

位场资料处理及解释问题

潘作枢 编著

地质出版社

位场资料处理及解释问题

潘作枢 编著

地质出版社

(京)新登字 085 号

内 容 简 介

全书共五章。第一章介绍棱柱体频谱的正演公式和反演方法；第二章介绍了单层物性界面、双层物性界面的频率域快速正反演；第三章介绍求下界面深度的方法及其改进，提出了物性随深度分布的计算模式及对矩谱法的改进；第四章介绍位场的线性规划反演方法；第五章介绍了高精度的三维位场“曲化平”方法和数据直接处理方法——三角函数法和偶层位法。

本书供大专院校有关专业的教师、研究生及从事位场资料应用研究的科研人员参考。

位场资料处理及解释问题

潘作枢 编著

责任编辑：陈军中

地质出版社出版发行

(北京和平里)

北京地质印刷厂印刷

(北京海淀区学院路 29 号)

新华书店总店科技发行所经销

开本：850×1168^{1/32} 印张：4 字数：103000

1992 年 4 月北京第一版·1992 年 4 月北京第一次印刷

印数：1—650 册 国内定价：3.35 元

ISBN 7-116-00993-0/P·852

前 言

位场方法（重力、磁力）是我国地球物理工作中开展最早的方法。其特点是简便、快速，探测深度大，应用范围广，工作覆盖面积之大是其它方法所不能比拟的。它被广泛地应用于解决基础地质、深部地质、区域地质等问题，应用于普查勘探金属、非金属矿产、能源及水利资源等领域中。由于寻找深部矿床和能源的需要，尤其是在利用综合信息进行矿产资源预测的工作中，地球物理工作已成为必不可少的手段。

近年来，在教学以及完成国家科研攻关项目的过程中，笔者总结出一些在我国行之有效的位场资料处理和解释方法，在实际应用中取得了良好的地质效果。考虑到目前不少省份在开展1:100万—1:50万的区域重力和航磁编图工作，并列项研究，为此特编写本书供有关方面的工作人员、研究人员及教学人员参考。

目前已出版了不少有关重力、磁力数据处理方面内容的书籍，本书编写的内容与已出版书籍的论述重点内容不相重复。有下列特点：1.论述问题的重点是重力而不是磁力，但也顺带引出磁力的问题。由于二者原理的相似性，因而不会影响到从事磁法工作者对书中内容的了解和掌握。2.对于一些在我国已开始使用的方法，本书着重论述那些已出版书籍中只有简单介绍而尚未重点论述的关键问题，以及方法的改进，而不是对那些方法的重复介绍。3.论述那些尚未引起重视而又值得重视的问题。由于本书以上特点，作者没有强调全书内容上的全面和系统，而只保持每章的系统性。4.力求把书中所论述的处理和解释方法的优缺点、方法原理中所存在的问题，以及从应用观点出发进行改善之点论述清楚。

本书的编写得到地质矿产部《重力勘探》课程指导组的老师们

的支持，他们对书的内容提出宝贵意见；有色金属总公司熊光楚先生对全书进行审阅并提出了宝贵的修改意见；西安地质学院区域物探研究室的同志对本书的编写给予了帮助；刘展、李庆春、王万银、郭新顺和王西文等同志提供了有关的数据和资料，在此一并表示衷心的感谢。

潘作枢

1991.4.7

目 录

第一章 棱柱体模型的异常频谱	(1)
§ 1.1 棱柱体重力效应频谱	(1)
§ 1.2 磁效应谱	(7)
§ 1.3 相关函数与功率谱密度	(9)
§ 1.4 棱柱体模型参数求取	(11)
§ 1.5 组合模型及求视密度分布	(13)
第二章 物性界面的频率域快速正反演	(16)
§ 2.1 原理	(16)
§ 2.2 正演计算	(22)
§ 2.3 双界面模式反演	(24)
§ 2.4 单界面模式反演	(28)
§ 2.5 反演实例	(39)
第三章 求下界面深度的方法及改进	(41)
§ 3.1 矩谱	(42)
§ 3.2 求质心坐标	(43)
§ 3.3 均匀模型下计算精度的改进	(45)
§ 3.4 非均匀模型求质心深度	(48)
§ 3.5 实际应用及精度	(53)
第四章 位场线性规划法反演	(60)
§ 4.1 基本问题	(60)
§ 4.2 线性规划模型	(62)
§ 4.3 反演中价格系数选取及剖分原则	(65)
§ 4.4 反演例子	(67)
§ 4.5 求密度体顶、底界面深度	(70)
§ 4.6 其他模型的构制	(76)

第五章	高精度三维位场曲面数据处理	(83)
§ 5.1	三角函数法曲面延拓原理	(84)
§ 5.2	三角函数法的数值计算方法	(88)
§ 5.3	偶层位法曲面延拓原理	(93)
§ 5.4	偶层位法的数值计算方法	(97)
§ 5.5	偶层位法提高精度的措施及特点	(101)
§ 5.6	理论模型试验及结果	(106)
§ 5.7	三维曲面位场数据的直接处理	(113)
参考文献		(121)

第一章 棱柱体模型的异常频谱

位场异常是点位空间坐标的函数，称之为空间域的异常，对其作傅立叶变换后获得频率域的异常称为异常频谱。在频率域中利用输入输出方程对异常谱作转换，就形成了频率域的处理方法。这种想法早在 40 年代就已提出，但因计算技术的限制而难以实现，到 60 年代这种方法才得到发展和完善。我国从 70 年代初在地球物理工作中引用电子计算机技术，频率域方法得到快速地发展和广泛地应用。

频率域方法能得到发展的原因在于：1. 在空间域中褶积运算在频率域中变成简单的乘积运算。褶积的权函数对应于频率域的频率响应。根据位场转换的目的不同，可以很方便地确定出不同的频率响应。用快速傅立叶变换(FFT)计算得异常频谱后，很容易地就可实现在频率域中的数据处理。2. 在空间域中，正演公式是空间坐标和几何参数的复杂函数，而在频率域中它仅是各几何参数因子的乘积，因此易于将各几何因子分离开，对各个因子作分别反演。3. 在计算中便于加入各种滤波器，并根据位场频率特征和处理目的不同而选用不同的滤波器。

二维位场数据 $f(x, y)$ 可以用直立棱柱体^[17]或直立圆柱体^[31]作为基本单元来模拟。本章主要论述直立棱柱体的频谱特征、有关公式和反演方法。

§ 1.1 棱柱体重力效应频谱

如图 1.1 所示，观测点 P 坐标为 (x, y, z) 。体积元中心点 Q 坐标为 (ξ, η, ζ) 。观测点 P 的矢量 $\mathbf{r}$ 为

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

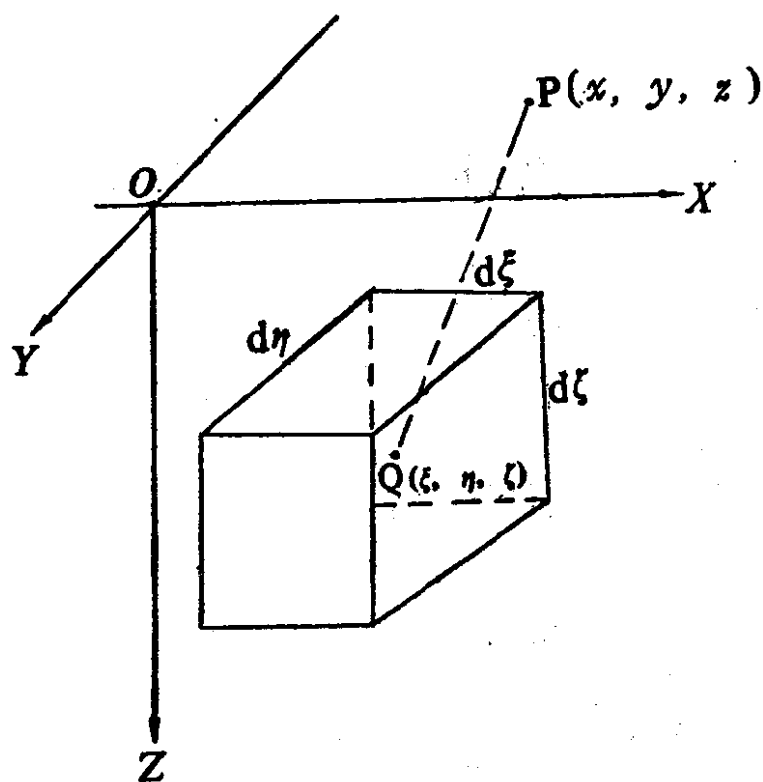


图 1.1 P 点和 Q 点坐标

$\mathbf{r}$ 在 XOY 平面的投影为

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$$

Q 点的坐标矢量为

$$\mathbf{r}_0 = \xi\mathbf{i} + \eta\mathbf{j} + \zeta\mathbf{k}$$

其在水平面的投影为

$$\mathbf{r}_0 = \xi\mathbf{i} + \eta\mathbf{j}$$

不难看出 P、Q 两点距离为

$$R = [(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2]^{1/2}$$

其中 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ 分别是沿 X, Y, Z 轴的单位矢量。于是重力位可表示为

$$V(\mathbf{r}, z) = f \iiint \frac{\sigma(\mathbf{r}_0, \zeta)}{R} d\xi d\eta d\zeta \quad (1.1)$$

求(1.1)式的傅里叶变换

$$F[V] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} V(\mathbf{r}, z) e^{-i\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{r}} dx dy$$

式中 $\omega = u\mathbf{i} + v\mathbf{j}$ 。 ω 为圆频率, u 和 v 分别是沿 x 和 y 方向的圆频率, 并有 $\omega = \sqrt{u^2 + v^2}$ 。 $F[V]$ 表示 V 的傅里叶变换, 其反变换就是重力位 V 的本身。

$$V(\mathbf{r}, z) = F^{-1}[F[V(\mathbf{r}, z)]] = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F[V(\mathbf{r}, z)] e^{i\omega \cdot \mathbf{r}} d\omega d\omega$$

以(1.1)式代入傅立叶变换中有

$$F[V(\mathbf{r}, z)] = f \iiint_V \sigma(\mathbf{r}_0, \zeta) \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{R} e^{-i\omega \cdot \mathbf{r}} dx dy \right] d\xi d\eta d\zeta$$

上式第一个积分乘以 $e^{-i\omega \cdot \mathbf{r}_0}$, 在第二个则乘 $e^{i\omega \cdot \mathbf{r}_0}$ 有

$$F[V(\mathbf{r}, z)] = f \iiint_V \sigma(\mathbf{r}_0, \zeta) e^{-i\omega \cdot \mathbf{r}_0} \left[\iiint \frac{1}{R} e^{-i\omega \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)} dx dy \right] d\xi d\eta d\zeta \quad (1.2)$$

设 $\mathbf{R}_0 = (x - \xi)\mathbf{i} + (y - \eta)\mathbf{j}$, ω 与 $(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$ 之间的夹角为 θ , 有

$$\left. \begin{aligned} \omega \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) &= \omega R_0 \cos \theta \\ dx dy &= R_0 dR_0 d\theta \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

令(1.2)式中括号内的积分为 I , 以(1.3)式代入之, 得

$$I = \int_0^{\infty} \frac{R_0}{[R_0^2 + (\zeta - z)^2]^{1/2}} \left[\int_0^{2\pi} e^{-i\omega R_0 \cos \theta} d\theta \right] dR_0 \quad (1.4)$$

(1.4)式括号内的积分为 $2\pi j_0(\omega R_0)$ 。其中 $j_0(\omega R_0)$ 是以 ω 和 R_0 为变量的零阶贝塞耳函数。故有

$$I = 2\pi \int_0^{\infty} \frac{R_0 j_0(\omega R_0) dR_0}{[R_0^2 + (\zeta - z)^2]^{1/2}}$$

利用零阶汉克尔变换求得上式积分为

$$I = \frac{2\pi}{\omega} e^{-\omega(\zeta - z)} \quad (1.5)$$

以(1.5)式代入(1.2)式得

$$F[V] = f \frac{2\pi}{\omega} \iiint_V e^{-\omega(\zeta - z)} \sigma(\mathbf{r}_0, \zeta) e^{-i\omega \cdot \mathbf{r}_0} d\xi d\eta d\zeta$$

$$= f \frac{2\pi}{\omega} e^{\omega z} \iiint_V \sigma(\mathbf{r}_0, \zeta) e^{-\omega \zeta} e^{-i\omega \cdot \mathbf{r}_0} d\xi d\eta d\zeta \quad (1.6)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{令 } E(u, v) &= \iiint_V \sigma(\mathbf{r}_0, \zeta) e^{-\omega \zeta} e^{-i\omega \cdot \mathbf{r}_0} d\xi d\eta d\zeta \\ \text{得 } F[V(\mathbf{r}, z)] &= \frac{2\pi f}{\omega} e^{\omega z} E(u, v) \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

当观测面为平面并与坐标平面重合时, $z=0$; 若密度函数为常数, 有

$$\left. \begin{aligned} F[V(\mathbf{r}, z)] &= \frac{2\pi f \sigma}{\omega} E_1(u, v) \\ E_1(u, v) &= \iiint_V e^{-\omega \zeta} e^{-i\omega \cdot \mathbf{r}_0} d\xi d\eta d\zeta \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

(1.7) 和 (1.8) 式是推导位场频谱的基本公式, 以后有关章节将会用到。现由 (1.8) 式出发推导直立棱柱体的谱。设直立棱柱体深度分布范围是 $[h_1, h_2]$ 。沿 x 方向宽为 $2a$, 沿 y 方向长为 $2b$, 并设

$$h_2 - h_1 = l$$

则由 (1.8) 式有

$$E_1(u, v) = \int_{h_1}^{h_2} e^{-\omega \zeta} \left[\int_{\xi_0 - a}^{\xi_0 + a} \int_{\eta_0 - b}^{\eta_0 + b} e^{-i(\xi u + \eta v)} d\xi d\eta \right] d\zeta \quad (1.9)$$

$$E_1(u, v) = \frac{4}{\omega uv} \sin u a \sin v b e^{-\omega h_1} (1 - e^{-\omega l}) e^{-i(\xi_0 u + \eta_0 v)} \quad (1.10)$$

以 (1.10) 式代回 (1.8) 式得

$$\begin{aligned} F[V] &= \frac{2\pi f \sigma}{\omega} E_1 = \frac{8\pi f \sigma}{\omega^2 uv} \sin u a \sin v b e^{-\omega h_1} \\ &\quad \cdot (1 - e^{-\omega l}) e^{-i(u\xi_0 + v\eta_0)} \end{aligned} \quad (1.11)$$

(1.11) 式就是直立棱柱体重力位表示式。按傅立叶变换的微分性质, 不难求得重力位各阶导数的频谱表达式。重力效应频谱为

$$S_g(\omega) = F[g] = \frac{\partial}{\partial z} F[V] = \omega F[V] = 2\pi f \sigma E_1(u, v)$$

以 (1.10) 式代入上式, 得

$$S_g(\omega) = F[g] = \frac{8\pi f\sigma}{\omega uv} \sin au \sin bv e^{-\omega h_1} (1 - e^{-\omega l}) e^{-i(u\xi_0 + v\eta_0)} \quad (1.12)$$

重力位二阶导数谱为

$$F[V_{xz}] = \frac{\partial}{\partial x} F[g] = iUF[g] = 2\pi f\sigma(iu)E_1(u, v)$$

同理可以求出其他重力位导数的谱, 不再列举。现回到 (1.12) 式, 讨论直立棱柱体重力效应谱。可以将 (1.12) 式分解成以下各因子的乘积。

$$C = 8\pi f\sigma \text{ 或 } C = 2\pi f\mu (\mu = 2b2a\sigma) \quad (\text{常数因子})$$

$$F = \frac{1}{\omega uv} \text{ 或 } E = \frac{1}{\omega} \quad (\text{频率因子})$$

$$B = \sin au \sin bv \text{ 或 } B = \frac{\sin au}{au} \frac{\sin bv}{bv} \quad (\text{尺度因子})$$

$$H = e^{-\omega h_1} = e^{-\sqrt{u^2 + v^2} h_1} \quad (\text{深度因子})$$

$$L = 1 - e^{-\omega l} = 1 - e^{-\sqrt{u^2 + v^2} l} \quad (\text{延深因子})$$

$$MO = e^{-i(u\xi_0 + v\eta_0)} \quad (\text{位移因子})$$

故 (1.12) 式可用各因子的乘积表示

$$S_g(\omega) = F[g] = C \cdot F \cdot B \cdot H \cdot L \cdot MO \quad (1.13)$$

(1.13) 式的规律很重要, 在空间域中直立棱柱体重力位各阶导数是 x, y, a, b, h_1 及 l 的对数和正切函数的组合, 公式非常复杂, 要想把各个几何参数在公式中互相分离开是不可能的。在频率域中, 它们却是乘积关系, 关系简单, 易于分离, 这正是频率域的优点。

由 (1.12) 式可知, 位场效应谱为复谱。其模量就是振幅谱 $|F[g]|$, 其幅角 Φ 为 $(u\xi_0 + v\eta_0)$ 。可以象在空间域绘制平面图一样, 在频率域 uov 平面绘制 $|F[g]|$ 的平面图, 图 1.2 表示直立棱柱体谱的特征, 如图 1.2 所示

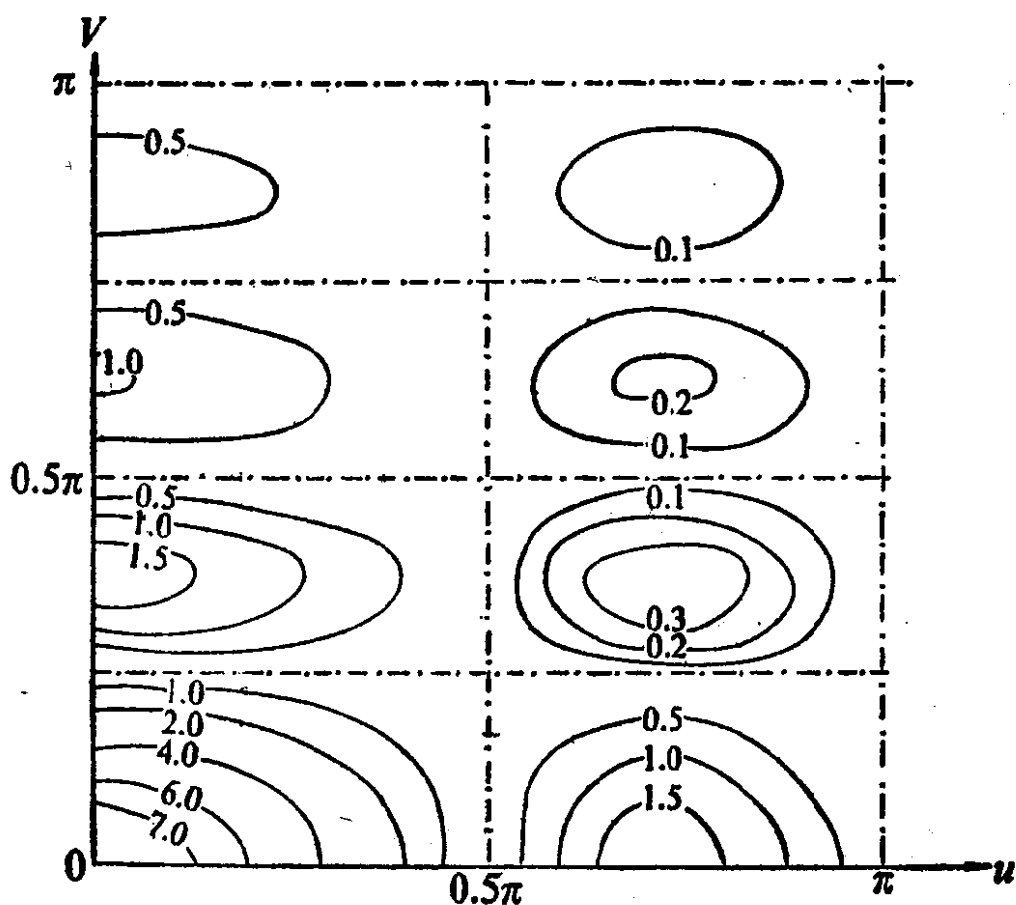


图 1.2 直立棱柱体振幅谱
($a=2$, $b=4$)

其基本特征为:

1. 周期性。由图 1.2 看出 $|F[g]|$ 周期地出现零值。零值点分别出现在

$$u = \frac{m}{a}\pi, \quad v = \frac{n}{b}\pi \quad (m, n \text{ 均为 } a, b \text{ 的整数倍})$$

出现零值的原因是尺度因子 B 中 $\sin au$ 和 $\sin bv$ 随 u, v 成正弦变化。

2. 振幅衰减。由于深度因子 H 中的指数 $e^{-\sqrt{u^2+v^2} h_1}$ 随 u 和 v 的增大而衰减, 使 $|F[g]|$ 衰减。

3. 在原点 $u=0, v=0$ 处, $|F[g]|$ 是常数 $2\pi fm$, m 为直立棱柱体的质量。当在频率域分块作数据处理时, 由于各块原点的常数值不同, 因而出现接图的困难。这是频率域作数据处理时需重视的问题。

§ 1.2 磁效应谱

表示磁位与重力位关系的泊松公式为

$$U(x, y, z) = -\frac{1}{4\pi} \frac{M}{f\sigma} \left(\alpha \frac{\partial V}{\partial x} + \beta \frac{\partial V}{\partial y} + \gamma \frac{\partial V}{\partial z} \right) \\ = -\frac{1}{4\pi f\sigma} \mathbf{M} \cdot \nabla V$$

$\mathbf{M}$ 为磁化强度矢量，其模量为 M 。 α 、 β 和 γ 是 $\mathbf{M}$ 的三个方向余弦。对上式两端分别取傅立叶变换，得

$$F[\mathbf{U}] = -\frac{M}{4\pi f\sigma} [i(u\alpha + v\beta) + \omega\gamma] F[V] \quad (1.14)$$

以(1.11)式代入(1.14)式得

$$F[U] = -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{2\pi M}{\omega} \right) [i(u\alpha + v\beta) + \omega\gamma] E_1(u, v) \quad (1.15)$$

由磁场与磁位的关系有

$$\Delta T = -\mu_0 \frac{\partial U}{\partial t} = -\mu_0 \left(\alpha_0 \frac{\partial U}{\partial x} + \beta_0 \frac{\partial U}{\partial y} + \gamma_0 \frac{\partial U}{\partial z} \right) \quad (1.16)$$

其中 μ_0 是空气磁导率， t 是正常磁场方向， α_0 、 β_0 及 γ_0 是正常磁场的方向余弦。对(1.16)式两端取傅立叶变换，得

$$F[\Delta T] = -\mu_0 [i(\alpha_0 u + \beta_0 v) + \gamma_0 \omega] F[U]$$

以(1.15)式代入上式有

$$F[\Delta T] = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi M}{\omega} [i(\alpha_0 u + \beta_0 v) + \gamma_0 \omega] [i(\alpha u + \beta v) + \gamma \omega] \\ E_1(u, v) \quad (1.17)$$

再以(1.10)式代入(1.17)式，最终得

$$F[\Delta T] = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{8\pi M}{\omega^2 uv} \right) [i(\alpha_0 u + \beta_0 v) + \gamma_0 \omega] [i(\alpha u + \beta v) + \gamma \omega] \\ \times \sin a u \sin b v e^{-\omega h_1} (1 - e^{-\omega t}) e^{-i(u\xi_0 + v\eta_0)} \quad (1.18)$$

以(1.18)式与(1.12)式相比较可看出磁谱与重力谱之间的异同点。

1. 二者的尺度因子 B 、深度因子 H 、延深因子 L 及位移因子 MO 完全相同，所以对几何参数的求取方法基本相同。

2. 在常数因子 C 中，以重力谱中的 f 与磁谱中的 $\frac{\mu_0}{4\pi}$ 相对应，以 σ 与 M 相对应，则 C 的形式是相同的。

3. 频率因子 F ，在重力谱中为 $\frac{1}{\omega}$ ，而在磁谱中为 $\frac{1}{\omega^2}$ 。

4. 在磁谱中多了一个方向因子

$$D = [i(\alpha_0 u + \beta_0 v) + \gamma_0 \omega][i(\alpha u + \beta v) + \gamma \omega]$$

对于不同的磁场分量的谱其方向因子有所不同。例如：

(1) 对于垂直磁异常 Z_a 的谱，其方向因子中， $\alpha_0 = 0$ ， $\beta_0 = 0$ ， $\gamma_0 = 1$

有
$$D = [(\alpha u + \beta v)i + \gamma \omega] \omega$$

(2) 对于 t 与 M 方向一致时的 ΔT 谱

$$\alpha_0 = \alpha, \beta_0 = \beta, \gamma_0 = \gamma$$

有
$$D = [(\alpha_0 u + \beta_0 v)i + \gamma_0 \omega]^2$$

(3) 对于化极异常 $\Delta T_{\perp}$ 的谱。当 M 、 t 一致时有

$$\alpha_0 = \beta_0 = 0, \gamma_0 = 1$$

故
$$D = \omega^2$$

$$F[\Delta T_{\perp}] = \frac{\mu_0}{4\pi} (2\pi M) \omega E_1(u, v) \quad (1.19)$$

从上面第三点叙述中，可能会误解为磁谱比重力谱的频率因子 F 多了 $\frac{1}{\omega}$ ，实际上因在方向因子中包含有 ω [(1.19) 式]，所以磁谱比重力谱的频率因子多了一个 ω 。

(4) 由 (1.19) 式和 (1.18) 式比较，可以得到 ΔT 异常的频率域化极公式

$$\left. \begin{aligned} F[\Delta T_{\perp}] &= \frac{\omega^2}{[(\alpha_0 u + \beta_0 v)i + \gamma_0 \omega]^2} F[\Delta T] \\ &= \Phi(u, v) F[\Delta T] \\ \Phi(u, v) &= \frac{\omega^2}{[(\alpha_0 u + \beta_0 v)i + \gamma_0 \omega]^2} \end{aligned} \right\} \quad (1.20)$$

$\Phi(u, v)$ 为化极的频率响应。利用(1.20)式即可作频率域化极处理。不过要注意到在赤道附近的低纬度区域, 由于 γ_0 值很小, 而 γ_0 的水平梯度却是最大, 用(1.20)式作化极处理误差比较大。故(1.20)式仅适用于中纬度以上地区。对低纬度地区的化极将于第五章提及。

5. 对重力的振幅谱作常数因子和频率因子改正; 对磁谱作常数因子, 方向因子及频率因子改正, 称为规格化振幅谱。则二者的规格化振幅谱完全相同。

§ 1.3 相关函数与功率谱密度

研究功率谱密度是因为它与空间域异常 $f(x)$ 的自相关函数相对应, 而应用自相关函数来解决问题是具有很很多优点。

若用异常 $f(x)$ 表示随机过程, 则可引入随机过程 $f(x)$ 沿整个 x 轴上的如下的平均值

$$\langle f(x) \cdot f(x+\tau) \rangle = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f(x) f(x+\tau) dx$$

上式左端项为 $f(x)$ 的自相关函数, 可以用 $R_f(\tau)$ 表示, 故有

$$R_f(\tau) = \langle f(x) \cdot f(x+\tau) \rangle = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f(x) f(x+\tau) dx \quad (1.21)$$

在此我们将要用到如下的自相关函数有关性质。

(1) 由(1.21)式看出, 当 $\tau=0$ 时, 有

$$R_f(0) = \langle f^2(x) \rangle = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f^2(x) dx \quad (1.22)$$

即 $R_f(0)$ 就是 $f(x)$ 的均方值。我们定义上式的右端项为平均功率。并有

$$R_f(0) \geq R_f(\tau)$$

(2) $R_f(\tau)$ 是非负定的。即对于任意数组 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 及

任意函数 $g(x)$ 都有

$$\sum_{i,j=1}^n R_f(x_i - x_j) g(x_i) g(x_j) \geq 0$$

(3) 当 $|\tau| \rightarrow \infty$ 时, 若设 $f(x)$ 和 $f(x+\tau)$ 相互独立, 且 $\langle f(x) \rangle = 0$, 则有

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} R_f(\tau) = 0$$

实际上, 在做异常处理时, 一般都是把实测异常看成是信号和噪声 $N(x)$ 之和。即

$$f(x) = s(x) + N(x)$$

并认为 $s(x)$ 和 $N(x)$ 是两个互不相关的随机过程, 并认为 $N(x)$ 是零平均分布的, 有

$$\langle N(x) \rangle = 0$$

为此在求 $f(x)$ 的自相关函数后得到

$$R_f(\tau) = R_s(\tau) + R_N(\tau)$$

按性质 (3) 应有

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} R_N(\tau) = 0$$

$$\therefore R_f(\tau) = R_s(\tau)$$

可见, 自相关函数已基本消除了干扰异常的影响。所以用自相关函数来解决问题, 具有比用异常更强的抗干扰能力。

按巴什瓦等式有

$$\int_{-\infty}^{\infty} f^2(x) dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F[f]|^2 d\omega \quad (1.23)$$

(1.23) 式左端项表示异常的总能量。以 $2L$ 除以 (1.23) 式并求极限, 则其左端项即趋近于 (1.22) 式的右端项, 而其右端项中的被积函数就是异常的功率谱密度 $S_p(\omega)$

$$S_p(\omega) = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} |F[f]|^2 \quad (1.24)$$

谱密度具有两个重要性质

1. $S_p(\omega)$ 是 ω 的实的, 非负偶函数。