

电磁波测距三角高程测量

郑汉球 编著

地质出版社

ZHQ

P216
Z11Q

电磁波测距三角高程测量

郑汉球 编著

1100/12

地质出版社

108026

(京)新登字 085 号

电磁波测距三角高程测量

郑汉球 编著

责任编辑：陈军中

地质出版社出版发行

(北京和平里)

北京地质印刷厂印刷

(北京海淀区学院路 29 号)

新华书店总店科技发行所经销

开本：787×1092¹/₁₆ 印张：9.375 字数：220000
1993 年 5 月北京第一版·1993 年 5 月北京第一次印刷
印数：1—1000 册 定价：6.40 元
ISBN 7-116-01245-1/P·1044

前 言

随着电磁波测距技术的发展,特别是电子经纬仪和全站型测距仪的发展,国内外测绘界从70年代末、80年代初开始研究以电磁波测距三角高程代替等级水准的问题,欧美电子速测仪摩托化三角高程测量已经有了较大的发展。

在山区,由于受地形条件限制,常规的水准测量方法效益低,速度慢。与此相反,电磁波测距三角高程可一次跨越山谷、河流、湖泊、树林等障碍物,长距离传递高程,效益高、速度快,但其精度受到大气折光和天顶距观测精度的影响。80年代地矿行业测绘科技工作者,为了解决山区高程控制问题,相应地进行了电磁波测距三角高程测量的试验研究,并将成果应用于生产。80年代中期,国家测绘局在珠海丘陵地区进行了较大规模的试验。之后,建材地质部门在山区和平原地区进行了电磁波测距三角高程测量代替三、四等水准测量的试验研究工作,对大气折光系数变化规律、天顶距观测精度和观测方法、三角高程的有关基本理论进行了比较系统的研究。在此基础上,建材地质部门收集和分析了大量的试验和生产实践资料,在有关部门的大力支持下负责完成了地矿行业《光电测距高程导线测量规范》的起草工作,本书即是上述试验和研究成果的技术总结。为使读者系统地了解电磁波测距三角高程测量的基本理论和设计原则,本书也介绍了一些地球重力场和气象学等方面的基本知识。

全书共分五章。第一章介绍了地球重力场和垂线偏差的基本知识。第二章系统地叙述了电磁波测距三角高程的大地高高差、正高高差、正常高高差的计算方法,首次提出重力水准面曲率不等差改正的新理论,从物理角度解释了垂线偏差改正的意义。第三章结合大气温度分布和大气折射理论,详细分析了折光系数试验资料和折光系数计算方法,为电磁波测距三角高程导线的设计和观测方法提供了科学依据。第四章叙述了电磁波测距误差和观测斜距归算方法。第五章分析了电磁波测距三角高程导线的试验资料和精度,叙述了高程导线的设计原则和观测方法。

中国建材工业地质勘查中心陕西总队王森高级工程师和河南总队孙青山工程师参加编写了第三章和第五章。徐正扬教授作了全面审阅,提出了许多宝贵意见和建议,在此向他表示深切的谢意。由于作者水平所限,书中难免有不妥之处,欢迎读者批评指正。

本书可供地质勘查测量和工程测量方面的专业技术人员、科研人员和大专院校师生参考。

郑汉球

1992年8月

目 录

第一章 地球重力场及垂线偏差基本知识	1
§ 1.1 地球重力场及重力等位面	1
§ 1.2 大地水准面	3
§ 1.3 地球椭球及大地水准面差距	4
§ 1.4 正常重力场	11
§ 1.5 大地坐标系和垂线偏差	14
第二章 高程系统及电磁波测距三角高程计算	23
§ 2.1 高程系统	23
§ 2.2 电磁波测距三角高程大地高高差计算	26
§ 2.3 近似正高和正常位水准面不平行改正	30
§ 2.4 电磁波测距三角高程正高高差计算	35
§ 2.5 电磁波测距三角高程正常高高差计算	43
§ 2.6 用大地高高差计算正常高高差	45
§ 2.7 水准面曲率不等差改正值分析	51
第三章 大气和大气折光系数	49
§ 3.1 大气概述	51
§ 3.2 大气层温度分布	54
§ 3.3 理想气体状态方程	63
§ 3.4 大气折射率	66
§ 3.5 近地面层大气的温度分布模型和垂直温度梯度	71
§ 3.6 大气折光系数 K 值的计算方法	80
§ 3.7 大气垂直折光系数 K 值试验资料分析	87
§ 3.8 观测视线行径分析	95
第四章 电磁波测距	100
§ 4.1 电磁波测距的误差	100
§ 4.2 电磁波测距中误差计算公式	107
§ 4.3 电磁波测距水平距离计算	114
第五章 电磁波测距高程导线测量	119
§ 5.1 电磁波测距高程导线的观测方法和仪器	119
§ 5.2 天顶距观测精度	124
§ 5.3 电磁波测距高程导线的试验资料分析	126
§ 5.4 边长和天顶距归算	131
§ 5.5 电磁波测距高程导线设计	134
§ 5.6 折光系数和垂线偏差对测距高程导线闭合差的影响	140
参考文献	144

第一章 地球重力场及垂线偏差基本知识

§ 1.1 地球重力场及重力等位面

地球上任意质点都受到由地球总质量产生的引力 F 和由于地球绕极轴旋转产生的离心力 P 的作用，这两个力的合力 G 称为重力，即：

$$G = F + P \quad (1-1-1)$$

地球重力作用的空间称为地球重力场。地球重力以引力为主，离心力不超过引力的三百分之一。从牛顿第二定律可知，重力 G 是质量 m 和重力加速度 g 的乘积， $G = mg$ 。如果质点的质量为单位质量，则重力的数值等于重力加速度 g 。为了方便起见，在重力测量中一般把重力加速度 g 称作重力。在 SI 制中重力单位为 m/s^2 ， $1 \text{ g. u.} = 10^{-6} m/s^2$ (g. u. 为重力单位)； $10^{-2} m/s^2$ 称为“伽”。千分之一伽称为“毫伽”，千分之一毫伽称为“微伽”。

$$1 \text{ g. u. (重力单位)} = 10^{-6} m/s^2$$

$$10^{-2} m/s^2 = 1 \text{ Gal} = 10^3 \text{ mGal} = 10^6 \mu\text{Gal}$$

如图 1-1-2 所示地球直角坐标系，坐标原点在地球质心， Z 轴与地球平自转轴重合。设 P 点为地球自然表面外一质点，其坐标为 (x, y, z) ，质量为单位质量，则在 P 质点上重力 g 的三个分量为：

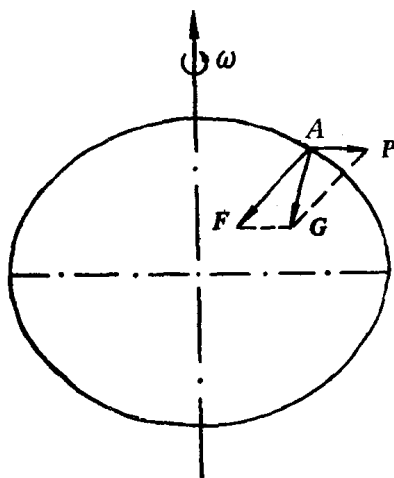


图 1-1-1

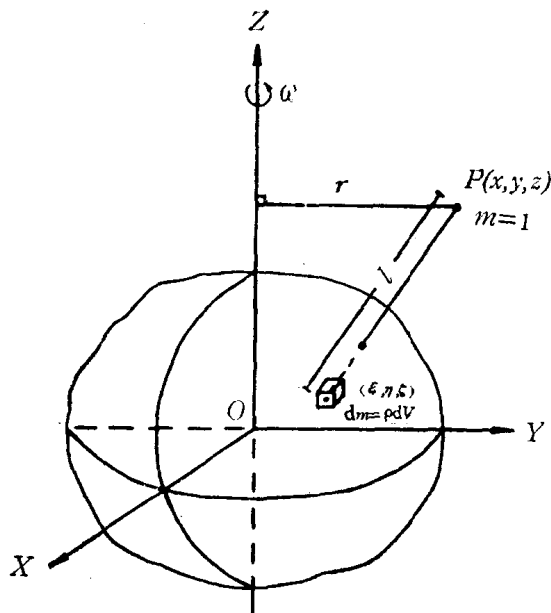


图 1-1-2

$$\left. \begin{aligned} g_x &= -G \iiint_V \frac{x-\xi}{l^3} \rho dV + \omega^2 x \\ g_y &= -G \iiint_V \frac{y-\eta}{l^3} \rho dV + \omega^2 y \\ g_z &= -G \iiint_V \frac{z-\zeta}{l^3} \rho dV \end{aligned} \right\} \quad (1-1-2)$$

式中, G 为地球引力常数, ρ 为质量密度, ω 为地球绕极轴旋转的角速度, ξ 、 η 、 ζ 为体积单元的坐标, dV 为体积单元, l 为 P 点至 dV 的距离, V 为地球体积。

式 1-1-2 中, 第一项为引力分量, g_x 、 g_y 中第二项为离心力 $P = \omega^2 r = \omega^2 \sqrt{x^2 + y^2}$ 的分量。质点 P 上的离心力与该质点至 Z 轴的距离 r 成正比。从赤道向两极 r 逐渐减小, 在两极 $r = 0$ 。因此, 在地球表面上重力的总趋势是由赤道向两极逐渐增大, 在两极达到最大值。

设有某一函数 $W(x, y, z)$, 如果其偏微分分量等于相应的重力分量, 即

$$g_x = \frac{\partial W}{\partial x}, \quad g_y = \frac{\partial W}{\partial y}, \quad g_z = \frac{\partial W}{\partial z} \quad (1-1-3)$$

则函数 $W(x, y, z)$ 称为地球重力场的重力位。由式 1-1-2 可知, 重力位 W 为:

$$W = G \iiint_V \frac{\rho}{l} dV + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \quad (1-1-4)$$

式中, 第一项称为引力位, 第二项称为离心力位。

W 的全微分为:

$$dW = \frac{\partial W}{\partial x} dx + \frac{\partial W}{\partial y} dy + \frac{\partial W}{\partial z} dz$$

$$dW = \left(\frac{\partial W}{\partial x}, \frac{\partial W}{\partial y}, \frac{\partial W}{\partial z} \right) \cdot (dx, dy, dz)$$

这是两个矢量的数积。由式 1-1-3 可知, 第一个矢量为重力 $\mathbf{g}$, 第二个矢量为在重力场中质点移动的微分线段的矢量 $d\mathbf{s}$, 故:

$$dW = \mathbf{g} \cdot d\mathbf{s} = g \cdot ds \cdot \cos \alpha = g_s \cdot ds$$

式中 α 为重力 $\mathbf{g}$ 的方向与 $d\mathbf{s}$ 方向的夹角, g_s 为重力 $\mathbf{g}$ 在 $d\mathbf{s}$ 方向上的投影分量。因此, dW 为在重力场中单位质量的质点在重力作用下移动 ds 微分线段时重力所作的功。

设单位质量的质点在重力作用下从 A 点沿某一路线 (s) 移动到 B 点 (图 1-1-3), 则在路线 (s) 上重力所做的功为:

$$\int_A^B dW = \int_{(s)} g \cos \alpha ds$$

$$W_B - W_A = \int_{(s)} g \cos \alpha ds \quad (1-1-5)$$

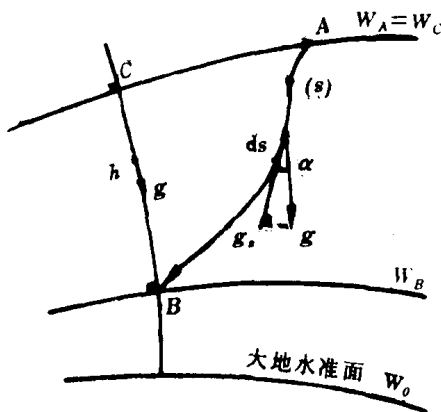


图 1-1-3

此式说明, 在重力场中 A 、 B 两点之间的位差 $\Delta W = W_B - W_A$ 等于单位质量的质点在重力作用下由 A 点移动到 B 点时重力所做的功。它与质点所经的路线无关, 仅与该两点的重力位有关。

如果某曲面上的重力位 W 处处相等, 等于某一常数 C , 即

$$W(x, y, z) = C \quad (1-1-6)$$

则该曲面称为重力等位面, 或称重力水准面。对式 1-1-6 全微分得:

$$\left. \begin{aligned} dW &= \frac{\partial W}{\partial x} dx + \frac{\partial W}{\partial y} dy + \frac{\partial W}{\partial z} dz = 0 \\ dW &= \mathbf{g} \cdot (dx\mathbf{i} + dy\mathbf{j} + dz\mathbf{k}) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-1-7)$$

所以, 在重力等位面上重力的方向处处与等位面正交。垂直穿过各重力等位面的空间曲线称为重力线或称垂线。在重力线上, 每一点的切线方向为该点上的重力方向。

图 1-1-3 中, 由 B 点向上延伸重力线, 与 W_A 水准面交于 C 点。当单位质量的质点由 C 点沿该重力线移动到 B 点时, 因式 1-1-5 中角 $\alpha = 0^\circ$, 重力所做的功等于

$$W_B - W_A = \int_{\widehat{CB}} g dh = g_m \cdot h \quad (1-1-8)$$

式中 h 为重力线 $\widehat{CB}$ 的长度, g_m 为在 $\widehat{CB}$ 上重力平均值:

$$g_m = \frac{1}{h} \int_{\widehat{CB}} g dh \quad (1-1-9)$$

这说明, 两个重力等位面之间的位差等于该等位面之间沿重力线的距离乘以该重力线段上重力平均值。因此, 在地球上不同地区, 由于质量分布不均匀和地面起伏, 两个水准面之间的距离不相等。重力越大, 水准面之间的距离越小; 重力越小, 水准面之间的距离越大。地球上重力的总趋势是由赤道向两极逐渐增大, 因而水准面之间的距离由赤道向两极逐渐变小, 相邻水准面之间不平行。重力位的物理意义对研究高程系统是很重要的。

§ 1.2 大地水准面

海洋的面积占地球表面面积 71%。如果整个海洋只是在重力作用下, 处于静止平衡状态 (即没有波浪、海流、潮汐和其他任何扰动), 那么海洋面是一个重力等位面。将此等位面延伸到整个大陆形成的水准面称为大地水准面。如以 W_0 表示大地水准面的重力位时, 大地水准面的方程为:

$$W(x, y, z) = W_0 \quad (1-2-1)$$

大地水准面是封闭的曲面, 被它包围的形体称为大地体。大地体是地球的第一个近似体, 它描述了整个地球的形状。大地水准面上重力位处处相等, 重力线与该面处处正交。大地水准面是几何大地测量学和物理大地测量学的主要研究对象。

地球内部的质量分布不均匀, 地球的自然形体又很不规则, 起伏变化很大。珠穆朗玛峰高出海平面达 8848m, 太平洋西部马里亚纳海沟深达 11022m。因此大地水准面是极不规则的曲面 (参见图 1-3-3、图 1-3-4)。

就海洋而言, 它不仅受地球重力的影响, 而且还受太阳、月球等星体的引力和海潮、海流、风、气压、海水盐度、海洋地质条件等多种因素的影响, 因而不同地区的平均海平

面不是处在同一个水准面上。我国二十几个验潮站长期观测的资料证明，它们之间的水准测量高差并不等于零，而且相差较大。图 1-2-1 表示我国沿海地区平均海平面相对高差的变化。从渤海开始，南黄海—东海—南海，平均海平面逐渐升高，最大相差 70 cm 左右。美国东西海岸，即大西洋和太平洋海岸平均海平面高差达 1 m 以上；澳大利亚东西海岸平

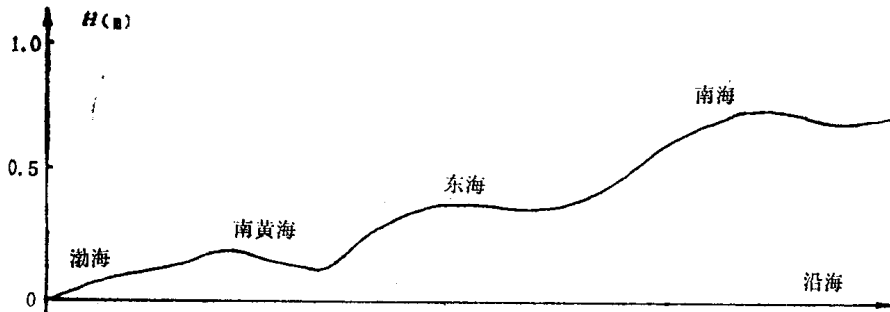


图 1-2-1 我国沿海平均海平面相对高差变化图

均海平面相差 1.7m 左右。卫星测高平均海平面的资料也证明，大洋中不同地区平均海平面的高程不相等。这种大洋中不同地区平均海平面不在同一个水准面的起伏不平的现象称为海面地形。另外，就一个地区的平均海平面而言，也有季节性的变化。如我国黄海沿岸的平均海平面的高程，6 月—9 月期间为最高，11 月—2 月为最低，相差达 40—50 cm。

因此，各国一般选择某一沿海区域经长期观测获得的平均海平面作为该国高程基准面。

§ 1.3 地球椭球及大地水准面差距

一、地球椭球

大地水准面与地球表面形状十分接近，且有明确的物理意义，因此很多国家都将大地水准面作为高程系统的基准面。但大地水准面是极不规则的曲面，无法在此面上对地面观测数据进行数学处理，建立统一的大地坐标系。理论与实践都表明，地球的形状非常接近于一个两极略扁的旋转椭球。所以，一般以旋转椭球来代表地球，这种椭球统称为地球椭球。旋转椭球的几何形状和大小用两个参数即可确定，通常是用其长半径 a 和扁率 α ，即：

$$\alpha = \frac{a - b}{a}$$

式中 b 为椭球短半径。

从 17 世纪以来，大地测量学者一直探索最能代表地球形状的地球椭球参数。确定椭球参数的弧度测量方法，从早期的弧线法和面积法一直发展到目前综合利用天文、大地、重力和卫星测量资料的现代弧度测量。特别是从 20 世纪 60 年代开始，随着空间科学技术的发展，确定椭球长半径 a 和扁率 α 的精度已分别达到 0.3×10^{-6} 和 1×10^{-5} 左右。表 1-3-1 中列出一些代表性的地球椭球的参数^[12]。

二、参考椭球

如前所述，大地水准面是极不规则的曲面，且它在全球范围内变化也较大。长期以

表 1-3-1 地球椭球几何参数

椭球名称	年 代	长半径 a (m)	扁率 α	附 注
德 兰 勃	1810年	6376985.228	1:308.64	法 国 采用情况：比利时
埃弗勒斯特	1830年	6377276.345	1:300.8017	英 国 印度、缅甸等 8 个国家采用
贝 塞 耳	1841年	6377397.155	1:299.1528	德 国 奥地利、德国等22个国家采用
克 拉 克	1866年	6378206.4	1:294.9787	英 国 埃及、美国等 5 个国家采用
赫尔默特	1906年	6378200	1:298.3	德国，用重力测量法测定 α 采用情况：埃及
海 福 特	1909年	6378388	1:297.0	美国，1924年国际第一个推荐值 阿根廷、土耳其等21个国家采用
克拉索夫斯基	1940年	6378245	1:298.3	前苏联 前苏联、中国等10个国家采用
1967年 大地坐标系	1967年	6378160	1:298.2472	1971年国际第二个推荐值
1975年 大地坐标系	1975年	6378140	1:298.257	1975年国际第三个推荐值 我国1980年大地坐标系采用
GEM-10	1977年	6378140	1:298.255	美国戈达德宇航中心地球模型
1980年 大地坐标系	1979年	6378137	1:298.257	1979年国际第四个推荐值
WGS-84	1984年	6378137	1:298.2572	GPS 采用

来，各国为建立适合于本国的大地坐标系，采用在该国或该局部地区与大地水准面最佳密合的地球椭球，并经定位、定向后作为处理地面大地测量观测数据的参考基准面。这样的椭球称为参考椭球。表 1-3-1 中列的从德兰勃椭球到克拉索夫斯基椭球都是根据世界某一局部地区弧度测量资料确定的参考椭球。作为参考椭球，不仅要确定其几何参数，而且要定位、定向，使该椭球最密合于某一局部地区的大地水准面。但是，一个国家开始建立大地控制网时很难做到这一点。

我国 1932 年前采用德国贝塞耳椭球，1932 年后采用美国海福特椭球，解放后“1954 年北京坐标系”采用克拉索夫斯基椭球。这些参考椭球的定位、定向，由于受历史条件限制，都未能按上述参考椭球定位、定向的原则要求进行。1954 年北京坐标系，在东部沿海和东北地区大地水准面高出参考椭球面 60m 多，而在新疆地区差距很小。

1954年北京坐标系与1942年原苏联普尔科沃坐标系密切相关。我国于1954年,将东北地区一等锁与前苏联当时远东一等锁连测,再以连测的呼玛、吉拉林和东宁三个基线网扩大边端点为起算数据,平差我国东北及东部地区一等锁,建立了1954年北京坐标系。它与1942年普尔科沃坐标系有差别。它的大地点高程是以1956年青岛验潮站求出的黄海平均海平面为基准;高程异常是以1955年前苏联当时大地水准面重新平差结果为起算值,按我国天文水准路线推算出来的。

我国1980年大地坐标系,采用1975年国际地球物理及大地测量联合会推荐的IAG-75椭球参数,根据建国以来大量的天文、大地和重力测量观测数据,按与我国大地水准面最佳密合的条件定位、定向。

三、正常椭球

大地水准面是重力等位面,是一个复杂的曲面,该面上重力位和重力不能以简单的数学关系表达。由式1-1-4可知,要精确地计算某一点的重力位,必须已知地球表面的形状和地球内部的密度分布 ρ 。地球表面的形状是我们研究的对象;地球内部的密度分布极其复杂,目前为止还不知道。像在几何大地测量中用一个经过定位、定向的参考椭球作为参考基准面一样,在物理大地测量中研究地球重力场时,需要引进一个与大地水准面的重力位非常接近且有规则形状的正常椭球。由它产生的重力位,代表实际地球重力位的正常部分,称作正常重力位;其余不正常部分,称作扰动位。这样将地球重力也可分成正常重力和重力异常两个部分来进行研究。

正常椭球面是大地水准面的规则形状。正常重力位是一个函数关系简单而又非常接近

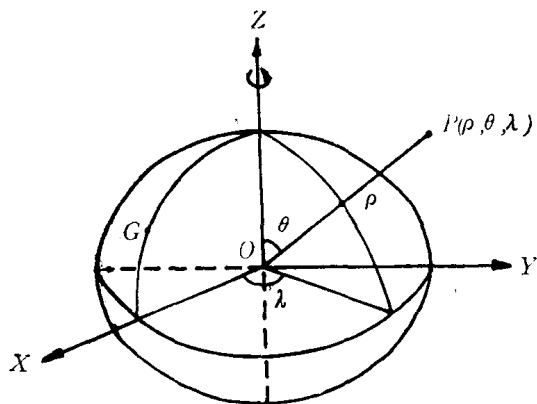


图 1-3-1

地球重力位的辅助重力位,它是一个人为的质体所产生的重力位。为了与实际重力位区别起见,把这种重力位称作正常重力位。目前确定正常重力位的方法很多,主要有两种,一种是拉普拉斯方法,另一种是斯托克斯方法。

拉普拉斯方法是重力位展开成球谐函数形式,然后根据需要的精度取相应的展开项作为正常重力位。如果把地球看成是旋转体,坐标原点在地球质心,坐标轴与地球的主惯性轴重合(图1-3-1),则重力

位球谐函数展开式中取至地球扁率 α 级的精度时,任意点P的正常重力位 U 可表示为^[1]:

$$U = G \frac{M}{\rho} \left[1 + \frac{\mu}{3} (1 - 3 \cos^2 \theta) + \frac{q}{2} \sin^2 \theta \right] = \text{常数} \quad (1-3-1)$$

式中, θ 角为极距, G 为地球引力常数, M 为地球质量, q 为地球赤道上的离心力 $\omega^2 a$ 和重力 g_e 的比值,即:

$$q = \frac{\omega^2 a}{g_e} \quad (1-3-2)$$

μ 为地球形状参数:

$$\mu = \frac{3(J_z - J_x)}{2a^2 M} \quad (1-3-3)$$

式中, J_x 、 J_z 分别为地球对坐标轴 X 轴和 Z 轴的转动惯量, 通常以 A 、 C 表示, 即:

$$A = J_x, C = J_z, B = J_y \quad (1-3-4)$$

式中 J_y 为地球对 Y 轴的转动惯量。

为确定式 1-3-1 的常数, 取赤道上的点, 即 $\rho = a$, $\theta = 90^\circ$ 。此时由式 1-3-1 式得:

$$U_0 = -\frac{GM}{a} \left(1 + \frac{\mu}{3} + \frac{q}{2} \right) \quad (1-3-5)$$

将此式代入式 1-3-1 右侧常数部分, 略去二次小项后得正常位 U_0 水准面的方程:

$$\rho = a \left[1 - \left(\mu + \frac{q}{2} \right) \cos^2 \theta \right] \quad (1-3-6)$$

可以证明, 式 1-3-6 为长半径为 a 、扁率为 α 的旋转椭球面的方程, 且

$$\alpha = \mu + \frac{q}{2} \quad (1-3-7)$$

式 1-3-6 为接近于大地水准面的正常位水准面的方程, 是一个旋转椭球面, 其长半径为 a , 扁率为 α 。该椭球面又具有水准面的性质, 故称为水准椭球。

如果重力位的球谐函数展开式中取扁率 α 的平方项及高次项, 则得与旋转椭球有所差别的扁球。在大地测量中, 我们总是选择某一旋转椭球作为参考椭球。所以, 如果取旋转椭球作为正常椭球并推算正常重力, 则对综合处理大地测量和重力测量数据带来很大的方便。国际上已明确用水准椭球作为正常椭球。

斯托克斯定理说明, 如果已知一个水准面的形状 S 和它内部所包含的物质的总质量 M , 以及整个物体绕着某一固定轴旋转的角速度 ω , 则该水准面上所有点和其外部空间中任意点的重力位和重力都可以唯一地确定。由式 1-3-6 可知, 正常椭球可用如下四个参数唯一确定: 旋转椭球长半径 a 和扁率 α , 地球质量 M 和地球自转角速度 ω 。当正常椭球作为物理大地测量的参考基准时, 除确定上述四个基本参数外也要定位、定向, 通常是使其中心与地球质心重合, 使其短轴与地球地轴重合, 起始子午面与起始天文子午面重合。

我国 1954 年北京坐标系处理重力数据时, 采用赫尔默特 1901—1909 年正常重力计算公式和与其相应的赫尔默特扁球, 而几何大地测量采用克拉索夫斯基旋转椭球。两个参考椭球不一致, 给几何大地测量和物理大地测量数据的统一处理带来一些困难。我国 1980 年国家大地坐标系的参考椭球和正常椭球统一采用 IAG-75 的四个椭球参数, 把几何大地测量和物理大地测量采用的地球椭球统一起来。

现代空间科学技术的发展需要综合处理天文、大地、重力和卫星测量等各方面的数据, 因此需要统一几何大地测量上用的参考椭球和物理大地测量上用的正常椭球。1967 年, 国际大地测量协会 (IAG) 认为, 地球椭球参数仅用几何参数已不能满足现代空间科学技术的发展, 建议用四个大地常数来全面地描述地球的几何特性和物理特性, 即旋转椭球长半径 a , 地球引力球谐数中的二阶带球谐系数 J_2 , 引力常数与地球质量的乘积 GM , 以及地球自转角速度 ω 。其中:

$$J_2 = \frac{C - \bar{A}}{Ma^2}, \quad \bar{A} = \frac{A + B}{2} \quad (1-3-8)$$

式中 A 、 B 、 C 由式 1-3-4 确定。此四个参数与前述 a 、 α 、 M 、 ω 是等价的, 因为 α 和 J_2 之间有如下关系:

$$\alpha = \frac{3}{2}J_2 + \frac{q}{2} \quad (1-3-9)$$

式中 q 由式 1-3-2 确定。表 1-3-2 中列出了国际上推荐的地球椭球参数和世界大地坐标系 (WGS) 使用的部分地球椭球参数。

表 1-3-2 正常椭球参数

参 数 \ 名称	WGS-72	IAG-75	IAG-80	WGS-84
$a(m)$	6378135	6378140	6378137	6378137
$J_2(10^{-3})$	1.082631	1.08263	1.08263	-0.48416685 $(\overline{C}_{2,0})^*$
$GM(m^3 \cdot s^{-2} \cdot 10^{14})$	3.986008	3.986005	3.986005	
$\omega(rad \cdot s^{-1} \cdot 10^{-3})$	7.292115147	7.2921151467	7.292115	
$1/\alpha$	298.26	298.257	298.257	

* $\overline{C}_{2,0} = -J_2 / \sqrt{5}$

四、总地球椭球

现代空间科学技术的发展, 给大地测量和地球物理工作者创造了能够在全局范围内研究大地水准面的形状和重力场的条件。这样, 需要确定一个研究全球几何大地测量和物理大地测量的参考基准的椭球, 这个椭球称作总地球椭球, 也简称总椭球。总椭球是在全球范围内与大地水准面最密合的地球椭球。从几何和物理两个方面研究问题时, 总椭球也可定义为最密合于大地体的正常椭球。

总椭球从几何大地测量角度研究问题时, 应满足下列条件:

- 椭球中心应与地球质心重合;
- 椭球的短轴应与地球平自轴重合;
- 椭球面上起始大地子午面应与地球起始天文子午面一致;
- 椭球体的体积应与大地体的体积相等, 且大地水准面与总椭球面之间的距离平方和为最小。

当几何和物理两个方面综合研究问题时, 除上述几何条件外还应满足如下物理条件:

- 椭球的总质量应等于地球的总质量;
- 椭球的自转角速度应等于地球的自转角速度;
- 正常椭球面上的重力位应等于大地水准面上的重力位;
- 正常椭球的极惯性矩与赤道平均惯性矩之差 $(C - \bar{A})$ 应等于地球的极惯性矩与赤道平均惯性矩之差, 即 J_2 应相同。

满足上述几何及物理条件的总椭球只有一个。在表 1-3-2 中列出根据全球性测量资料计算的部分正常椭球的参数, 这些参数可以认为是总椭球的近似参数。目前总椭球参数还在精化。建立地心坐标系时应采用总椭球作为参考基准面。目前美国全球定位系统 (GPS)

的地心坐标系, 采用 WGS-84 椭球。

五、大地水准面差距

大地水准面与总椭球或参考椭球之间沿椭球面法线的距离称为大地水准面差距。如果大地水准面差距是相对于总椭球的, 则称绝对大地水准面差距; 如果是相对于参考椭球的, 则称相对大地水准面差距。在大地测量中一般以参考椭球面为基准, 故相对大地水准面差距一般简称为大地水准面差距。大地水准面差距的符号以椭球面为基准, 大地水准面在上部时为正值, 在下部为负值。图 1-3-2 中, P 点为大地水准面上一点, N_{AG} 为相对大地水准面差距, N 为绝对大地水准面差距。

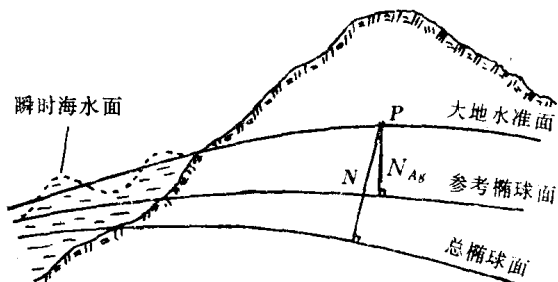


图 1-3-2

图 1-3-3 为美国戈达德宇航中心地球模型提供的大地水准面差距图^[13]。图 1-3-4、图

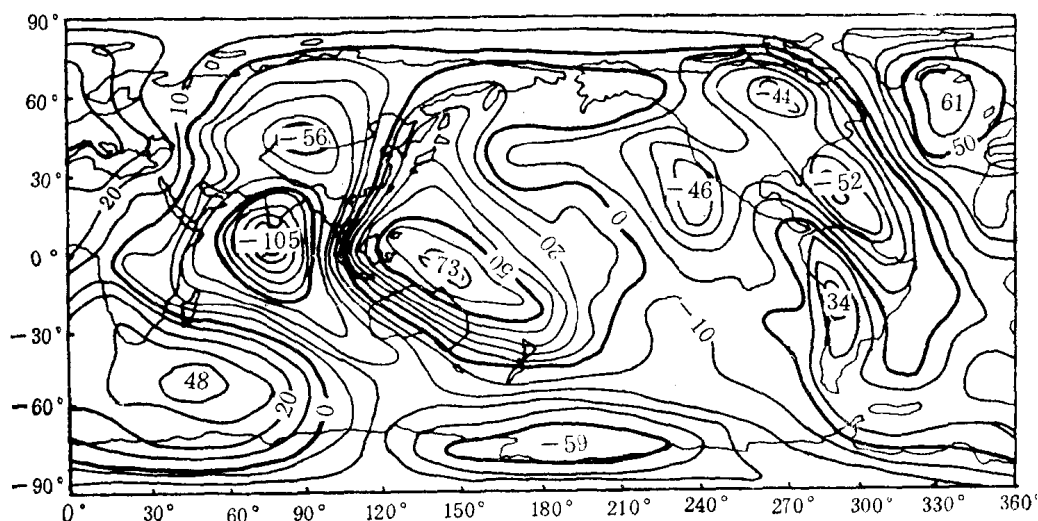


图 1-3-3 全球大地水准面差距图 (由 GEM-10 求得, 单位 m)

1-3-5 为由图 1-3-3 获得的沿 0° 和 180° 子午线、沿赤道圈的大地水准面剖面图。由图看出, 大地水准面最凹陷处在印度半岛南端马尔代夫东部, $N = -105\text{m}$; 最高处在太平洋新几内亚岛, $N = +73\text{m}$, 大地水准面的最大高差达 178m 。沿 0° 和 180° 子午线的大地水准面剖面呈梨状, 南极罗斯海凹陷达近 -60m , 而挪威海高出 $+40\text{m}$ 多; 东半部北回归线以北太平洋地区大地水准面差距较小, 北回归线以南至南纬 45° 新西兰岛之间高出椭球面, 在南回归线附近高出 50m 左右; 西半球大西洋和欧洲大陆大地水准面, 均高出椭球面。在沿赤道圈的剖面图 (图 1-3-5) 上, 印度洋地区大地水准面最低, 新几内亚附近最高。

图 1-3-6 为沿西安 $\varphi = 34^\circ$ 纬度圈的大地水准面剖面图。由图 1-3-3 和图 1-3-6 看出, 中国大陆大地水准面从东往西倾斜, 最大高差达 70m 多, 中西部地区大地水准面在 GEM-10 椭球面之下。

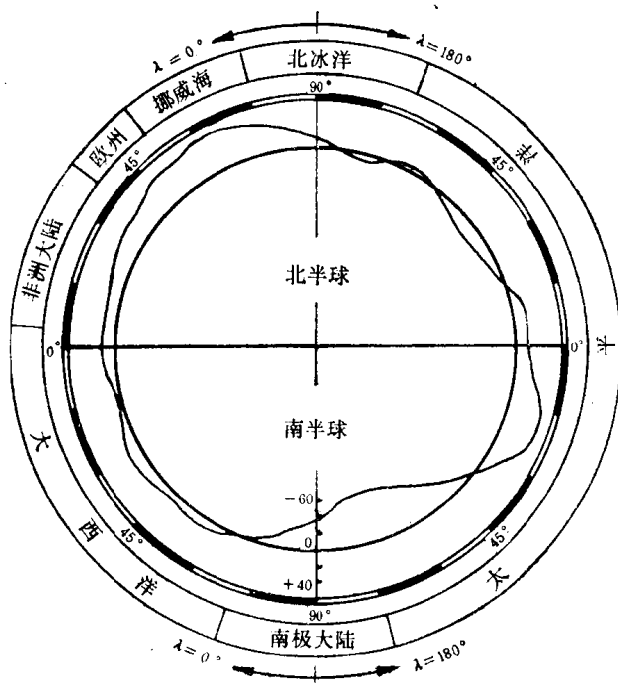


图 1-3-4 沿0°和180°子午线的大地水准面剖面图

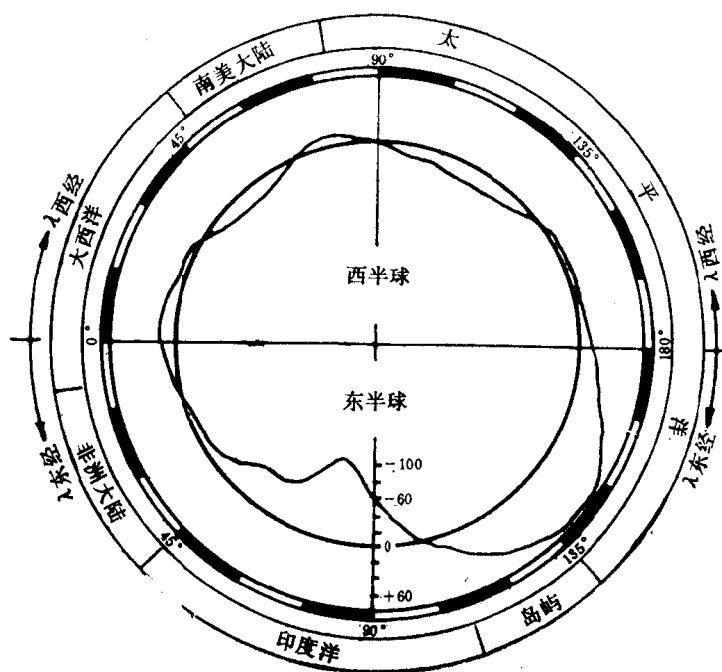


图 1-3-5 大地水准面赤道圈剖面图

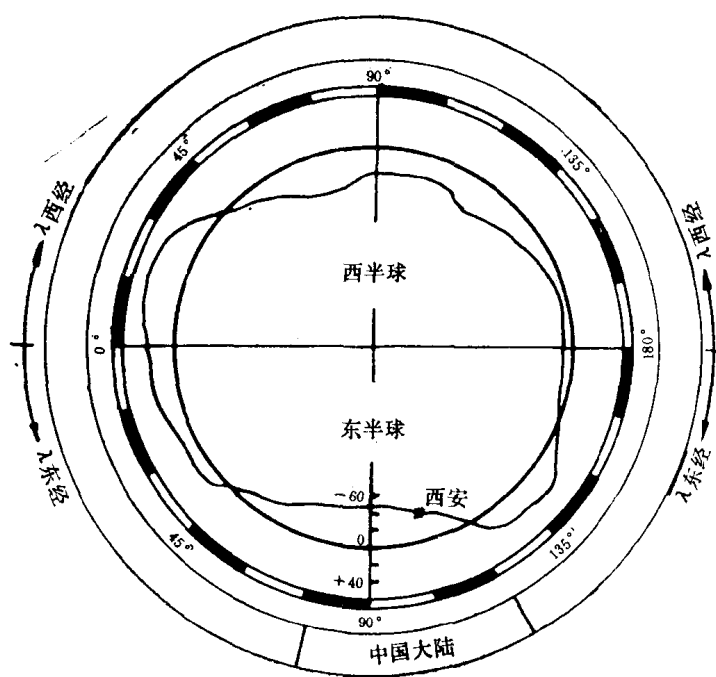


图 1-3-6 沿 $\varphi = 34^\circ$ (西安) 纬度圈的大地水准面剖面图

§ 1.4 正常重力场

一、正常重力场

正常椭球产生的重力场称为正常重力场。在该重力场中单位质量的质点所受的力称为正常重力，以 γ 表示。在正常重力场中某一点的位称为正常重力位，简称正常位，以 U 表示。如果某曲面上正常位处处相等，则该曲面称为正常重力位水准面，简称正常位水准面。在地球直角坐标系中其方程为：

$$U(x, y, z) = C \quad (1-4-1)$$

式中 C 为常数。

在正常重力场中垂直穿过一系列正常位水准面的空间曲线称为正常重力线。

正常重力的计算公式可由重力位球谐函数展开式求得。由于我们把水准椭球（旋转椭球）作为正常椭球，可以采用斯托克斯方法直接推出封闭的严格公式。正常重力的严格公式^[1]为：

$$\gamma_0 = \frac{a\gamma_e \cos^2 B + b\gamma_p \sin^2 B}{\sqrt{a^2 \cos^2 B + b^2 \sin^2 B}} \quad (1-4-2)$$

式中， B 为大地纬度， γ_e 为椭球体赤道上的正常重力， γ_p 为椭球体极点上的正常重力。

如令
$$\beta = \frac{\gamma_p - \gamma_e}{\gamma_e} \quad (1-4-3)$$

则顾及到扁率 α 的平方级量时，将此式代入式 1-4-2，并展开级数后得：

$$\gamma_0 = \gamma_e (1 + \beta \sin^2 B - \beta_1 \sin^2 2B) \quad (1-4-4)$$

式中

$$\beta_1 = \left(\frac{1}{8} \alpha^2 + \frac{1}{4} \alpha \beta \right)$$

如取 α 的一次项, 则

$$\gamma_0 = \gamma_e(1 + \beta \sin^2 B) \quad (1-4-5)$$

如在式 1-4-2 式中代入 $\cos^2 B = 1 - \sin^2 B$, 则 γ_0 可表示为:

$$\gamma_0 = \frac{\gamma_e (1 + K \sin^2 B)}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}} \quad (1-4-6)$$

式中

$$K = \frac{b\gamma_p}{a\gamma_e} - 1 \quad e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} \quad (1-4-7)$$

正常重力计算公式一般采用式 1-4-4。重力勘探部门一般采用 1930 年卡西尼正常重力公式, 其参数为:

$$\gamma_e = 9.78049 \text{ m/s}^2 = 978.049 \text{ Gal}$$

$$\beta = 0.005288$$

$$\beta_1 = 0.59 \times 10^{-5}$$

该参数是由海福特椭球参数计算的。

1954 年北京坐标系采用的是赫尔默特正常重力公式, 其参数为:

$$\gamma_e = 9.78030 \text{ m/s}^2 = 978.030 \text{ Gal}$$

$$\beta = 0.005302$$

$$\beta_1 = 0.7 \times 10^{-5}$$

1980 年国家大地坐标系采用 IAG-75 椭球的正常重力参数:

$$\gamma_e = 9.78032 = 978.032 \text{ Gal}$$

$$\beta = 0.005302$$

$$\beta_1 = 0.58 \times 10^{-5}$$

全球定位系统 (GPS) 采用 WGS-84 椭球的正常重力, 其计算公式采用式 1-4-6 严格公式, 其中:

$$\gamma_e = 9.7803267714 \text{ m/s}^2 = 978.03267714 \text{ Gal}$$

$$K = 193.185138639 \times 10^{-5}$$

$$e = 0.0818191908426$$

在正常椭球外部正常重力场中, 正常重力 γ 的垂直梯度为^[2]:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial h} = -2\gamma J - 2\omega^2 \quad (1-4-8)$$

式中 J 为正常椭球面某一点上的平均曲率:

$$J = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{M} + \frac{1}{N} \right) = \frac{1}{R} \quad (1-4-9)$$

式中 M 为子午线方向的曲率半径, N 为卯酉圈方向的曲率半径, R 为平均曲率半径。如取平均正常重力 $\gamma = 9.798 \text{ m/s}^2 = 979.8 \text{ Gal}$, 平均曲率半径 $R = 6371 \text{ km}$, 椭球平均旋转角速度 $\omega = 7.292115 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, 则由式 1-4-8 计算得:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial h} = -3.086 \text{ g. u.} = -0.3086 \quad (\text{mGal/m}) \quad (1-4-10)$$

在高出正常椭球面 h 米处正常重力值可表示为: