



● Wang Yongjiu and Tang Zhiming

引力理论 和引力效应

● 王永久 唐智明 著

THE THEORY AND EFFECTS OF GRAVITATION

● 湖南科学技术出版社

引力理论 和引力效应

● 王永久 唐智明 著

湖南科学

出版社

引力理论和引力效应

王永久 唐智明著

责任编辑：胡海清

*

湖南科学技术出版社出版发行

(长沙市展览馆路8号)

湖南省新华书店经销 湖南省新华印刷二厂印刷

*

1990年7月第1版第1次印刷

开本：850×1168毫米 1/32 印张：25.375 插页：5 字数：667,000

印数：(精)1—500 (平)1—600

(精装) ISBN 7—5357—0711—4
O·75 定价：15.20元

(平装) ISBN 7—5357—0712—2
O·76 定价：13.30元

地科90—50

序 言

丁 1986.11

1687年，人类对自然界普遍存在的力——引力的认识第一次升华，牛顿创立了第一个引力理论。牛顿引力理论首次揭开了行星运动之谜，牛顿本人也因为他的理论预言了两颗行星的存在并被天文观测所证实而誉满全球。直至20世纪初，这一理论是人们普遍接受的、唯一正确的引力理论。随着人类智慧的发展，牛顿引力理论的困难日益引起学者们的重视：它无法解释天文学家观测到的事实——水星轨道近日点的移动，无法解释物体的引力质量和惯性质量为什么数值相等……

1916年，人类对引力的认识第二次升华，爱因斯坦以全新的观点创立了第二个引力理论——广义相对论。爱因斯坦引力理论将空-时几何和引力场统为一体，以其简洁的逻辑和优美的结构令学者们叹服甚至陶醉。它圆满地解决了牛顿引力理论的困难，并将牛顿理论纳入自己的特殊情况(弱场近似)。爱因斯坦引力理论预言，光在引力场中传播时其波长要发生变化，在地球上观测太阳的光谱，应有一个微小的红移，其数值约为 2.12×10^{-6} ；光线在引力场中应是弯曲的，经过太阳附近的光线应有 $1.75''$ 的引力偏转……这些预言均为实验所证实。

广义相对论的发展，在很大程度上取决于引力场方程的严格解和它们的物理解释。因此，场方程的严格解是爱因斯坦引力理论的重要内容。一般地说，只要给出一个严格解，就会预言一系列引力效应。前面提到的几个经典实验所验证的广义相对论效应都是由最简单的严格解——史瓦希解预言的。由于数学上的复杂性，获得场方程的严格解是十分艰难的。因此，人们一方面运用

各种数学技巧寻找新的严格解,一方面寻找“生成技术”,即寻找一些变换,由一个已知解生成一个新解(或解簇)。自60年代开始、70年代得到蓬勃发展的生成技术使辐射对称场这一领域显得十分活跃。1961年,Bonnor证明了,由一个爱因斯坦场方程的静态真空解可以生成一个静态电磁真空解;1966年,他由Kerr稳态真空解经过参量变换生成一个电真空解(这一方法称为参量变换技术)。Wang(1974年)用这一技术由Tomimatsu-Sato解生成了一个较复杂的电磁真空解。Ernst(1968年)引入一复势,构成了著名的Ernst方程,从而建立了一个系统的生成技术。后来,Geroch(1971年)发现,Ernst生成技术中的相变换是场方程更大的协变群中的一个特例。Kinnensley(1973年)又将Geroch的工作推广到含电磁场的情况,从而形成了G-K生成技术。Ernst,Geroch和Kinnensley的工作使严格解的研究大大向前迈进了一步。70年代末到80年代初,Belinsky和Zakharov等人(1978年,1979年,1983年)把辐射对称场方程的解作为反散射问题处理,建立了生成新解的孤立子方法。这是一种相当简洁而优美的方法。按照这一方法,由一个初始解代入一组和场方程等效但十分简单的方程,求出孤立子(极点)解,从而得到引力场方程的新解。例如,把平直空-时度规作为初始解,生成的2-孤立子解即为Kerr-NUT解;生成最简单的 n -孤立子解描述 $n/2$ 个史瓦希粒子和各阶多极矩的引力场,这些史瓦希粒子很象由平直空-时背景的“扰动”而形成的孤立子(极点)。

在根据爱因斯坦引力理论建立天体物理模型的过程中,人们不时地提出这样的问题:有没有比爱因斯坦理论更好的引力理论?人们对理论中出现的奇异性常常是不喜欢的。还有引力场的能量问题,对马赫原理的考虑等等,都有不令人满意的地方。于是60年代和70年代相继出现了多种非爱因斯坦引力理论。为了满足广义协变性的要求,几乎所有的新理论都从变分原理出发,为了各自的目的选取不同的拉格朗日密度,从而获得不同的场方程。Brans和Dicke(1961年)认为,虽然在广义相对论中考虑了马赫

原理，但对它的表述是相当有限的，不可能对广义相对论的场方程加上边界条件而使其包容马赫原理。他们从马赫原理出发，在拉格朗日密度中引入标量场，建立了标量-张量引力理论。这一理论不完全是引力的几何理论，所引入的标量场也产生引力效应。在所引入的参量 $\omega \rightarrow \infty$ 的极限情况下，该理论过渡到广义相对论。为了克服奇异性困难，Moffat(1979年)提出一种非黎曼空-时引力理论；空-时由非对称度规张量 $g_{\mu\nu} = g_{(\mu\nu)} + g_{[\mu\nu]}$ 和非对称联络 $\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \Gamma_{(\mu\nu)}^{\lambda} + \Gamma_{[\mu\nu]}^{\lambda}$ 描述。适当选取参量 l 的值，可以从物理空-时中消除内禀奇异性。

早在50年代后期，就有一些著名学者（如Milne, Birkhoff, Linfante等）力图建立平直空-时引力理论。在这些理论中，把平直空-时作为背景，并在这个背景上将引力作为洛仑兹协变的场来处理。相继建立的这类引力理论多达数十种。70年代，这方面的工作有新的进展。Rosen(1974年)提出了双度规引力理论，对于每个空-时点引入两个度规张量：黎曼度规张量(用来描述真实的引力场——由物质或其它形式的能量产生)和平直空-时度规张量(用来描述惯性力场)。Logunov(1982年)提出一种平直空-时引力理论，其中引入一个“等效黎曼空-时”；引力场和其它物质场一样具有能量-动量张量，引力场方程由平直空-时构成，而物质的运动方程则用等效黎曼空-时构成。

大约从50年代末、60年代初开始，验证引力理论的实验技术迅速提高，引力理论和天体物理研究的步调加快。相对论天体物理学和宇宙学成为十分活跃的学科领域，这标志着广义相对论进入了一个新的阶段。在这一阶段中，广义相对论作为天体物理的理论基础，它的正确性要经受前所未有的检验和挑战。这个时期的实验工具以前所未有的方式和空前的精度检验理论的正确性。随着新实验和新理论的不断出现，引力理论的系统的、高精度的检验成为一个活跃的领域。其中包括一些经典实验的改进，如引力红移和光的偏转，其精度是60年以前不可想像的；也包括一些新的引力效应的检测，如月球运动中的Nordtvedt效~应等。70年代，

Nordtved和Will建立了参量化后牛顿 (PPN) 形式体系, 为分析太阳系实验, 检验不同的引力理论提供了一个方便的理论框架。每种引力度规理论都有各自的PPN参量值。实验的任务之一就是测定PPN参量值, 从而检验各种引力理论的预言是否正确。20多年的实验结果淘汰了绝大部分非爱因斯坦引力理论, 其中包括准线性引力理论, 分层理论, 共形平直理论, 等等。爱因斯坦引力理论顺利地通过了每一个实验的检验。除了爱因斯坦理论以外, 还有一些引力理论, 它们在后牛顿极限下都与太阳系的实验结果相符合。可望在其它引力效应中进一步检验引力理论。

由引力场方程和场源物质及试验粒子的运动方程, 可以引出许多新的推论, 其中有一些具有明显的物理意义。这些推论称为引力效应。除了和几个经典实验相对应的引力效应以外, 还有更多的引力效应不能为目前的实验所检验。随着观测技术、引力辐射探测技术和空间技术的发展, 太阳系不再是检验引力理论的唯一场所, 这一点已经越来越明显。可望在今后的10年内, 有更多的引力效应为新的实验所检验。

本书内容包括绪论(狭义相对论)、引力理论基础、引力场方程的解、广义相对论流体动力学、引力坍缩和黑洞、宇宙学、其它引力理论和引力效应等八篇。除第七篇外均属于爱因斯坦引力理论。书中包括近年来作者的科研成果和国内外相关领域的研究论文。为便于阅读, 选入了作者近年来为研究生讲课的讲义中的若干内容和一些名著中的部分内容, 后者主要取自 C.Møller(1952年), M.Tonnelat (1959年), S. Weinberg (1972年), M. Carmeli (1982年), H.Stephani (1980年), C.Will (1981年), Q.Ivanitzkaya (1979年), D.Kramer等 (1980年), 刘辽 (1987年) 等人的著作。

为便于阅读, 书中增加了绪论(狭义相对论)和附录(黎曼几何和张量分析)两部分内容。书中对于具有普遍意义的章节, 均给出了较详细的推导; 对于一些启发性的内容则只给出物理思想和数学技巧方面的要点。

作者深深感谢刘辽教授、V. Cruz 教授和 C. Hoens laers 教授，他们曾经对书中的部分素材（作者的一些科研论文）提出过有益的意见。

作者还要感谢郭鸿钧副教授、余洪伟讲师和荆继良讲师，他们参加了书稿的整理工作。

王永久 唐智明

1988年秋

目 录

第一篇 绪 论

第一章 广义洛伦兹变换.....	(1)
§ 1.1 非本征欧氏空间	(1)
§ 1.2 附加惯例	(1)
§ 1.3 狭义相对论中线元的表示式	(2)
§ 1.4 类空、类时和各向同性四维矢量	(5)
§ 1.5 四维欧氏空间的运动群	(6)
§ 1.6 广义和狭义洛伦兹变换	(8)
第二章 相对论运动学	(20)
§ 2.1 四维速度矢量	(20)
§ 2.2 广义速度合成公式	(22)
§ 2.3 速度矢量的大小和方向	(25)
§ 2.4 多普勒效应	(28)
第三章 相对论动力学.....	(31)
§ 3.1 动量、能量和固有质量	(31)
§ 3.2 质点动力学基本定律	(32)
§ 3.3 质量-能量关系式	(35)
§ 3.5 时钟佯谬的狭义相对论处理	(36)
第四章 相对论电动力学.....	(40)
§ 4.1 电磁场张量	(40)
§ 4.2 四维势	(42)
§ 4.3 能量-动量张量	(43)
§ 4.4 任意曲线坐标系中的表示式	(45)
§ 4.5 存在磁单极的情况	(47)
§ 4.6 Dirac的磁单极理论.....	(50)

第二篇 引力理论

第一章 牛顿引力理论.....	(55)
§ 1.1 牛顿引力定律	(55)
§ 1.2 牛顿引力势	(57)
§ 1.3 惯性质量和引力质量	(58)
第二章 爱因斯坦引力理论基础	(62)
§ 2.1 等效原理	(62)
§ 2.2 广义协变原理	(65)
§ 2.3 广义相对论中的空间和时间	(66)
§ 2.4 引力场的势	(76)
第三章 引力场方程	(78)
§ 3.1 场方程的建立	(78)
§ 3.2 牛顿极限	(80)
* § 3.3 关于宇宙因子 λ 的讨论	(83)
§ 3.4 引力场的变分原理	(88)
§ 3.5 引力场中的Maxwell方程	(93)
§ 3.6 物质的运动方程和物质场的能-动张量	(98)
§ 3.7 Lie导数和时-空的对称性	(100)
§ 3.8 Killing矢量	(106)
§ 3.9 引力场的对称性	(115)
§ 3.10 引力场方程的正交标架形式	(131)
§ 3.11 引力场方程的零标架形式	(134)
§ 3.12 共形Ricci平直理想流体的场方程	(147)
§ 3.13 能量-动量赝张量	(152)
第四章 引力场的分类.....	(156)
§ 4.1 Petrov分类	(156)
§ 4.2 电磁场的分类	(158)
§ 4.3 引力场的分类	(161)

第三篇 引力场方程的解

第一章 一些特殊形式的引力场	(167)
§ 1.1 任意变速参考系中的引力场	(167)
§ 1.2 静态球对称外部引力场	(170)

§ 1.3	静态球对称荷电质量的外部引力场	(173)
§ 1.4	静态球对称理想流体的内部引力场	(175)
§ 1.5	无限长质量线的外部引力场	(179)
§ 1.6	电荷和磁矩的引力场	(181)
§ 1.7	Weyl-Levi-Civita解	(187)
§ 1.8	质量四极矩的引力场	(192)
§ 1.9	球对称辐射引力场	(196)
§ 1.10	电(磁)荷、磁矩和质量四极矩的引力场	(201)
§ 1.11	无压流体的引力场	(213)
§ 1.12	一个荷电球对称内部解	(218)
§ 1.13	Einstein-Rosen度规	(222)
§ 1.14	旋转质量的外部引力场	(226)
§ 1.15	Kerr度规的直接推导	(231)
第二章	一些特殊形式的引力场(续).....	(236)
§ 2.1	任意加速点质量的引力场	(236)
§ 2.2	辐射对称Kerr-Schild-Vaidya场	(239)
§ 2.3	荷电(磁)加速质量源的引力场	(245)
第三章	生成技术	(252)
§ 3.1	引言	(252)
§ 3.2	辐射对称线元	(253)
§ 3.3	恩斯特方程	(257)
§ 3.4	Curzon度规	(262)
§ 3.5	由恩斯特方程直接得到的几个度规	(264)
§ 3.6	恩斯特的生成技术和几个生成解	(266)
§ 3.7	Einstein-Maxwell场的内部对称性和G-K生成技术	(268)
§ 3.8	磁场中的旋转荷电(磁)质量源	(275)
§ 3.9	Chandrasekhar生成技术	(280)
§ 3.10	参量变换技术	(286)
§ 3.11	Ehlers和Bonnor的生成技术	(288)
§ 3.12	孤立子(Soliton)方法	(293)
§ 3.13	矩阵g的n-孤立子解	(294)
§ 3.14	度规系数f的计算	(300)

§ 3.15	平直空-时背景上的2-孤立子解	(302)
§ 3.16	平直空-时背景上的n-孤立子解	(305)
§ 3.17	两个Kerr解的迭加	(308)
第四章	弱引力场和引力辐射	(314)
§ 4.1	弱场解	(314)
§ 4.2	能量辐射	(319)
第五章	后牛顿极限	(330)
§ 5.1	PPN形式	(330)
§ 5.2	PPN度规	(336)
§ 5.3	守恒定律	(344)
§ 5.4	推导PPN度规的一般方法	(353)

第四篇 广义相对论流体动力学

第一章	理想流体动力学	(361)
§ 1.1	热力学方程	(361)
§ 1.2	流线方程	(362)
§ 1.3	守恒方程	(364)
§ 1.4	不可压缩相对论热力学流体	(365)
第二章	荷电流体动力学	(368)
§ 2.1	荷电流体运动方程和热力学方程	(368)
§ 2.2	连续性方程和流线方程	(369)
§ 2.3	电磁场方程和能-动张量	(370)
第三章	磁流体动力学	(375)
§ 3.1	电磁场方程	(375)
§ 3.2	磁流体动力学的主要方程	(376)
§ 3.3	流体运动学方程	(377)
§ 3.4	流体动力学波和阿耳文波	(380)
§ 3.5	不可压缩流体	(384)
§ 3.6	冲击方程	(384)
§ 3.7	切向冲击和非切向冲击	(386)
§ 3.8	非切向冲击的分析	(389)
§ 3.9	阿耳文冲击	(391)
§ 3.10	矢量 U^α 在冲击中的性质	(393)

§ 3.11 广义相对论Hugoniot方程 (395)

第五篇 引力坍缩和黑洞

第一章 球对称引力场的奇异性 (400)

§ 1.1 史瓦希面 (400)

§ 1.2 自由下落坐标系 (403)

§ 1.3 史瓦希黑洞 (405)

§ 1.4 Kruskal坐标 (406)

第二章 球对称恒星的引力坍缩 (410)

§ 2.1 广义相对论恒星的引力平衡 (411)

§ 2.2 球对称恒星的引力坍缩 (413)

第三章 辐射对称引力场的奇异性 (417)

§ 3.1 旋转天体的引力场 (417)

§ 3.2 无限红移面和视界 (418)

§ 3.3 旋转恒星的引力坍缩 (421)

第四章 粒子的散射和吸收 (422)

§ 4.1 标量粒子的波函数 (422)

§ 4.2 标量粒子的散射和吸收 (423)

§ 4.3 慢速标量粒子的散射和吸收 (424)

§ 4.4 电子的散射 (425)

§ 4.5 中微子的散射和吸收 (427)

第五章 Kerr-Newman-de Sitter 黑洞和中微子波 (429)

§ 5.1 黑洞微扰理论 (429)

§ 5.2 Dirac方程 (430)

§ 5.3 反射系数和入射系数 (435)

§ 5.4 中微子波 (436)

第六章 抵抗引力坍缩的可能性 (439)

§ 6.1 恒星内部的引力场方程 (439)

§ 6.2 恒星内部场方程的解 (441)

§ 6.3 系统的质量 (444)

§ 6.4 外部场方程的解 (447)

第六篇 宇宙学

第一章 宇宙学原理和Robertson-Walker度规 (451)

§ 1.1	宇宙学原理	(452)
§ 1.2	Robertson-Walker度规	(452)
§ 1.3	空间距离和曲率	(454)
§ 1.4	粒子和光子的行为	(456)
第二章 宇宙动力学		(460)
§ 2.1	爱因斯坦场方程	(460)
§ 2.2	弗里德曼宇宙模型	(461)
§ 2.3	宇宙物质的密度和压强	(463)
§ 2.4	宇宙年龄的计算	(465)
§ 2.5	粒子视界和事件视界	(467)
§ 2.6	含有宇宙因子的模型	(468)
§ 2.7	宇宙早期结构和背景辐射	(472)
§ 2.8	一个弗里德曼宇宙中的星体模型	(474)
第三章 其它宇宙模型		(477)
§ 3.1	Bianchi-I型宇宙	(477)
§ 3.2	五维Bianchi-V型宇宙	(480)
§ 3.3	Gödel宇宙	(483)
§ 3.4	Dirac假设	(484)
§ 3.5	奇点定理	(485)

第七篇 其他引力理论

第一章 标量-张量引力理论		(491)
§ 1.1	马赫原理和引力理论	(491)
§ 1.2	引力场方程	(492)
§ 1.3	弱场解	(496)
§ 1.4	静态球对称外部解	(498)
§ 1.5	关于马赫原理的讨论	(499)
§ 1.6	宇宙模型	(501)
§ 1.7	标量-张量引力理论的后牛顿极限	(504)
第二章 矢量-张量引力理论		(508)
§ 2.1	引力场方程及PPN度规	(508)
§ 2.2	矢量-张量引力理论的一般形式	(518)
§ 2.3	宇宙解	(521)

第三章 双度规引力理论	(527)
§ 3.1 场方程的一般形式	(527)
§ 3.2 场方程的具体形式	(532)
§ 3.3 静态球对称解	(534)
§ 3.4 弱场近似	(536)
§ 3.5 讨论	(538)
§ 3.6 Lightman-Lee的双度规理论	(539)
§ 3.7 Rastall的双度规理论	(542)
§ 3.8 分层理论	(543)
第四章 平直空-时引力理论 (FSG)	(547)
§ 4.1 将引力相互作用纳入场论普遍原理	(547)
§ 4.2 守恒定律的一般形式	(550)
§ 4.3 规范不变张量场	(554)
§ 4.4 引力场方程	(557)
§ 4.5 关联方程	(560)
§ 4.6 守恒定律的具体形式	(561)
§ 4.7 引力波辐射	(566)
§ 4.8 FSG理论的PPN参量	(569)
§ 4.9 静态球对称引力场	(576)
§ 4.10 非静态球对称源的引	(579)
§ 4.11 非静态均匀宇宙模型	(581)
§ 4.12 区别FSG理论和广义相对论的实验	(589)
第五章 非黎曼空-时引力理论	(592)
§ 5.1 场方程	(592)
§ 5.2 守恒定律	(594)
§ 5.3 有电磁场的情况	(595)
§ 5.4 Maxwell方程组的协变形式	(596)
§ 5.5 静态球对称解	(597)
§ 5.6 解的物理意义	(600)
§ 5.7 一个宇宙解	(604)
第六章 量子引力理论	(609)
§ 6.1 费曼规则和费曼积分	(609)
§ 6.2 引力场的费曼规则	(612)

§ 6.3	引力理论的哈密顿形式	(618)
-------	------------	-------

第八篇 引力效应

第一章	引力场中的频移效应	(629)
-----	-----------	-------

§ 1.1	均匀引力场的情况	(629)
-------	----------	-------

§ 1.2	静态引力场中的静止情况	(630)
-------	-------------	-------

§ 1.3	光源和接收器运动的情况	(631)
-------	-------------	-------

§ 1.4	史瓦希场中的红移效应	(633)
-------	------------	-------

§ 1.5	R-N场中的频移效应	(636)
-------	------------	-------

§ 1.6	宇宙项对频移的贡献	(637)
-------	-----------	-------

§ 1.7	质量四极矩场中的频移效应	(637)
-------	--------------	-------

§ 1.8	Kerr场中的频移效应	(638)
-------	-------------	-------

§ 1.9	平面引力波场中的频移效应	(639)
-------	--------------	-------

§ 1.10	关于地球引力场中的频移效应	(641)
--------	---------------	-------

第二章	引力场中物体的轨道效应	(644)
-----	-------------	-------

§ 2.1	试验粒子的短程线运动	(644)
-------	------------	-------

§ 2.2	试验粒子的非短程线运动	(646)
-------	-------------	-------

§ 2.3	重质量物体的运动	(649)
-------	----------	-------

§ 2.4	史瓦希场中的近日点移动(爱因斯坦经典效应)	(658)
-------	-----------------------	-------

§ 2.5	Nordtvedt效应	(667)
-------	-------------	-------

§ 2.6	史瓦希场中的近日点移动(非经典效应)	(670)
-------	--------------------	-------

§ 2.7	史瓦希场对试验物体轨道参量的限制	(673)
-------	------------------	-------

§ 2.8	史瓦希场中的进动效应	(676)
-------	------------	-------

§ 2.9	引力电荷对近日点移动的贡献	(682)
-------	---------------	-------

§ 2.10	引力电荷场中的圆轨道	(685)
--------	------------	-------

§ 2.11	宇宙因子对轨道近日点移动的影响	(685)
--------	-----------------	-------

§ 2.12	宇宙因子对圆轨道半径的限制	(687)
--------	---------------	-------

§ 2.13	克尔场中轨道近日点的移动	(687)
--------	--------------	-------

§ 2.14	克尔场对轨道的限制	(689)
--------	-----------	-------

§ 2.15	克尔场中的进动效应	(691)
--------	-----------	-------

§ 2.16	质量四极矩场中的轨道效应	(693)
--------	--------------	-------

§ 2.17	引力波场中的轨道效应	(694)
--------	------------	-------

第三章	引力场中极端相对论粒子和光子的轨道效应	(697)
-----	---------------------	-------

§ 3.1	极端相对论粒子的轨道	(697)
-------	------------	-------

§ 3.2	史瓦希场中的光子轨道效应	(699)
§ 3.3	史瓦希场中对光子轨道的限制	(705)
§ 3.4	R-N场中光子的轨道效应	(707)
§ 3.5	克尔场中极端相对论粒子和光子的轨道效应	(709)
§ 3.6	其他引力场中的光子轨道效应	(711)
第四章	试验粒子和电磁信号的延迟效应	(714)
§ 4.1	延迟时间表达式	(714)
§ 4.2	史瓦希场中电磁信号的延迟效应	(718)
§ 4.3	其它场中的延迟效应	(720)
第五章	引力加速效应	(723)
§ 5.1	试验粒子的加速度	(723)
§ 5.2	史瓦希场中的加速效应	(724)
§ 5.3	引力电荷产生的加速效应	(725)
§ 5.4	克尔场中的加速效应	(726)
§ 5.5	其它引力场中的加速效应	(727)
§ 5.6	时钟佯谬的严格讨论	(732)
第六章	引力场中的亏损效应	(737)
§ 6.1	史瓦希场中的亏损效应	(737)
§ 6.2	克尔场中的亏损效应	(742)
§ 6.3	引力波场中的亏损效应	(744)
§ 6.4	质量亏损效应	(745)
第七章	其它引力效应	(751)
§ 7.1	类光学引力效应	(751)
§ 7.2	宇宙空间的光学各向同性效应	(759)

附录 黎曼几何和张量分析

§ 1	坐标变换	(767)
§ 2	张量	(769)
§ 3	张量密度	(776)
§ 4	联络和克里斯托菲符号	(778)
§ 5	协变微分	(781)
§ 6	短程线坐标系	(785)