

伯克利

物理考题及解答

Min Chen 编

洪 晶 等译

人民教育出版社

伯克利

物理考题及解答

Min Chen 编

洪晶等译

人民教育出版社

1982

《内容简介》

本书根据美国 Prentice-Hall, Inc. 1974 年 Min Chen 编 <Physics Problems with Solutions> 译出。其内容为加利福尼亚大学伯克利分校 1959—1968 年研究生入学考试题及解答。本书可供大学物理系学生、研究生以及教师参考。

参加本书翻译的有洪晶、孙万钧、周勇志、许克彬、于海鹏。全稿由黄福元根据 1978 年俄译本核对订正。由洪晶总校。

责任编辑：汤发宇。

伯克利 物理考题及解答

Min Chen 编

洪 晶 等译

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民教育出版社印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 9.5 字数 210,000

1981 年 5 月第 1 版 1982 年 3 月第 1 次印刷

印数 00,001—44,500

书号 13012·0615 定价 0.84 元

译者前言

本书译自加利福尼亚大学伯克利分校 1959—1968 年研究生入学考试题及解答。这些题目涉及的内容广泛,形式灵活多样,是物理系学生、研究生深入掌握基础物理知识的较好参考书,同时可供物理教师借鉴。

在翻译过程中,我们发现原书不妥之处皆予以改正,改动较大者均加注。

本书的译者力学部分为孙万钧,电磁学部分为周勇志,热学、统计力学和光学部分为许克彬,原子物理和量子力学部分为于海鹏,前言为洪晶。全书的翻译工作由洪晶主持,并负责全稿的审校。本书脚注基本上是根据俄文本翻译的。

完稿后经余守宪同志阅过,使译本更加完善,这里谨致谢意。

一九八〇年十一月

前 言

本书中的考题，选自加利福尼亚大学伯克利分校 1959—1968 年研究生学位预考的笔试考题。这些考题是过去九年中历届预考委员会内的伯克利分校物理系教师出的。这种考试每年举行两次。所有入学的研究生都必须参加这种为期两天的全面考试，内容包括大学本科课程的力学、电磁学、光学、热学和原子物理学。考试分为四个单元，每个单元三小时。不得使用笔记、数据表及参考书。自从这些考题出版以来，有个较大的变化，即现在的预考笔试要求稍为高深一点的量子力学知识。

这种考试有两个目的。一是作为检查新入学的研究生是否需要补学本科物理课中某些部分的程度测验(placement test)。二是作为攻读高级学位的合格测验(qualification test)。顺利地通过这次笔试的研究生可以直接参加预考的口试。准许研究生有三次机会来通过笔试：一次作为程度测验，必要的话，还有两次作为攻读高级学位的合格测验。如果研究生未能在第二次通过预考，就取消他在加利福尼亚大学伯克利分校攻读博士学位的资格。

本书所选考题，按预考的原有形式分段。每题注明分数，每段的总分为 100。完成每段的考试时间不得超过三小时。为了最有效地使用本书，读者应先独立试解这些考题，而不先看解答或其它书籍。

我们估计在伯克利分校和其他地方准备攻读学位的大学生，会欢迎这本带解答的考题集。本考题集可以从内容上帮助他们准备应考，并可广泛地测验自己的熟练程度。和一两个朋友一起，在自由讨论中研究这些考题，也许是准备考试的一种生动活泼的

方式.

在附录中列出参考书目, 这些书包括学生在准备考试时所需补充的基础知识. 但是, 他们用过的课本常常是最好的知识来源.

.....

Min Chen

目 录

力学考题.....	1
力学题解.....	20
电磁学考题.....	75
电磁学题解.....	92
热学、统计力学和光学考题.....	144
热学、统计力学和光学题解.....	164
原子物理学和量子力学考题.....	215
原子物理学和量子力学题解.....	237
附录.....	290
I 一些有用的物理常数	290
II 米·千克·秒(mks)制和高斯制之间的单位换算表	291
参考书目	293

力学考题

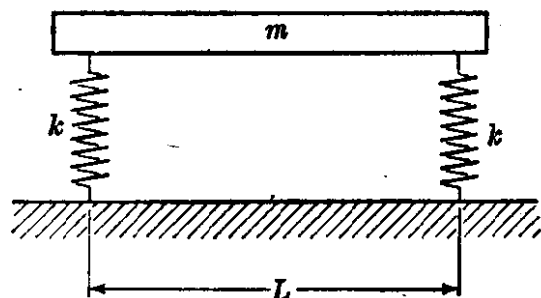
(I-1)(15 分) 一质量为 m_1 , 动量为 P_1 的质点, 与另一质量为 m_2 的静止质点作弹性碰撞. (a) 试计算在实验室参照系中碰撞后质点 m_2 的最大动量. (用相对论修正公式.) (b) 把你的结果用于一个动量等于静能/ c (c 为光速) 的质子与一个静止电子相碰撞的情况. 用 MeV/c 为单位, 表示碰撞后电子最大动量的数值.

(I-2)(15 分) 把长为 L 质量为 m 的均匀细棒, 放在普通的光滑水平桌面上. 在细棒的一端, 垂直于细棒方向上突然加一水平冲量 $\hat{P}$.

(a) 在棒旋转一周的时间内, 棒移动了多远?

(b) 加此冲量后, 棒的平动动能、转动动能和总动能各是多少?

(I-3)(15 分) 一根长为 L 质量为 m 的均匀刚性棒, 两端用两个弹性系数均为 k 的全同弹簧支承起来. 将一端压低一段微小距离 a , 然后松开, 使棒从静止开始运动. 求解这运动问题, 确定振动的简正模和频率, 并画出简正模的图.



(I-4)(10 分) 有 $N \times N$ 的实数矩阵 A . 若 A 是对称的, 即 $A_{ij} = A_{ji}$, 试证它的所有本征值都是实数. 若 A 是非对称的, 试证

任何非实数的本征值必以复数共轭的形式成对出现。

(I-5)(15分) 质量为 m 的一物体, 在纬度 45° 从高 h 处静止下落($h \ll$ 地球半径). 相对于挂在释放点的铅锤, 物体将落在何处? 要指出位移的大小及方向。

(I-6)(15分) 在两个固定支座之间, 张紧一根长为 L 的细软绳. 绳中张力为 T , 每单位长度的质量为 ρ , 总质量为 $M = \rho L$. 锤子的冲击使绳中心处长为 a 的一小段得到横向速度 v_0 , 绳开始振动. 试计算振动激起的最低的三个谐波之振幅。

(I-7)(5分) 一物体以非常高的速度 V 穿过空气, V 比空气分子的运动速度还大. 证明阻力正比于 AV^2 , 其中 A 是物体的正面面积。

(I-8)(5分) 假若地球自转速度快到能使赤道上的物体都漂浮起来即失重, 那么一天时间将有多长?

(I-9)(5分) 给出循环坐标的定义. 为什么循环坐标在解题时很有用?

(II-1)(10分)

(a) (5分) 证明斜厄密矩阵(即 $A^\dagger = -A$)的唯一可能的实数本征值是零。

(b) (5分) 试用留数方法计算 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx$ 。

(II-2)(15分)

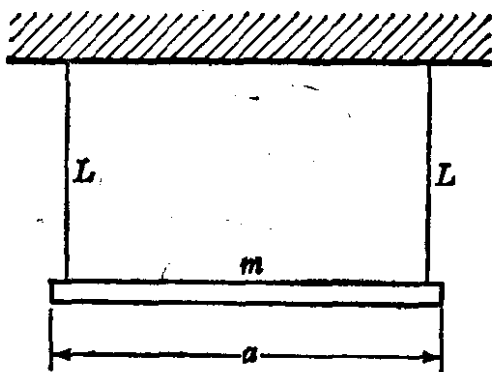
(a) (10分) 若把地球完全拆散(即把全部质量移到无穷远), 需供给多少能量?

(b) (5分) 然后又快速地(快到没有能量辐射掉)聚集成地球, 那么它能熔化吗? 试证明你的答案是正确的。

(II-3)(30分)

(a) (20 分) 一长为 a 质量为 m 的一刚性棒, 两端用两根线悬挂起来, 线的质量可忽略不计, 线长均为 L . 当棒挂着不动时, 使其一端受到一个垂直于棒和线的微小冲量 $\hat{P}$. 试计算在随后发生的运动中, 振动的简正模之简正频率和振幅.

(b) (10 分) 棒挂着不动时, 突然把一根线剪断, 问刚剪断时另一根线中的张力是多少?



(II-4)(25 分) 质量为 m 的一质点, 在势为 $V(r) = Kr^3$ ($K > 0$) 的有心力场中运动.

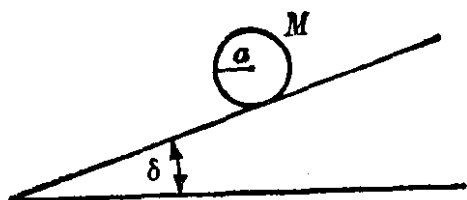
(a) (10 分) 这质点的动能和角动量多大时, 轨道将是一个绕原点的半径为 a 的圆周?

(b) (5 分) 圆周运动的周期是多少?

(c) (10 分) 假如这质点的圆周运动受到轻微扰动, 那么这质点绕 $r = a$ 的径向微振动的周期是多少?

(II-5)(20 分) 有人曾经提出, 激光束被电子加速器中产生的高能电子散射后, 可获得高能单色光子束. 导出散射光子的最大能量之公式, 用激光光子能量和电子束中电子能量来表示. 试以斯坦福直线加速器得到的 20GeV 的电子束散射红宝石激光束, 对这种情况做一数值估计.

(III-1)(15 分) 质量为 M 半径为 a 的一颗弹子, 在斜面上作无滑移的滚动, 斜面与水平面成 δ 角.



(a) 计算弹子球心的加速度.

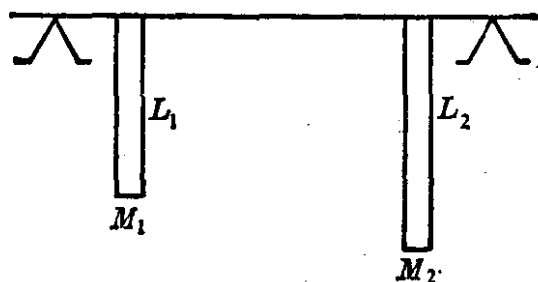
(b) 假如弹子以初速度 v_0 沿斜面向上运动, 问弹子返回起点需用多长时间?

(III-2)(15 分) 静能为 1000 MeV 的一个不稳定粒子, 衰变为一个 μ 子 ($m_0 c^2 = 100 \text{ MeV}$) 和一个中微子. 不稳定粒子静止时的平均寿命为 10^{-8} s

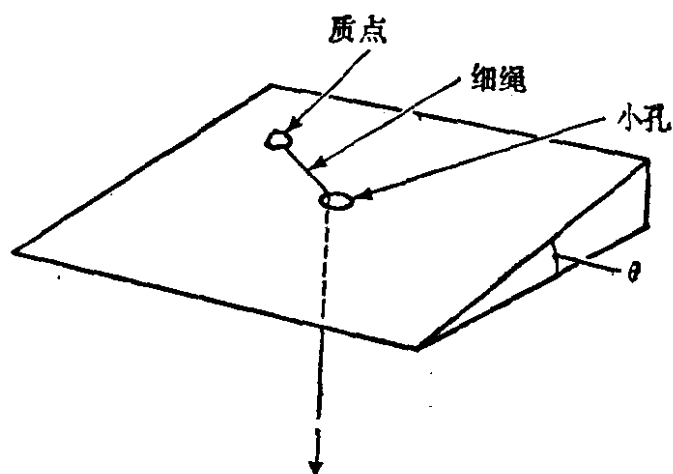
(a) 计算此粒子的动量为 $1000 \text{ MeV}/c$ 时的平均衰变距离.

(b) 如果 μ 子以 15° 角射出, 那么它的能量有多大?

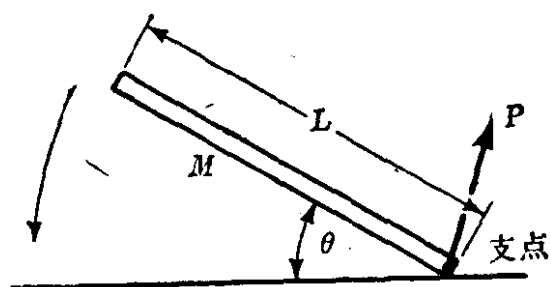
(III-3)(15 分) 设有两根刚性棒长为 L_1 和 L_2 , 质量为 M_1 和 M_2 , 并固定在一根水平杆上, 杆的扭转常数为 K , 质量可忽略不计. 水平杆只能绕其纵向轴自由转动. 水平杆两端被支承起来, 因而此系统在重力作用下作振动. 用你定义的动力学变量写出系统的拉氏函数并求解运动方程.



(III-4)(25 分) 一质点放在倾角为 θ 的粗糙斜面上, 且 $\tan \theta = \mu =$ 摩擦系数(静摩擦或动摩擦). 一根系着质点的细绳穿过斜面上一小孔. 用细绳非常缓慢地牵引质点, 以致在任何时刻, 都可以认为质点处于静力平衡. 求质点在斜面上的轨道.

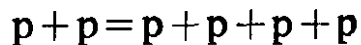


(III-5)(15分) 质量为 M 长为 L 的一根棒, 可在竖直平面内自由运动, 如图所示.



假如棒在水平线上方 30° 角的位置从静止开始运动, 试计算当棒摆过水平方向时作用于支点的力.

(III-6)(15分) 一运动质子与另一静止质子相碰撞. 下述反应能够发生时, 试计算运动质子必须具有的最小动能.



反质子(p)和质子的质量相同. 试以质子的动能与静能之比表示你的结果. 又问动能的近似值是多少 MeV?

(IV-1)(15分) 假定地球上的潮汐波仅仅是由太阳引起的.

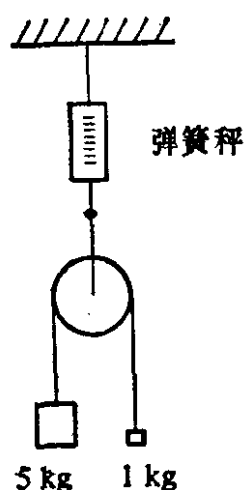
(a) 潮汐耗散的能量由何而来? 可利用的最大能量是多少?

(b) 系统的总角量是如何守恒的?

(IV-2)(5分) μ 子的寿命是 $2 \times 10^{-6} \text{s}$. 一束 μ 子以 $0.8c$ 的

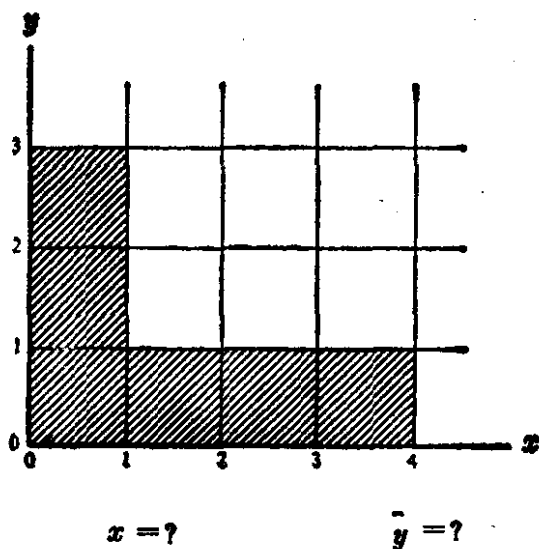
速度从回旋加速器射出, 这里 c = 光速. 在实验室参照系中测量时这粒子束中的 μ 子之平均寿命是多少?

(IV-3)(5 分) 在图中, 重量可忽略的一滑轮挂在弹簧秤下, 1 kg 和 5 kg 的重物分别拴在跨过滑轮的细绳两端, 并由于重力而作加速运动. 在重物运动期间, 弹簧秤的读数是 6 kg 还是小于 6 kg 或大于 6 kg?



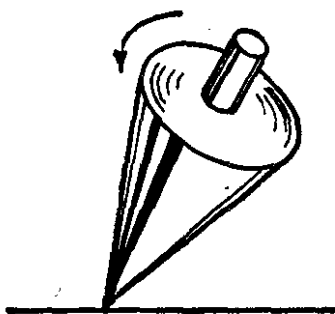
(IV-4)(5 分) 一颗子弹从步枪射出. 假如步枪可以自由反冲(即未被人的肩膀抵着), 那么步枪由于反冲得到的动能应等于还是小于或大于子弹的动能?

(IV-5)(5 分) 图中阴影部分表示一个 L 形均匀平板. 它的质心坐标 x 和 y 是多少?



(IV-6)(5 分) 将一冰块放入一杯 0°C 水中. 问冰融化后, 杯中水面升高了还是降低了或保持不变?

(IV-7)(5 分) 陀螺在桌面上绕其轴依箭号所示方向旋转,



试问从上往下看,这陀螺的进动方向是顺时针的还是逆时针的?

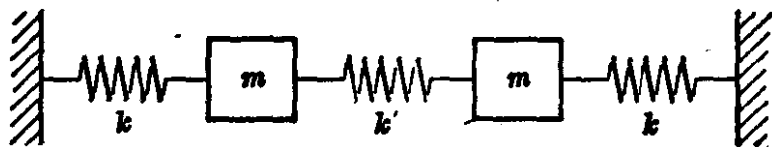
(IV-8)(5分) 质量分别为 m 和 $3m$ 的两物体,系在弹性常数为 k 的弹簧两端,试问振动周期多长?

(IV-9)(5分) 两个质点的相互作用势能 V 与它们的相互距离 r 的关系如下:

$$V = \frac{a}{r^2} - \frac{b}{r}$$

式中 a 和 b 是正的常数.问两质点处于静力平衡时,间距 r 是多少?

(IV-10)(5分) 两个等质量的质点用弹簧连结起来,如图所示.这两质点可自由地作一维纵向振动.试用箭号(或其他作图法)标出对应于两个简正模的两质点位移之相对大小及位相.



(a) 模 1:

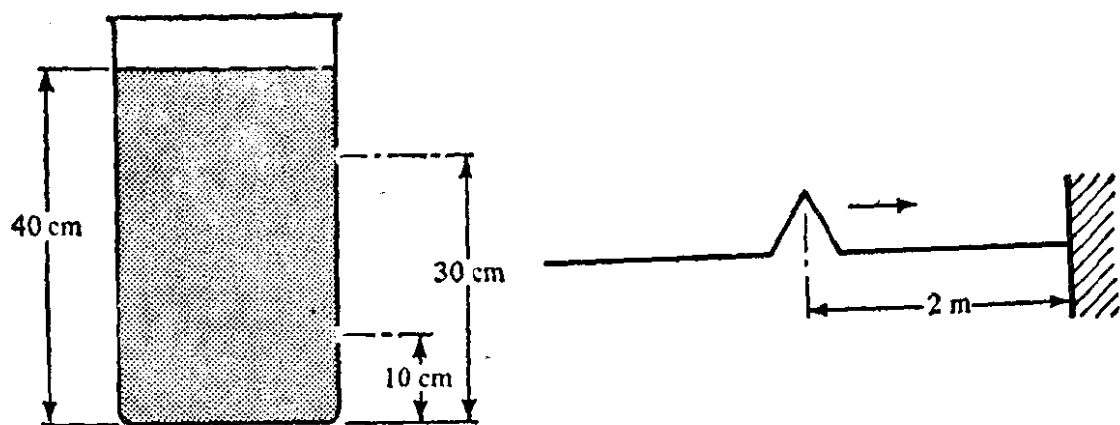
(b) 模 2:

(IV-11)(5分) 假若地球半径缩短1%,而它的质量不变.地球表面的重力加速度 g 将增大还是减小?增减的百分比是多少?

(IV-12)(5分) 一个空的圆筒状罐头盒和另一个装满午餐肉的圆筒状罐头盒,它们沿斜面同时开始滚下.哪一个罐头盒先

到达底部?

(IV-13)(5分) 一柱形铁盒装水至 40 cm 高, 盒的侧面有两个等面积的小孔, 一个在 10 cm 高处, 另一个在 30 cm 高处. 问开始时, 每秒钟从下孔流出的水与从上孔流出的水之质量比是多少?



(IV-14)(5分) 有一根拉紧的长绳, 右端固定在刚性墙上. 一个形如等腰三角形的横向扰动, 以 $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的速度向墙传播. 在某初始时刻, 这三角形脉冲的中心在墙的左方 2 m 处. 画出此绳在 2 秒和 5 秒后的形状.

(IV-15)(10分) 科里奥利力公式是 $\mathbf{F} = -2m\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}$.

(a) 这公式在什么情况下适用? 式中各符号的意义是什么?

(b) 在北纬度为 λ 的地方, 有一条河沿着宽为 W 的河床向南流去. 东岸的水位与西岸的不同. 问哪一岸的水位高些?

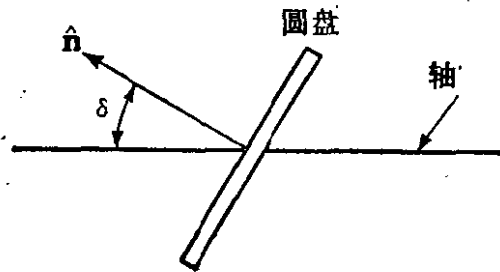
(c) 求水位差, 并详细说明所用各符号的意义.

(d) 就密西西比河粗略估计这个水位差的数量级. 写出你所用各个参数的估计值(或推测值).^①

(IV-16)(10分) 将一圆盘牢固地连结在穿过它的中心的轴上, 这轴的方向和圆盘的对称轴 $\hat{n}$ 成 δ 角. 圆盘对于盘心的转动

^① 读者也可改求自己熟悉的河流(如大运河)的这一水位差. 同时可将你的数据与本题解的数据作比较, 进而确定你的解答是否正确.

惯量分别是 C (绕对称轴 $\hat{n}$) 和 A (绕垂直于 $\hat{n}$ 的任意方向 $\hat{n}'$)。轴以匀角速度 ω 旋转。求作用在轴承上的转矩之大小。

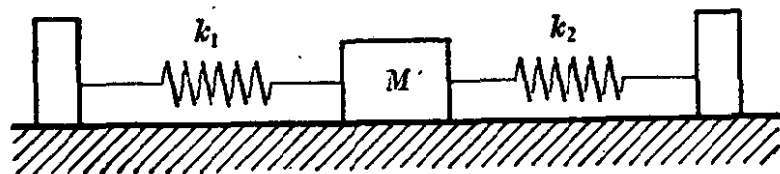


(V-1)(10 分) 一质量为 M 的物块, 放在无摩擦的水平桌面上。物块由两个弹簧连结在两个固定柱上, 弹簧的弹性常数分别为 k_1 和 k_2 。

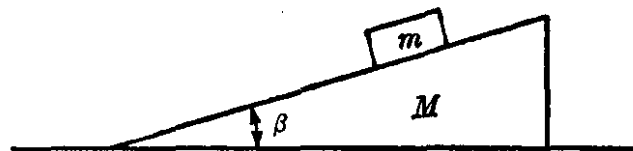
(a) 如使物块稍微偏离其平衡位置而振动, 其频率该是多少? 假如物块以振幅 A 振动, 当物块通过平衡位置时, 有一个质量为 m 的物体竖直落到该物块上, 并粘在一起。求:

(b) 新的振动频率;

(c) 新的振动振幅。

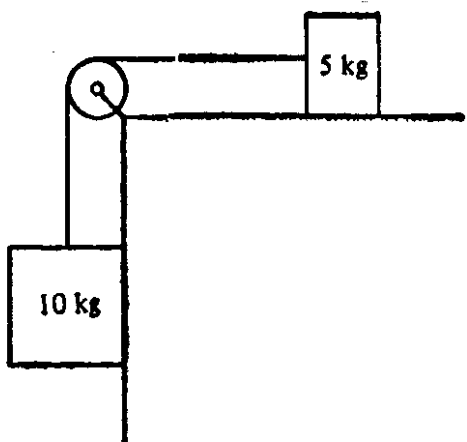


(V-2)(10 分) 一质量为 M 的劈, 两面夹角为 β , 放在光滑的水平桌面上。再把质量为 m 的物块放在劈上, 并让物块下滑。忽略所有的摩擦力。问物块到达桌面之前, 劈沿桌面的加速度是多大?



(V-3)(3 分) 在图中, 一个无摩擦无质量的滑轮, 被固定在

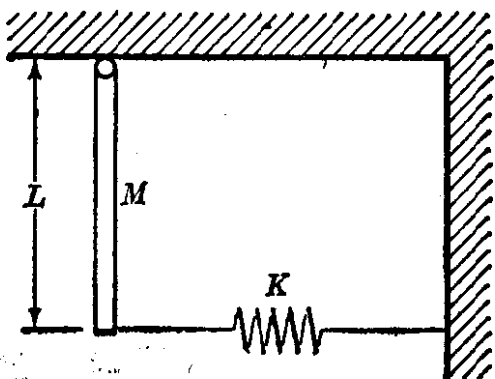
无摩擦桌面的边缘上。两块质量分别为 10 kg 和 5 kg 的物块，由跨过滑轮的无重量的细绳连结起来。问绳中此时的张力与 5 kg 的物块粘牢在桌面上时的张力相比大些，等于还是小些？



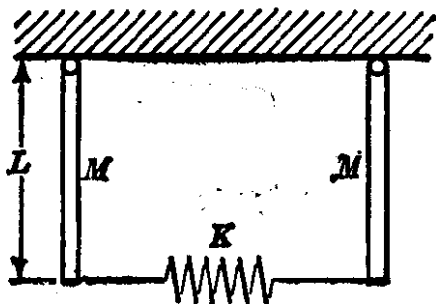
(V-4)(3分) 一圆盘绕其中心轴在水平面内转动。一刀片以刃平衡地立于沿转盘半径的槽沟内。如果沿此半径将刀片拉向盘心，问刀片是顺着转动方向还是逆着转动方向倒下？

(V-5)(3分) 设想地球的半径缩短 1% ，而质量保持不变。问转动动能是增大还是减少或不变？如果有变化，变化百分之几？

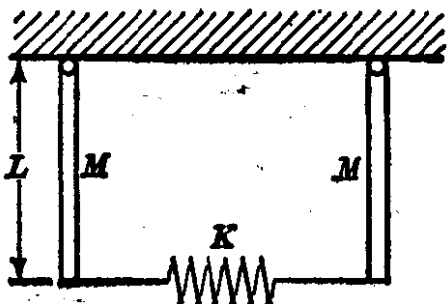
(V-6)(3分) 一质量为 M 长为 L 的均匀细杆，挂于无摩擦的支枢上，杆下端用一弹簧连在墙上，如图所示。弹簧的弹性常数为 K 。求振动周期。



(V-7)(3分) 将两根质量均为 M 长均为 L 的细棒挂在两个支枢上，其底端用一弹簧连结起来。静止时，两棒竖直向下。弹簧



模 I



模 II