同的确定性时间函数，当输入是随机的，它们表示各不同输出的（不同）随机过程。

z_r 表示〔(12.1)式〕$\{x_r\}$中的奇数值$r=0, 1, 2, \cdots(N-1)$。

$z(t)$ (i) 模拟式谱分析仪的输出（图 9.1），它也是由（9.1）定义的一种随机过程。

(ii) 平稳随机过程 (14.84)。

$A_0, A_1, A_2, \cdots$	附录 1 定义的复频响函数 $H(\omega)$ 的常（实）系数。
$A(\omega)$	付里叶变换的实部。
B	泸波器带宽（Hz）(第九章)。
B_e	由（9.28）定义的谱窗的有效带宽（Hz)。
$B_0, B_1, B_2, \cdots$	附录 1 定义的复频响函数 $H(\omega)$ 的常（实）系数。
$B(\omega)$	付里叶变换的虚部。
$C(\omega)$	付里叶变换的实部。
$D(\omega)$	付里叶变换的虚部。
$E[\ ]$	表示方括号内量的集合平均值。
H_0	窄带泸波器频响函数的峰值（图 9.1)。
$H(\omega)$	线性系统受到单位幅值的简谐输入（(6.10)和(6.11))时的复频响函数，$H(\omega)$ 是 $h(t)$ 的付里叶变换，见（6.21）和（6.22)。
$H^*(\omega)$	$H(\omega)$ 的复共轭。
$H_1(\omega), H_2(\omega), \cdots,$ $H_r(\omega), H_s(\omega), \cdots$	分别为对应于输入1，输入 2……输入 r，输入 s 的相应输出的复频响函数。
$H_{rs}(\omega)$	输出 $y_r(t)$ 对应于输入 $x_s(t)$ 的复频响函数(适用多于一个输出的情况，见习题 7.5，方程（7.30）和十四章)。
I_1, I_2	定积分值。
L	加到 N 项离散序列中去的零项数，使其总项数成为 2^n，以满足 FFT(快速付里叶变换）的要求（第十一章)。
N	(i) 采样点数。 (ii) 离散输入的个数。 (iii) 序列的项数。 (iv) 伪随机二值序列的项数。 (v) 达到疲劳破坏的应力循环次数。
$N(S)$	应力量值为 S 时，达到疲劳破坏的循环次数。
$N_a^+(T)$	在时间 T 内，随机过程 $y(t)$ 以正斜率穿越量值

$\dot{y}=a$ 的平均次数（第八章）。

Prob "概率"的缩写。

$P(x)$ 随机变量 x 的（一维）概率分布函数（1.21）。

$P_0(T)$ 在时间 T 内不穿越（量值 a）的概率。

R_r 由下式定义的周期序列 $\{R_r\}$ 的项

$$R_r=\frac{1}{N}\sum_{s=0}^{N-1}x_s y_{s+r} \qquad (10.20)$$

$r=0,1,2,\cdots,(N-1)$

R_r 值与连续循环相关函数 $R_c(\tau)$（10.21）和离散线性相关函数估计值 $\hat{R}_r$（11.10）有关。

$\hat{R}_r$ 由下式定义的 $\{\hat{R}_r\}$ 序列的项

$$\hat{R}_r=\frac{1}{N-r}\sum_{s=0}^{N-1-r}x_s y_{s+r} \qquad (11.8)$$

$r=0,1,2\cdots,(N-1)$，它是线性相关函数估计值 $\hat{R}(\tau)$ 的离散形式。

$R(\tau)$ 相关函数。

$R_x(\tau),R_{xx}(\tau)$ 平稳随机过程 $x(t)$ 的目相关函数（3.13）。

$R_x'(\tau)$ 伪随机二值信号 $x(t)$ 的自相关函数。

$R_y(\tau),R_{yy}(\tau)$ 平稳随机过程 $y(t)$ 的自相关函数。

$R_{xy}(\tau),R_{yx}(\tau)$ 平稳随机过程 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的互相关函数，（3.20）。

$R_c(\tau)$ 循环（互）相关函数，其定义为使 $\{R_r\}$ 值可由下式给出

$$R_r=R_c(\tau=r\Delta) \qquad (10.21)$$

$R_c(\tau)$ 为周期的，所以 $R_c(\tau+T)=R_c(\tau)$ 其中 T 是记录长度，按这里的定义，$R_c(\tau)$ 是拟合于 $\{R_r\}$ 值的连续函数，因而只适用于所分析的一对记录。

$\hat{R}(\tau)$，$\hat{R}_{xy}(\tau)$ 从长度为 T 的连续记录上，按下式计算样本平均值而得到的线性（互）相关函数的估计值

$$\hat{R}_{xy}(\tau)=\frac{1}{T-\tau}\int_0^{T-\tau}x(t)y(t+\tau)\mathrm{d}t \tag{11.6}$$

$$0\leqslant\tau<T$$

S 计算疲劳寿命的应力幅值（第十四章）。

S_0 (i)（常数）谱密度值，

(ii) 谱密度的测量值（第九章）。

$S(\omega)$ 谱密度（严格地说是均方谱密度）。

$\tilde{S}(\omega)$ 平滑谱密度，它按下式或按等效方程（11.27）和（11.28）在中心频率 ω 两边的频率范围内取平均值获得

$$\tilde{S}(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}W(\Omega-\omega)S(\Omega)\mathrm{d}\Omega \tag{9.26}$$

在第十四章也更经常地用来表示谱密度的计算值（而不是测量值）(见方程(14.61))。

$\hat{S}(\omega_k)$ (11.39) 式定义的在 ω_k 附近谱值的（非加权）平均值。

$\tilde{S}'(\omega_k)$ 加零修正后在中心频率 ω_k 处的平滑谱密度；它由下式定义

$$\tilde{S}'(\omega_k)=\frac{N+L}{N}\tilde{S}(\omega_k)\text{（第十一章）。}$$

$S_c(\omega)$ 循环相关函数 $R_c(\tau)$ 的付里叶变换（第十章）。

S_k, S_{xy_k} 由计算 $\{R_r\}$，$r=0, 1, 2, \cdots, (N-1)$ 的 DFT（离散付里叶变换）得到的谱系数；即为 $(2\pi/T)\tilde{S}(\omega_k)$ 的估计值，其中 $\tilde{S}(\omega_k)$ 为由（11.22）式定义的加权谱密度，而 T 是分析的记录长度。根据（10.24）式：

$$S_k=S_{xyk}=X_k^*\cdot Y_k$$

再定义 $S_{-k}=S_k^*$，同样也有 $S_{xxk}=X_k^*\cdot X_k$，$S_{yx_k}=Y_k^*X_k$ 以及 $S_{yy_k}=Y_k^*Y_k$(10.26)。

$S_x(\omega), S_{xx}(\omega)$ 平稳随机过程 $x(t)$ 的自-谱密度（5.1)。

$S_{\dot{x}}(\omega)$ $\dot{x}(t)$ 过程的自-谱密度，其中 $\dot{x}(t)=\mathrm{d}x/\mathrm{d}t$

而 $x(t)$ 是平稳随机过程 (5.17)。

$S_{\ddot{x}}(\omega)$　$\ddot{x}(t)$ 过程的自-谱密度，其中 $\ddot{x}(t)=d^2x/dt^2$，$x(t)$ 是平稳随机过程 (5.19)。

$S'_x(\omega)$　伪随机二值信号 $x(t)$ 的谱密度(第十三章)。

$S_x(\omega_1,\omega_2)$　非平稳随机过程 $x(t)$ 的双频率功率谱密度（它的自相关函数取决于绝对时间和时滞）(14.79)。

$S_{xy}(\omega), S_{yx}(\omega)$　两个平稳随机过程 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的互-谱密度 (5.20)。

$S_y(\gamma)$　表面不平度 y 的空间谱密度，它是波数 γ 的函数。

T　(i) 时间周期。

(ii) 平均时间（第九章）。

(iii) 记录长度（第九章），它表为 $T=N\Delta$，其中 Δ = 采样间隔，N = 采样点数（第十章）。

(iv) 疲劳寿命（第十四章）。

T_L　加上 L 个零项后的记录长度，所以

$$T_L=(N+L)\Delta \qquad \text{(第十一章)}$$

$U(\omega)$　$u(\tau)$ 的付里叶变换（第十一章）。

W　FFT 算法中出现的复乘积因子 $e^{-i(2\pi/N)}$(旋转因子)(12.8)。

$W(\Omega)$　满足 (9.27) 式的谱权函数（"谱窗"），用以按照 (9.26) 式计算平滑谱密度 $\widetilde{S}(\omega)\cdot W(\Omega)$ 是时差窗 $w(\tau)$ 的付里叶变换。(11.25)。

$W_a(\Omega)$　修正频混现象("混淆谱窗")的谱加权函数，见习题 11.7 的 (11.57) 式。

$W_x(f)$　平稳随机过程 $x(t)$ 的自-谱密度，它仅用正频率表示，单位为均方值/Hz (5.25)。

X　长度参数 (14.32)。

X_k　(i) 由下式定义的付里叶级数 (10.1) 的复系数

$$X_k=a_k-ib_k$$

(ii) 由(10.8)定义的序列 $\{x_r\}$ $r=0,1,2,\cdots,(N-1)$ 的离散付里叶变换（DFT）项。

$X(\omega)$　$x(t)$的付里叶变换（4.10）。

$X^*(\omega)$　$X(\omega)$的复共轭。

Y_k　由（10.19）式定义的序列$\{y_r\}$ $r=0,1,2,\cdots,(N-1)$ 的离散付里叶变换（DFT）项。也用于$N/2$ 项序列的 DFT（12.2）。

$Y(\omega)$　$y(t)$的付里叶变换。

Z_k　由（12.2）式定义的序列 $\{Z_r\}$，$r=0,1,2,\cdots,(N/2-1)$ 的离散付里叶变换项。

α　(i) 指数衰减率（单位：时间$^{-1}$）。

(ii) 角度（弧度）。

(iii) 常（实）系数（13.18）。

β　常（实）系数（13.18）。

γ　表面不平度的波数（弧度/长度单位)(第十四章)。

$\delta(\tau),\delta(x)$　狄拉克 δ 函数（除自变量 τ，x 为 0 处外，其余处处为 0，τ，$x=0$ 时 δ 等于无穷大，并使（5.9）式成立）。

$\delta\left(\omega-\frac{2\pi k}{T}\right)$　狄拉克 δ 函数，除 $\omega=2\pi k/T$ 外，其余处处为 0，$\omega=2\pi k/T$ 时，δ 为无穷大，并使(10.14)式满足。

ε　模数转换的量化步长，图 11.9。

ζ　阻尼比（14.4）。

$\eta^2_{yx}(\omega)$　$y(t)$ 和 $x(t)$ 的单（或常）相干函数（14.75）。

$\eta^2_{y\mathbf{x}}(\omega)$　输出 $y(t)$ 和所有测量的输入 $x_1(t),x_2(t)$ 等之间的多重相干函数(14.62)。

θ　(i) 相位角（弧度）。

(ii) 时间变量（第六章）。

θ_1,θ_2　不同的时间变量。

κ　χ^2_κ 的统计自由度数（第九章）。

λ 表面不平度的波长（长度单位）（第十四章）。

μ_y 随机过程 $y(t)$ 的极大值的平均频率。

ν_a^+ 随机过程 $y(t)$ 以正斜率穿越量值 $y=a$ 的平均频率（第八章）。

ν_0^+ 以正斜率穿零的平均频率（第八章）。

ξ x 的哑变量（1.23）。

ρ_{xy} 随机变量 x 和 y 的相关系数（标准化协方差）（2.13）。

σ 标准偏差。

σ_x, σ_y 随机变量 x，y 或平稳随机过程 $x(t)$，$y(t)$ 的标准偏差。

$\sigma_{\dot{y}}$ 平稳随机过程 $\dot{y}(t)=\frac{dy(t)}{dt}$ 的标准偏差（第八章）。

$\sigma_{\ddot{y}}$ 平稳随机过程 $\ddot{y}(t)=\frac{d^2y(t)}{dt^2}$ 的标准偏差（第八章）。

σ/m （功率谱密度）测量值的标准偏差与其集合平均值之比。

τ (i) 时间延滞（时差）。
(ii) 绝对时间变量（第六章）。

τ' 时间延滞（时差）。

τ_0 τ 的特定值。

ϕ (i) 相位角（弧度）。
(ii) 时间变量（第七章）。
(iii) 随机二值过程样本函数的相位（时间）（第十三章）。

χ_κ^2 随机变量，它定义为 κ 个独立高斯随机变量的平方和（9.30），其中每一变量的平均值为零，方差为1；用它作为统计模型，在谱测量中计算置信界限（χ、κ 均为希腊字母，分别读作“卡埃”、“卡派”）。

ω 角频率（弧度/秒）。

ω_k 由下式定义的第 k 阶谐波角频率

$$\omega_k = 2\pi k / T \tag{4.3}$$

ω_N 共振系统的自然频率（弧度/秒）。

ω_0 (i) 特定的角频率（弧度/秒）。

(ii) 滤波器中心频率（弧度/秒）(第九章)。

(iii) 信号中需要研究的谱分量的上限频率(弧度/秒)(第十章)。

ω_1 (i) 特定的角频率（弧度/秒）。

(ii) 描述相对于参考值频差的哑频率变量（弧度/秒）(第十一章)。

$\omega_2, \omega_3, \cdots$ 特定的角频率（弧度/秒）。

Δ (i) 随机变量的采样值和其预计值的偏差（第三章）。

(ii) 模-数转换的采样间隔（第十章）。

Δt 随机二值过程的钟频周期（第十三章）。

$\Delta\omega$ (i) 频率增量，其值为$\frac{2\pi}{T}$(4.4)。

(ii) 共振带宽之半（第七章）。

(iii) 谱密度曲线带宽（第八章）。

(iv) 滤波器频响函数带宽（第九章）。

(v) 伪随机二值信号谱线的间距。

Σ 求和符号。

Ω 哑频率变量（弧度/秒）(9.26)。

$*$ 复共轭符号。