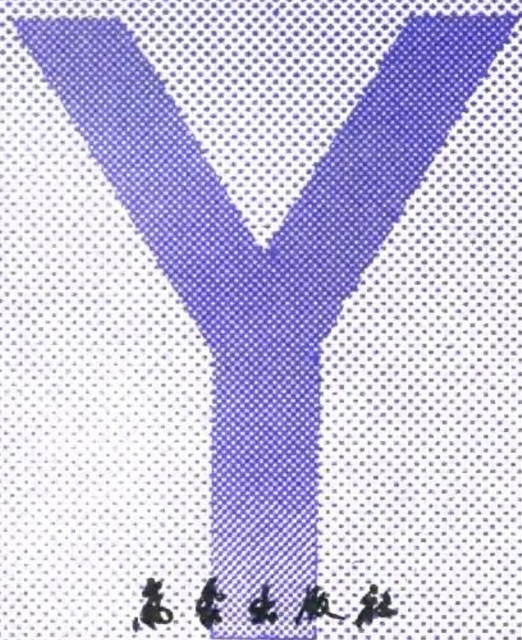


中尺度天气 动力学

寿绍文 编著



高等教育出版社

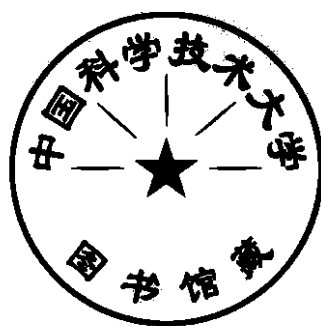
Mesoscale

Synoptic

Dynamics

中尺度天气动力学

寿绍文 编著



气象出版社

(京) 新登字046号

内 容 简 介

中尺度天气动力学是用流体力学和动力气象学原理对中尺度天气系统进行研究的一门学科。由于中尺度天气系统与许多严重灾害性天气(如暴雨、冰雹、龙卷、大风等等)相联系,而且它在整个大气环流中起着十分重要的作用,因此中尺度天气动力学在当代大气科学研究中占有重要的地位。本书是对这一领域现有知识的一个概要介绍。全书共七章,从1~7章依次分别讨论了中尺度运动特征和方程组;地形形成的机械性和热力性环流;自由大气中的移动性重力波;大气的不稳定性与对流;中尺度对流系统;锋和急流以及中尺度天气诊断分析。内容广泛涉及当今中尺度研究中的主要问题和活跃领域。每章均附有参考文献,便于查阅和作进一步探究。本书内容充实,简明扼要,说理清楚,讨论深入。本书经国家气象局高等学校气象类教材编审领导小组审查,确认适合于作为研究生、大学生用教材,也适合于作为研究人员及台站预报业务人员研究学习时参考。

中尺度天气动力学

寿绍文 编著

责任编辑 成秀虎

*

气象出版社 出版

(北京西郊白石桥路46号)

北京市昌平环球科技印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所发行 全国各地新华书店经销

*

开本: 850×1168 1/32 印张: 8.125 字数: 206千字

1993年4月第一版 1993年4月第一次印刷

印数: 1—2000

ISBN 7-5029-1162-6/P·0540(课)

定价: 2.75元

前 言

中尺度天气动力学是用流体力学和动力气象学原理对中尺度天气系统进行研究的一门学科。中尺度天气系统与许多严重灾害性天气（如暴雨、冰雹、龙卷、大风等）相联系，而且它们在整个大气环流中起着重要的作用。因此，中尺度天气动力学在当代大气科学研究中占有重要地位。本书主要对这一领域的知识作一概要的介绍。全书共七章，从1至7章依次分别讨论了中尺度运动特征和方程组；地形形成的机械性和热力性环流；自由大气中的移动性重力波；大气的不稳定性与对流；中尺度对流系统；锋和急流，以及中尺度天气诊断分析。内容广泛涉及当今中尺度研究中的主要问题和活跃领域。但由于受篇幅的限制，有些内容只能简单提及。为了便于读者作进一步的探究，每章后都附有一些参考文献，以供查阅。限于水平，书中难免有错误不妥之处，请读者批评，以便改正和改进。

本书初稿承蒙北京大学刘式适教授、南京大学党人庆教授、北京气象学院林锦瑞副教授及南京气象学院的同事们提出宝贵意见，在此谨致以衷心感谢。

本工作得到国家教委、国家自然科学基金项目、气象科学基金项目联合资助。

编著者

1991.7

目 录

第一章 中尺度运动的特征及方程组	(1)
§1.1 大气运动系统的尺度划分.....	(1)
§1.2 中尺度运动的基本特征.....	(8)
§1.3 中、小尺度天气方程组 (Boussinesq 近似)	(11)
§1.4 滞弹性近似方程组.....	(22)
参考文献.....	(25)
第二章 地形性中尺度环流	(27)
§2.1 地形波.....	(27)
§2.2 下坡风.....	(45)
§2.3 尾流中的环流.....	(49)
§2.4 城市热岛环流.....	(52)
§2.5 海陆风.....	(53)
§2.6 山谷风.....	(67)
§2.7 复杂地形影响的数值模拟.....	(72)
参考文献.....	(75)
第三章 自由大气中的移动性重力波	(77)
§3.1 移动性重力波的观测特征及天气背景.....	(77)
§3.2 重力波的动力学性质.....	(80)
§3.3 重力波的结构及其对天气的影响.....	(86)
§3.4 重力波的发生发展.....	(89)
参考文献.....	(98)
第四章 大气的不稳定性与对流	(99)
§4.1 条件性不稳定.....	(99)

§4.2	第二类条件性不稳定 (CISK)	(106)
§4.3	波动型第二类条件性不稳定(Wave- CISK)	(113)
§4.4	条件性对称不稳定(CSI)	(117)
§4.5	开尔文-亥姆霍茨(K-H)不稳定	(134)
参考文献		(139)
第五章	中尺度对流系统	(141)
§5.1	锋面附近的中尺度雨带	(141)
§5.2	雷暴	(148)
§5.3	龙卷风暴	(164)
§5.4	飚线	(171)
§5.5	雷暴对大尺度环境的反馈	(182)
参考文献		(198)
第六章	锋和急流	(201)
§6.1	锋的结构	(201)
§6.2	运动学和热力学锋生	(205)
§6.3	锋生动力学模式	(207)
§6.4	制约锋生的因子	(216)
§6.5	锋面横向次级环流方程	(220)
§6.6	锋面次级环流的强迫因子	(223)
§6.7	急流	(226)
参考文献		(234)
第七章	中尺度天气诊断分析	(235)
§7.1	中尺度诊断分析基础	(235)
§7.2	中尺度散度和涡度方程	(239)
§7.3	ω 方程	(242)
§7.4	动能平衡方程	(247)
§7.5	湿位涡方程及位势散度方程	(248)
参考文献		(251)

第一章 中尺度运动的 特征及方程组

本章将讨论大气运动系统的尺度划分、中尺度运动的基本特征以及描述中尺度运动的方程组。

§1.1 大气运动系统的尺度划分

大气环流是极为复杂的，它包含着从湍流微团到超长波等各种尺度的运动系统，不同尺度的系统具有不同的物理性质，因此为了便于研究须将它们进行分类，尺度分类通常有经验、理论、实用三种方法。人们在早期主要按经验分类，并得出了传统的三段分类，即把天气系统划分为大尺度、中尺度和小尺度三类（其空间尺度分别为 10^6 米、 10^5 米、 10^4 米，时间尺度分别为 10^5 秒、 10^4 秒、 10^3 秒）。对于小尺度系统（如雷暴、龙卷等）和大尺度系统（如气旋、锋等）人们根据长期的单站观测和常规天气图分析的经验，很早就有了明确的概念。而关于中尺度系统（如飑线、中气旋等）的概念则是在进行了很多比较细致的天气图分析，特别是在有了雷达等探测工具之后才建立起来的。Ligda(1951)最早提出“中尺度”这一概念。他根据对降水系统进行雷达探测所积累的经验指出，有些降水系统，“大到不能用单站观测，而又小到甚至不能在区域天气图上看出来”。他建议把具有这种尺度的系统称为“中尺度”系统。自此以后，“中尺度”这一介于大尺度和小尺度之间的特殊尺度的名称和概念便逐渐得到公认。目前，“中尺度”一般被描述性地定义为时间尺度和水平空间尺度比常规探空网的时空密度小，但比积云单体的生命期及空间尺度大得

多的一种尺度。也就是说，其水平尺度约为几十至几百千米；时间尺度约为几小时至十几小时。

近代很多人致力于从理论上对天气系统进行分类。有人试图用谱分析方法对天气系统进行客观分类，例如，Vinnichenko (1970) 对自由大气和地面附近气层中的东西风分量的平均动能作了谱分析，给出了如图 1.1 所示的不同时间尺度的动能谱。在

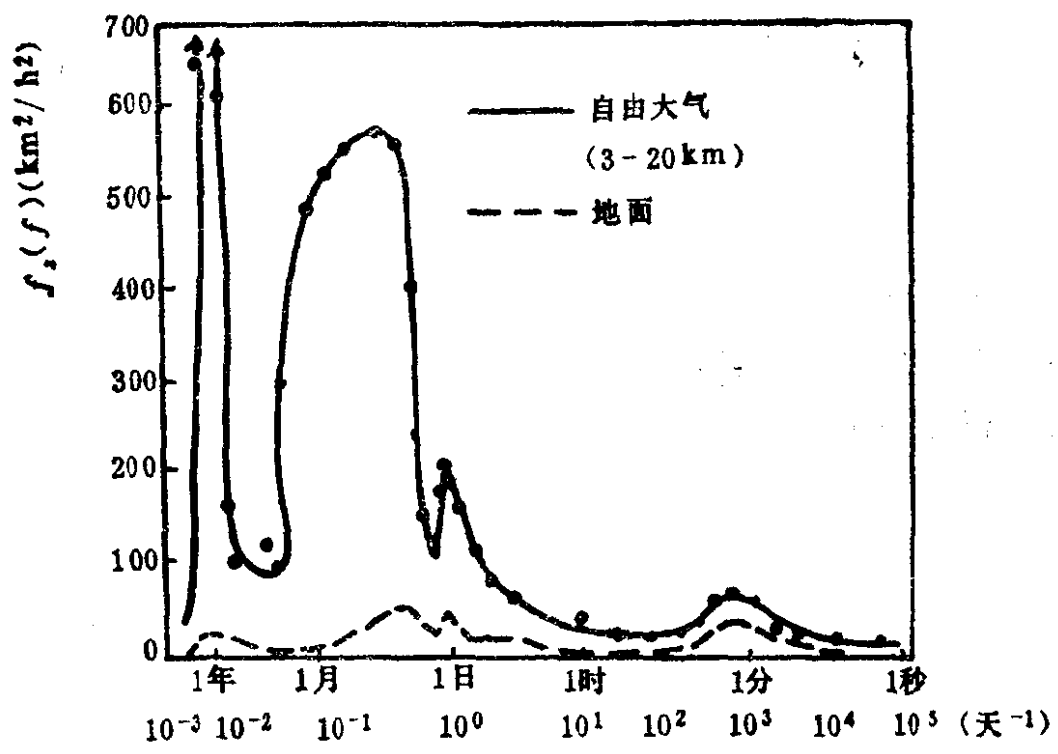


图1.1 自由大气（实线）和近地面（虚线）的东西风分量的平均动能

图1.1中，纵坐标为能量密度，横坐标为时间尺度。由图可见，在 1 分钟、1 日至数日、1 年等时间尺度上分别有能量密度的峰值，这些峰值分别反映了边界层湍流，昼夜变化、季节变化的影响。而在几十分钟至十几小时的时段（即中尺度时段）上，则为能量密度的低谷，或称为中尺度缝隙(gap)。这种谱分析结果反映了不同尺度的客观存在性。中尺度运动具有较低的能量密度，但它在大尺度和小、微尺度运动之间的能量交换过程中起着重要的作用。关于中尺度缝隙成因的一种可能的解释将在§3.2中给出。

不少人还试图从物理本质上对天气系统进行分类。我们知道，大气是一个流体动力和热力学系统，它可以由运动方程、连续方程、状态方程、热力学方程和水汽方程等（见方程1.3.1—1.3.5和方程1.3.33）来描述。运动方程表明，当空气质点受力不同时，其运动方式也是不同的。例如，当柯氏力项大大超过加速度项和摩擦力项，气压梯度力项与柯氏力近于平衡时，就形成“地转风”；当柯氏力项与摩擦力项小于加速度项，加速度项与气压梯度近于平衡，就形成“欧拉风”；当摩擦力项超过柯氏力项与加速度项，则摩擦力必须由气压梯度力来平衡，这就形成“摩擦风”，此时风沿着气压梯度力方向吹，而摩擦力则阻止风速不断增长；当加速度项与柯氏力项占主要地位而气压梯度力项可以略去时，则产生“惯性圆”运动。当浮力项大于重力项则产生“对流”运动。各种力的相对重要性，常常用各种量纲参数表征。表1.1列出了一些常用的量纲参数及其形式和特征比。我们将在§1.2中进一步讨论不同尺度的大气运动所对应的某些量纲参数的特征。在这里我们要介绍K.Emanuel(1983)根据罗斯贝数（Ro）作出的

表1.1 量纲参数（表中均为常用符号）

参 数		形 式	特 征 比
弗劳德数	Fr	$U^2/gL(\Delta\rho/\rho)$	惯性力/浮力
雷利数	Ra	$gL(\Delta\rho/\rho)\alpha\nu$	浮力/耗散力
雷诺数	Re	UL/ν	惯性力/粘滞力
理查逊数	Ri	$(\Delta\rho/\rho)/L(\partial u/\partial z)^2$	静力稳定度/（切变）
罗斯贝数	Ro	$U/\Omega L$	相对于旋转坐标惯性力/柯氏力
斯特劳哈尔数	St	U/fL	对流加速度/相对于一个固定观测者的局地加速度

注： ν 为运动粘滞性

尺度分类。为了进行尺度分类，Emanuel应用了两个无量纲数：拉格朗日时间尺度（ T ）和罗斯贝数Ro。其中Ro可以用 T 表示，即 $Ro = 2\pi/fT$ （ f 为柯氏参数）。各种大气现象均有相应的 T 和Ro值。

表1.2列出了一些典型大气现象的 T 和 Ro 值。如果将各种现象按

表1.2 各种大气现象的拉格朗日时间尺度(T)和罗斯贝数(Ro)

现 象	T	$Ro=2\pi/fT$
纬向平均环流	$2\pi a/U$	U/af
行星(静止)罗斯贝波	$2\pi/\sqrt{u\beta}$	$\sqrt{u\beta}/f$
气旋、反气旋	$2\pi\sqrt{K_1}/f$	$1/\sqrt{K_1}$
经典的锋	$2a\sqrt{K_1}/f$	$1/\sqrt{K_1}$
海陆风	1天	$1/(2\sin\phi)$
倾斜对流	$1/f$	2π
热带气旋	$2\pi R/V_T$	V_T/Rf
惯性重力波	$2\pi f^{-1}-2\pi N^{-1}$	$1-N/f$
雷暴和积云	N_w^{-1}	$2\pi N_w/f$
开尔文-赫姆霍次(K-H)波	$2\pi N^{-1}$	$2\pi N/f$
行星边界层(PBL)湍流	$2\pi h/U^*$	U^*/fh
龙卷	$2\pi R/V_T$	V_T/fR

注:

- a =地球半径;
 f =柯氏参数;
 U^* =摩擦速度尺度;
 N =平均浮力频率尺度;
 Ri =里查逊数= N^2/U_z^2 ;
 V_T =最大切向风尺度;
 D =不稳定层深度;
- U =平均纬向速度尺度;
 $\beta=f$ 的经向梯度;
 h =行星边界层深度(PBL尺度);
 N_w =湿浮力频率尺度;
 R =最大风尺度半径;
 ϕ =纬度;
 U_z =纬向风垂直切变尺度。

其所具有的典型的 Ro 值的大小排列起来(如图1.2所示),则可

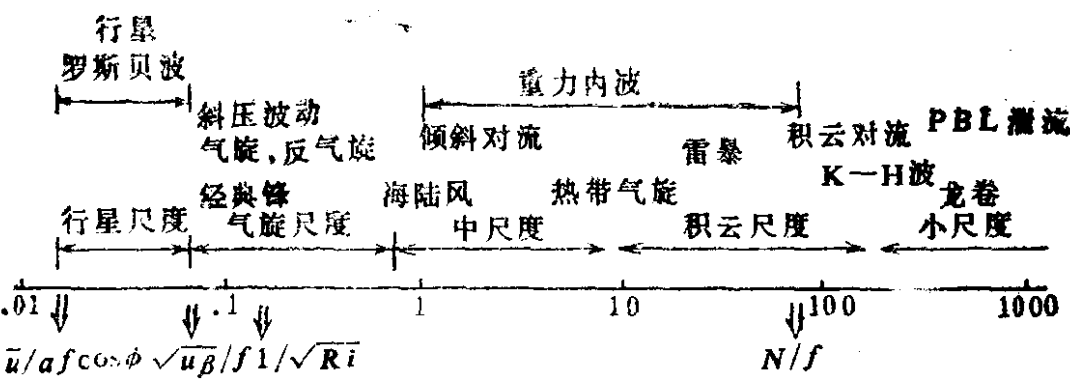


图1.2 按拉格朗日罗斯贝数作出的尺度分类

得到一个尺度序列。尺度愈大， Ro 愈小；尺度愈小， Ro 愈大。

从图1.2可见，按 Ro 的数量级大小，可将行星纬向气流分成四类基本的运动形式，即斜压波动、倾斜对流、积云对流以及边界层湍流。在表1.3中列出了四种运动的垂直尺度、水平尺度、时间尺度和罗斯贝数。同时还给出了它们在地球大气中出现的频率。上述四类运动的尺度相当于通常所说的大、中、小和微尺度。其中倾斜对流的垂直尺度为 D ，水平尺度为 $U_z D/f$ ，所以状态比 $L/D = U_z/f$ 。Emanuel把具有状态比 $L/D = U_z/f$ 和时间尺度 $T = f^{-1}$ 的运动定义为“中尺度”运动。水平尺度 $L = U_z D/f$ 和时间尺度 $T = 1/f$ ，正与“对称不稳定”的尺度一致，这说明对称不稳定

表1.3

类型	垂直尺度	水平尺度	时间尺度	罗斯贝数	在地球大气中出现的频率
斜压波动	$f^2 U_z / N \beta^2$	$f U_z / N \beta$	$2\pi N / f U_z$	$1/\sqrt{Ri}$	从极地到30°纬度几乎普遍存在
倾斜对流	D	$U_z D / f$	f^{-1}	2π	高度间歇性的
积云对流	D	D	N^{-1}	$2\pi N / f$	在热带海洋上空普遍存在并到处间歇性地发生
边界层湍流	h	h	h / U^*	$2\pi U^* / hf$	在边界层普遍存在

注：符号说明同表1.2。

是一种中尺度不稳定。而斜压波动和积云对流则分别和斜压不稳定及重力不稳定相对应。由此可见，这种尺度分类法把运动尺度和稳定性相连系起来了（关于稳定性理论将在第四章讨论）。

以上分析表明尺度的经验分类和理论分类基本是一致的，但实际大气中天气系统的尺度谱更复杂，从实用的角度来说需要更细致的分类。Orlanski(1975)根据观测和理论的综合分析结果，提出了一个比较细致的尺度划分方案，得到了比较普遍的采用。按他的方案，天气系统可粗分为大、中、小尺度三类，其中大尺

度系统可再分为 α 、 β 两类。中尺度和小尺度系统则可再分为 α 、 β 、 γ 三类，相邻两类的空间尺度相差1个数量级（见图1.3）。按这种划分，中尺度成了一个范围很宽的尺度（即2—2000千米）。小至某些通常称为小尺度的系统（如雷暴单体等），大至某些通

尺度的定义				生命期 水平 尺度	1月 $(\beta L_R)^{-1}$ $(f)^{-1}$	1天 $(\frac{g}{\theta} \frac{d\theta}{dz})^{-1}$	1天 $21分(\frac{g}{H})^{-\frac{1}{2}}$	1秒 $(\frac{L}{u})$	
大尺度	A	A	大尺度	10,000 (km)	驻波超长波	潮沙波			大- α 尺度
				2000 km	斜压波				大- β 尺度
中间尺度	B	B	中尺度	200 km	锋 台风				中- α 尺度
				20 km		夜发性 低空急流 爬线			中- β 尺度
中尺度	C	C	中尺度	2 km		雷暴 重力内波 晴空湍流 城市效应			中- γ 尺度
				200 m		龙卷 深对流 短重力波			小- α 尺度
小尺度	D	D	小尺度	20 m			尘卷 热旋风		小- β 尺度
							卷流 粗糙度 湍流		小- γ 尺度
日本的命名	欧洲的命名	GATE命名	美国的命名	委员会 大气科学	气候尺度	天气尺度 行星尺度	中尺度	小尺度	尺度

• GATE = 全球大气研究计划大西洋热带试验

图1.3 1.Orlanski 的尺度划分（右）
及几种主要的尺度定义的对照

常称为大尺度的系统（如锋、飓风或台风等）都可包括在中尺度

的范围内。但其“核心”则为20—200千米的系统，即中- β 尺度系统。中- β 尺度系统具有典型的中尺度特性，而中- α 和中- γ 尺度系统则分别兼有大尺度和小尺度的特性。

Orlanski 的尺度划分是根据时间和空间长度同时作出的，注意图1.3中沿着时间尺度这一排的括弧中的物理参数。正是这些参数控制着每一个特定的时间尺度范围。其中 $(\beta L_R)^{-1}$ 即地转参数随纬度的变化 (β) 与罗斯贝变形半径 $L_R = (H/f) \left[(g/\theta) \right.$

$\left. \left(\frac{d\theta}{dz} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$ 的乘积的倒数（其中 H 为均质大气的厚度），1个月至

1天之间的尺度受此参数控制。对于尺度为1天至几小时的运动来说，则受参数 f^{-1} 的控制。而生命史为几小时的运动受浮力频率的倒数 $N^{-1} = [(g/\theta) (d\theta/dz)]^{-\frac{1}{2}}$ 所控制。至于时间尺度为分和秒的外重力波和湍流运动的平流时间则分别由参数 $(g/H)^{-\frac{1}{2}}$ 和 L/u 所决定。

关于大气运动系统的尺度划分标准以及各种尺度的名称至今仍是不统一的。在图1.3中左部列出了当前世界上的几种有代表性的尺度划分标准与Orlanski的尺度划分之间的相互对照关系。在日本的尺度划分中，包含一个“中间尺度”。它相当于Orlanski所定义的中- α 尺度。中间尺度或中- α 尺度也相当于通常所说的“次天气尺度”，而大- β 尺度则相当于通常所说的“天气尺度”。

除了图1.3中所列的各种尺度划分外，还有一些别的尺度划分和名称。例如藤田哲也 (Fujita) 等按英文的五个元音字母A、E、I、O、U的次序，把天气系统按大小分别给以Maso、Meso、Miso、Moso、及Musso等前缀，把天气系统划分为5个等级，前四个等级又分别划分为 α 、 β 两个次尺度。Fujita除了作了上述尺度分类外，为了在研究下击暴流、微下击暴流和龙卷吸管涡旋等特殊的小尺度天气现象时，进行测站布局 and 观测及研究方法的设

计用目的，又对小尺度现象作了更进一步的分类，即除了将小尺度划分成 α 、 β 、 γ 三类外，还增加了 δ 和 ϵ 两个次尺度（200米为 δ 尺度，10米为 ϵ 尺度）。

§1.2 中尺度运动的基本特征

通过§1.1的讨论，我们已经知道中尺度是一个比较特殊的尺度，归纳起来可以从以下几个方面来认识其基本特征：

(1) 尺度

按Orlanski的划分标准，中尺度系统的水平尺度在 2×10^0 — 2×10^3 千米之间，时间尺度在几十分钟至几天之间。这是一个很宽的范围，因此中尺度系统不仅区别于大、小系统，而且大小不同的中尺度系统之间也具有性质的差别。一般来说，水平尺度为20—200千米的中- β 系统是中系统的核心，具有典型的中系统特性，而中- α 和中- γ 系统则分别兼有大、小尺度系统的特性。

(2) 垂直速度

从连续方程可得： $W \leq \frac{HV}{L}$ （其中 W 、 V 分别表示空气的垂直和水平速度， H 、 L 分别表示垂直和水平尺度）。取 $V \sim 10$ 米·秒⁻¹， $H \sim 10$ 千米，则对中- α 、 β 、 γ 尺度系统， W 分别可为 10^{-1} ， 10^0 和 10^1 米·秒⁻¹，这都比大尺度垂直运动大1到几个量级。相应地，中尺度的散度、涡度也要比大尺度的散度、涡度大1到几个量级。

(3) 地转偏向力和浮力的作用

在大尺度运动中，地转偏向力的作用相对重要，浮力可以忽略。在小尺度运动中，浮力的作用相对重要，地转偏向力可以忽略。而在中尺度运动中，地转偏向力和浮力的作用都必须考虑。这种性质可以用罗斯贝数 Ro 和里查逊数 Ri 来表示。对三种基本尺度而言， Ro 和 Ri 数的典型值为：

	大 尺 度	中 尺 度	小 尺 度
$Ro = V/fL$	0.1	1.0	>1.0
$Ri = N^2/U_z^2$	100.0	1.0	<1

由此可见，尺度愈大， Ro 数愈小， Ri 数愈大；反之，尺度愈小， Ro 数愈大， Ri 数愈小。而 Ro 数与地转偏向力成反比， Ri 数与浮力成反比。所以尺度愈大，地转偏向力作用愈大，浮力作用愈小；反之，尺度愈小，地转偏向力作用愈小，浮力作用愈大。对较小的中尺度运动，地转偏向力项相对较小，运动具有非地转性，而对较大的中尺度运动，地转偏向力项相对较大。运动具有一定的地转性。Phillips(1963)引入了Burger数 B ($B = Ro^2 Ri$)，并定义了两类地转运动：当 $B \simeq 10^{-2}$ 时，称为第二类地转运动； $B \simeq 1$ 时称为第一类地转运动。较大的中尺度运动正好具有 $B \simeq 1$ 的关系，因此也说明它具有地转性。不过虽然大、中系统都可能出现 $B \simeq 1$ 的情况，但由于两类运动的 Ro 和 Ri 数明显不同，因此两类运动仍有明显差别。

通过地转偏向力及浮力相对重要性的分析可见，大尺度运动是地转和静力平衡的运动，小尺度运动是非地转、非静力和湍流运动，而中尺度运动则介于两者之间。大的中尺度运动可为准地转和准静力平衡运动，小的中尺度则可为非地转和非静力平衡运动；而典型的中尺度运动，则可能是非地转和准静力平衡的。因此典型的“中尺度”也可以定义为符合以下判据的一种特殊尺度：①其水平尺度足够大，以致可以适用静力平衡关系；②其水平尺度足够小，以致地转偏向力项相对于平流项和气压梯度力项是小项。这时形成的流场，即使在没有摩擦作用的情况下（在行星边界层以上），也与梯度风和地转风关系有本质的不同。所以在中尺度分析中，用地转风和梯度风作为实际风的近似已不合适，而流体静力近似一般仍能有效地表示气压的垂直分布。但是

要强调指出，流体静力假设的正确性同时与天气系统的尺度和大气的稳定度以及风速大小有关。当大气比较稳定，风速较小时，流体静力假设对较小尺度的系统也是适用的。但是当风速增大，热力稳定度减小时则流体静力假设的正确性便减小，以至不适用。

(4) 质量场和风场的适应过程

对大尺度运动而言，一般是风场适应质量场，而中尺度运动中则为质量场适应风场。对于这一点可作一些简单的解释。

考虑一个初始无界海洋，在水平范围为 $2A$ ，深度为 H 的水柱中加上动量，从而破坏了地转平衡。最后通过在自由表面形成波状，使地转平衡重新恢复(图1.4)。此时速度由初始时刻的 V_i 变成 V_f 。在这个过程中，动量耗散率为 $\lambda^{-1} = \frac{\sqrt{gH}}{f} = L_R$ 。 L_R 称为罗斯贝变形半径，它是由重力、地球自转以及流体深度所决定的空间尺度。

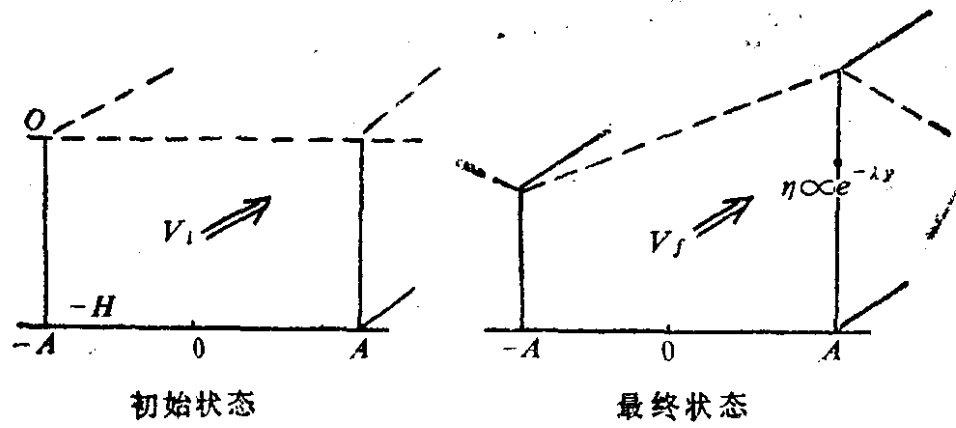


图1.4

在地转平衡时，速度 V 可写成 $V = \frac{g\Delta\eta}{fL}$ ，其中 L 为地转水流的尺度，它和初始扰动的尺度相同， η 为自由表面高度。因此，每单位长度的地转水流的动能 E_{gc} 为

$$E_{gc} = \frac{1}{2} \rho H g^2 \Delta\eta^2 / (fL)^2 \tag{1.2.1}$$

类似地，位能应为

$$P_{g\epsilon\epsilon} = \frac{1}{2} \rho g \Delta \eta^2 \quad (1.2.2)$$

$$\text{总能量为: } T_{g\epsilon\epsilon} = E_{g\epsilon\epsilon} + P_{g\epsilon\epsilon} \quad (1.2.3)$$

由 (1.2.1) 及 (1.2.2) 可得:

$$(E/P)_{g\epsilon\epsilon} = \frac{Hg}{f^2 L^2} = \frac{L_R^2}{L^2} \quad (1.2.4)$$

由 (1.2.4) 可见，当 $L \gg L_R$ 时，有 $E_{g\epsilon\epsilon} \ll P_{g\epsilon\epsilon}$ 。由此可知当增加动能时，必须发生很大的位能才能使地转平衡恢复。但当增加位能时，则只需发生很小的动能便能适应。显然后一种情况容易成功。因此，对于水平尺度大于 L_R 的扰动而言，一般是速度场适应质量场。而当 $L \ll L_R$ 时，情况正好相反。所以对中小尺度扰动而言，一般是质量场适应速度场。

上述由罗斯贝首先得出的结果，适用于均匀海洋，也可近似地反映大气的情况。Bolin(1953)已将上述讨论推广到层结海洋，在这种情况下，动能和位能的比率为：

$$(E/P)_{g\epsilon\epsilon} \simeq \frac{H^2 N^2}{f^2 L^2} = \frac{R_N^2}{L^2} \quad (1.2.5)$$

其中 $R_N = HN/f$ ， $N = \left(\frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)^{\frac{1}{2}}$ ， θ 为位温， N 称为 Brunt-Väisälä 频率。(1.2.5) 式还可写成

$$(E/P)_{g\epsilon\epsilon} = \frac{V^3 N^2}{f^2 L^2 \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)^2} = Ro^2 Ri = B \quad (1.2.6)$$

其中 B 即为上面提到的 Burger 数。

§1.3 中、小尺度天气方程组 (Boussinesq近似)

我们从湍流大气的动力学和热力学基本方程组出发来推导描