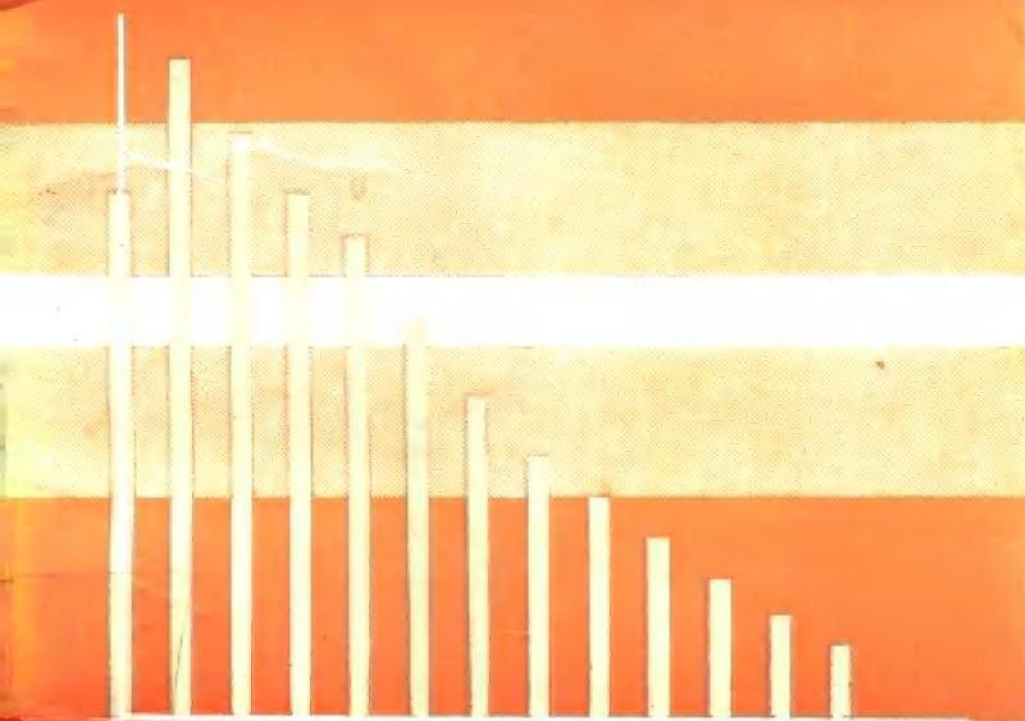


光的量子理论

R. Loudon 著

于良 等译



高等教育出版社

光的量子理论

R. Loudon 著

于 良 王维新 段存贤 译

高等教育出版社

(京) 112号

内 容 简 介

本书是欧美高校广泛选用的一本好的量子光学引论教材。它详细叙述了有关光的性质及其与原子相互作用的基本理论。前几章介绍经典和半经典理论,然后介绍了全量子理论,并在此基础上讨论光子光学、光的产生与放大、共振荧光和光散射,以及非线性光学等重要的领域。原书初版于1973年,现按1983年修订版译出。新版较初版有较多补充。本书可作高等院校物理系物理专业和光学专业高年级学生和研究生教材,也可供其它有关专业师生和研究人员参考。

本书责任编辑 曹建庭

The Quantum Theory of Light

RODNEY LOUDON

Oxford University Press 2nd ed. 1983

光的量子理论

R. Loudon 著

于良 王维新 段存贤 译

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

民族印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 18 字数 360 000

1992年5月第1版 1992年5月第1次印刷

印数 00 001—2 180

ISBN 7-04-001199-9/O·685

定价 9.35 元

JY1154104

我们都知道光，可是不易说出它究系何物。

Samuel Johnson, 引自 Boswell 之生平卷3。

第 二 版 序

本书的目的，是为了解光的性质以及它与原子相互作用所需的基础理论提供详细说明。通过本书的资料，企图填补量子电动力学较高形式的展开与利用理论解释实验结果之间的空隙。因此理论题材的选择，根据解释实验的需要来确定，但只对少数有代表性的实验作了较详细的讨论，读者如果要对实验的观察方面有更全面的了解，应参看其它文献。

全书的宗旨是对理论给出最简单和最直接的处理，本版相对第一版的许多改变，均系企图提供更清晰易懂的推导。不过，主要的改变是适应本学科在过去十年内的发展。例如有一些光学过程的研究日益取得进展，这些过程不能用任何经典理论解释，只有用光的量子理论才能对观察到的效应作充分说明。这些工作中，有些包括窄带入射光的共振荧光散射的研究，在这种情况下，耦合的原子-辐射系统的运动，需要用光学布洛赫方程。这样除了在第一版述及的宽带辐照速率方程外，现在还增加了这些方程（布洛赫方程）的说明。和前一版一样，理论的主要应用集中在最后四章，其中讨论了光子光学、光的产生和放大、共振荧光和光的

散射，以及非线性光学。

我们假定读者具有通常大学生的量子力学、电磁理论和统计力学方面的基础知识。本书前半部分系从对大学高年级与一年级研究生的讲课笔记整理而成。后半部分的水平，适用于更高年级的研究生和对所述课题有更多专门兴趣的研究工作者。

本书准备作为教科书，而不是专题著作。然而希望使读者在对特定专题作更深入的研究时，能找到合适的参考文献；但并未认真企图引证理论推导的全部原始资料。有 90 多道习题分布于本教程之中，为学生提供运用理论的一些练习。全书的计算，均采用国际单位制。

书中内容的选择范围受到多方面的限制，但最重要的限制是所得结果能普遍成立的电磁辐射的频率区域。我们特别着重于用可见光作实验时的理论需要。不过适用于可见范围的近似方法，也适用于更大的频谱区域。该区域的低端决定于要求光子应有充分高的能量，以使室温下发生的热激发显得并不重要。由此确定的低限，约在频率为 10^{13} 赫的远红外区域。

可允许的最高频率，是光子给予与之相互作用的电子的能量，不至于使电子的速度接近光速。如果电子的速度小于光速的十分之一，则光子频率必须小于 10^{16} 赫。我们将松弛地用“可见光”和“光频”这个术语复盖自 10^{13} 赫到 10^{16} 赫的频率区域，虽然只有 5×10^{14} 赫附近很窄的频带内才是严格可见的。

本书的内容还进一步受到与光相互作用物质性质的限制。书中始终假定，气态或液态中的原子或分子随机取向。特别是我们没有论述原子在规则晶体结构中排列时，一些光学效应中出现的重要变化。课题的选择，特别在最后几章中，也具有一定程度的任意性。例如，完全可以包含诸如光子回声、自感透明和超辐射发射等脉冲效应的论述。不过受篇幅的限制，使我们作了某种选

择。被略去的许多专题，在其它论著中有很好的论述（如脉冲效应，可见 Allen, L. 和 Eberly, J. H. (1975): *Optical resonance and two-level atoms*, Wiley, New York).

最后，对经典和量子理论的使用作一说明。本书包含所谓半经典理论和全量子理论的计算，前者对光作经典处理而按量子力学处理原子，后者对光和原子两者均用量子力学处理。本书的前半部分特别应用了半经典理论。这种计算有如下的优点，它有时能用易于想象的经典模型处理辐射过程，且常常给出与全量子力学计算相同的结果。不过我们的观点是：光的性质只能用形式上量子化了的电磁场理论，才能进行可靠的研究。因此本书绝大部分使用量子化的场理论，且在最后几章强调了那些证明经典场理论不适用的现象。

R. Loudon

1982

目 录

第一章 普朗克辐射定律和爱因斯坦系数1	
§ 1.1 空腔中的场模密度..... 2	
§ 1.2 场能量的量子化..... 5	
§ 1.3 普朗克定律..... 8	
§ 1.4 光子数起伏 12	
§ 1.5 爱因斯坦系数 A 和系数 B 14	
§ 1.6 热平衡情形 17	
§ 1.7 简单光学过程理论 19	
§ 1.8 微观过程特性 21	
§ 1.9 原子的光激发 24	
§ 1.10 吸收的宏观理论 26	
§ 1.11 吸收的微观理论 28	
§ 1.12 布居数反转: 激光器 33	
§ 1.13 辐射压力 37	
第二章 原子-辐射相互作用的量子力学 43	
§ 2.1 与时间有关的量子力学 44	
§ 2.2 相互作用哈密顿量的形式 47	
§ 2.3 跃迁率 49	
§ 2.4 B 系数的表示式 55	
§ 2.5 狄拉克 δ 函数 57	
§ 2.6 光学布洛赫方程 60	
§ 2.7 拉比振荡 62	
§ 2.8 辐射增宽 65	
§ 2.9 功率增宽 71	
§ 2.10 具有辐射阻尼的拉比振荡 73	

§ 2·11	碰撞增宽	78
§ 2·12	多普勒增宽	80
§ 2·13	复合吸收线型	83
§ 2·14	布洛赫方程和速率方程	87
第三章	混沌光的起伏性质	92
§ 3·1	起伏光束的谱	93
§ 3·2	碰撞增宽光源模型	95
§ 3·3	一级相干性和频谱	101
§ 3·4	杨氏干涉条纹	103
§ 3·5	一级相干度	108
§ 3·6	混沌光的强度起伏	113
§ 3·7	二级相干度	118
§ 3·8	混沌光的二级相干性	121
§ 3·9	汉勃雷-布朗和特威斯实验	125
§ 3·10	高级相干性与偏振效应	130
第四章	量子化辐射场	136
§ 4·1	经典电磁场的势理论	137
§ 4·2	库仑规范	139
§ 4·3	自由经典场	143
§ 4·4	量子力学谐振子	145
§ 4·5	场的量子化	151
§ 4·6	场对易特性	154
§ 4·7	零点能	157
§ 4·8	模相位算符	159
§ 4·9	单模数态的物理性质	162
§ 4·10	相干光子态	164
§ 4·11	单模相干态的物理性质	167
§ 4·12	辐射密度算符	171
§ 4·13	纯态的密度算符	175

§ 4.14	辐射场的统计混合态·····	178
第五章	量子化场与原子的相互作用 ·····	185
§ 5.1	原子的多极矩·····	185
§ 5.2	多极相互作用哈密顿量·····	189
§ 5.3	电偶极近似·····	193
§ 5.4	原子哈密顿量的二次量子化·····	196
§ 5.5	光子的吸收和发射率·····	201
§ 5.6	光电效应·····	205
§ 5.7	光子强度算符·····	211
§ 5.8	变换到薛定谔表象·····	214
§ 5.9	辐射跃迁率的普遍表示式·····	219
§ 5.10	含时微扰论·····	222
§ 5.11	海森堡表象·····	227
§ 5.12	原子-辐射系统的时间依赖性·····	230
§ 5.13	源-场表达式·····	234
§ 5.14	相互作用表象·····	238
第六章	光子光学 ·····	245
§ 6.1	杨氏干涉实验的量子理论·····	246
§ 6.2	一级量子相干度·····	250
§ 6.3	二级量子相干度·····	254
§ 6.4	汉勃雷-布朗和特威斯的光子实验·····	258
§ 6.5	光子的聚群与反聚群·····	262
§ 6.6	光子计数·····	265
§ 6.7	相干光和混沌光的光子计数分布·····	269
§ 6.8	量子力学的光子计数分布·····	275
§ 6.9	迈克耳孙干涉仪中的光子计数·····	281
§ 6.10	高级相干性和偏振效应·····	287
第七章	光的产生和放大 ·····	292
§ 7.1	单模光子速率方程·····	293

§ 7.2	稳态解.....	296
§ 7.3	衰减光的光子统计.....	298
§ 7.4	放大光的光子统计.....	303
§ 7.5	激光器的阈值条件.....	306
§ 7.6	原子的速率方程.....	309
§ 7.7	激光器光子的速率方程.....	314
§ 7.8	激光器光子分布.....	316
§ 7.9	激光中的起伏.....	321
§ 7.10	受激励原子的多模发射.....	327
第八章	共振荧光和光散射.....	336
§ 8.1	散射截面.....	337
§ 8.2	单原子共振荧光.....	341
§ 8.3	弱入射光束.....	346
§ 8.4	严格共振的入射光束.....	350
§ 8.5	多原子共振荧光.....	355
§ 8.6	克喇末-海森堡公式	359
§ 8.7	弹性瑞利散射.....	363
§ 8.8	非弹性喇曼散射.....	369
§ 8.9	双光子级联发射.....	375
第九章	非线性光学	384
§ 9.1	双光束双光子吸收.....	385
§ 9.2	单光束双光子吸收.....	394
§ 9.3	非线性极化率.....	398
§ 9.4	受激喇曼效应.....	403
§ 9.5	三次谐波产生.....	410
§ 9.6	光子统计与非线性光学.....	417
§ 9.7	双光束双光子吸收的光子统计.....	420

§ 9·8	单光束双光子吸收的光子统计·····	428
§ 9·9	受激喇曼效应的光子统计·····	434
§ 9·10	结论·····	438
索引	·····	441

第一章 普朗克辐射定律和 爱因斯坦系数

光的量子理论起始于 1900 年,当时普朗克¹发现,用谐振子能量量子化的假设,可以解释热源发射的电磁能谱分布的测量结果。这个假定就是:一个角频率为 ω 的谐振子的能量,只能是基本量子 $\hbar\omega$ 的整数倍,这里 $\hbar = h/2\pi$, h 是普朗克原用的常数。1905 年爱因斯坦²指出,光电效应可以用电磁辐射的粒子性假设加以解释。不过直到 1926 年,辐射量子才被命名为光子³。普朗克和爱因斯坦的工作,开创了量子力学的众多发展。

量子理论早期表述的另一主流是关于原子谱线的解释。1917 年爱因斯坦论述了电磁辐射和原子的相互作用⁴。他提出的光被原子吸收和发射的理论,仅依据简单的唯象考虑,却导致正确的预言,至今仍经常使用。我们将按本学科发展的历史,从普朗克和爱因斯坦的理论开始,叙述光的量子理论。

本书后部的许多主要论题是量子力学对光的理论的应用。因此,在第四章里就把电磁场量子化了,就是说电场 $\mathbf{E}$ 和磁场 $\mathbf{B}$ 必须用量子力学算符表示。不过,有可能从电磁波的经典理论推导出有关光以及它同原子相互作用的许多特征的一些正确结果。因此,普朗克的量子假设便在关于电磁场能量的计算中作为一附带的假定而嫁接于经典理论之上。头三章我们采用以麦克斯韦方程组为基础的电场和磁场的经典描述,第六章才讨论光的经典理论的局限性。

本章主要涉及电磁辐射的热激发和辐射（或光）与原子的跃迁之间能发生的相互作用的基本类型。这些现象的理论是相互联系的，因为通过光被原子吸收和发射的作用，可以使电磁辐射的激发程度和热平衡条件相适应。不过，爱因斯坦关于吸收和发射的理论，也可应用到不是处于热平衡的系统，例如被某些外源发出的光所照射的原子气体。用这种方式可以计算光与原子相互作用而产生的种种效应的量值。

§1.1 空腔中的场模密度

处理电磁场时，常用的方便作法是设想电磁辐射被限制在一空腔内。尽管在某些实验中，确实有光存在于有明确界限的光共振腔内，但我们常常无法分辨出任何真实的实验空腔。不过，在理论上引用一个空腔，把所考虑的空间限定在某一有限的区域内，还是有益的。这

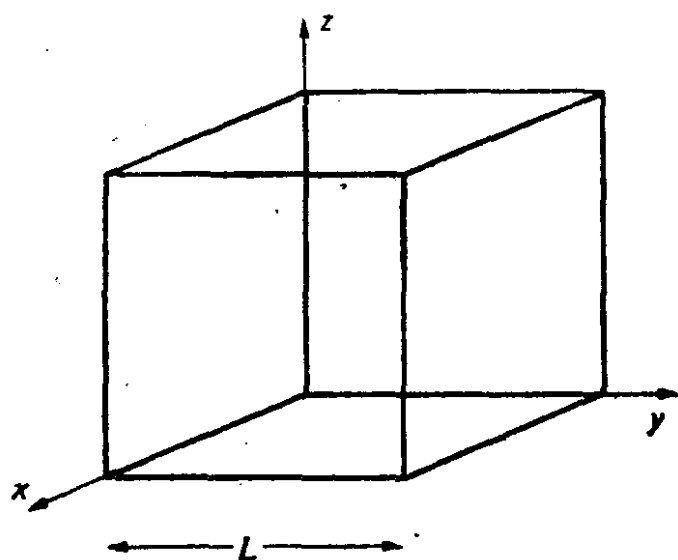


图 1.1 光共振腔的几何形状。

仅是一种理论上的技巧，而最终的计算结果，一般与所假设的空腔的大小、形状和性质无关。为使计算尽可能简单，我们选择一个边长为 L 的正立方形空腔，并如

图 1.1 选定坐标轴。假设空腔壁是完善的良导体，因此，场 $\mathbf{E}$ 在空腔边界上必无切向分量。

普朗克定律表述了在温度 T 处于热平衡的空腔内部电磁辐射的频谱分布。该辐射称为黑体辐射，它的频率分布和温度为 T 的

绝对黑体的辐射相同。对频谱分布的计算分为性质截然不同的两部分。第一部分考虑空腔内场对空间的依赖关系，并导出激发场的不同模式数目的表示式，第二部分考虑场对时间的依赖关系，并算出在温度 T 时，每种激发模式所携带的能量。

第一部分的计算完全是经典的。电场在真空中必须满足波动方程

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}, \quad (1.1)$$

(式中 c 是光速,) 以及麦克斯韦方程

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0. \quad (1.2)$$

满足边界条件的解具有分量

$$\begin{aligned} E_x(\mathbf{r}t) &= E_x(t) \cos(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z), \\ E_y(\mathbf{r}t) &= E_y(t) \sin(k_x x) \cos(k_y y) \sin(k_z z), \end{aligned} \quad (1.3)$$

和

$$E_z(\mathbf{r}t) = E_z(t) \sin(k_x x) \sin(k_y y) \cos(k_z z).$$

式中 $\mathbf{E}(t)$ 与位置无关，且波矢 $\mathbf{k}$ 具有分量

$$k_x = \pi \nu_x / L, \quad k_y = \pi \nu_y / L, \quad k_z = \pi \nu_z / L, \quad (1.4)$$

并有

$$\nu_x, \nu_y, \nu_z = 0, 1, 2, 3, \dots. \quad (1.5)$$

对整数 ν 还要加一个限制，就是每次只能有一个取零，因为如果有两个或三个为零时，则 $\mathbf{E}(\mathbf{r}t)$ 也必然为零，空腔中就没有电磁场了。

容易证明，方程 (1.3) 所给出的 $\mathbf{E}(\mathbf{r}t)$ 满足空腔壁的边界条件，例如，在 $y=0$ 或 L ，及 $z=0$ 或 L 处， $E_x(\mathbf{r}t)=0$ 。若以正弦代替余弦，边界条件虽能满足，但要在空腔中各处都满足麦克斯韦方程 (1.2) 是不可能的。对于解 (1.3)，方程 (1.2) 导致约束条件

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}(t) = 0. \quad (1.6)$$

这正是 $\mathbf{E}(t)$ 垂直于 $\mathbf{k}$ 的条件, 且对于每一个 $\mathbf{k}$, $\mathbf{E}(t)$ 都有两个独立的方向。

边界条件迫使波矢的分量只能取由整数 ν_x 、 ν_y 和 ν_z 确定的分立值。每组整数 (ν_x, ν_y, ν_z) 确定空腔中辐射场的一种模式, 而且当考虑到两个偏振方向时, 就相应于场的两个自由度。任何激发的电磁场, 都可以表示成这些场模式的线性和。 $\mathbf{k}$ 所允许取的值, 可以画成三维点阵, 点阵常数为 π/L 。图 1.2 表示 ν_x 、 ν_y 、 ν_z 的值限制在小干或等于 4 时的点阵图。

我们需要波矢量值在 k 到 $k + dk$ 之间的场模式数的表示式。这就是在半径为 k 到 $k + dk$ 的球壳第一八分卦限内的阵点数。由于每一阵点都被空间体积 $(\pi/L)^3$ 所包围, 因此假设球壳的体积与 $(\pi/L)^3$ 相比足够大时, 则所求的模式数为

$$\frac{1}{8} (4\pi k^2 dk) (\pi/L)^{-3} \times 2. \quad (1.7)$$

式中最后的乘数 2 计及两种可能的偏振。

场的模式密度 $\rho_k dk$ 定义为波矢在指定范围内每单位空腔体积的模式数, 因此从方程(1.7)可得

$$\rho_k dk = k^2 dk / \pi^2. \quad (1.8)$$

此结果普遍成立, 并与其导出时所用空腔的性质无关。模式的角频率 ω 和波矢的关系通常表为

$$\omega = ck. \quad (1.9)$$

这样, 方程(1.8)便可换成频率在 ω 到 $\omega + d\omega$ 间的场的模式密度 $\rho_\omega d\omega$,

$$\rho_\omega d\omega = \omega^2 d\omega / \pi^2 c^3. \quad (1.10)$$

在下面的章节中, 我们会遇到需对所有场模式求和的表示式。利用场模密度表示式(1.8)和(1.10), 可把这种求和转变成对

k 或对 ω 的积分,

$$\sum_k \rightarrow \int (V k^2 / \pi^2) dk \rightarrow \int (V \omega^2 / \pi^2 c^3) d\omega, \quad (1.11)$$

式中 V 为空腔体积, 左边的求和理解成对每个波矢 $\mathbf{k}$ 包含两个独立的偏振。

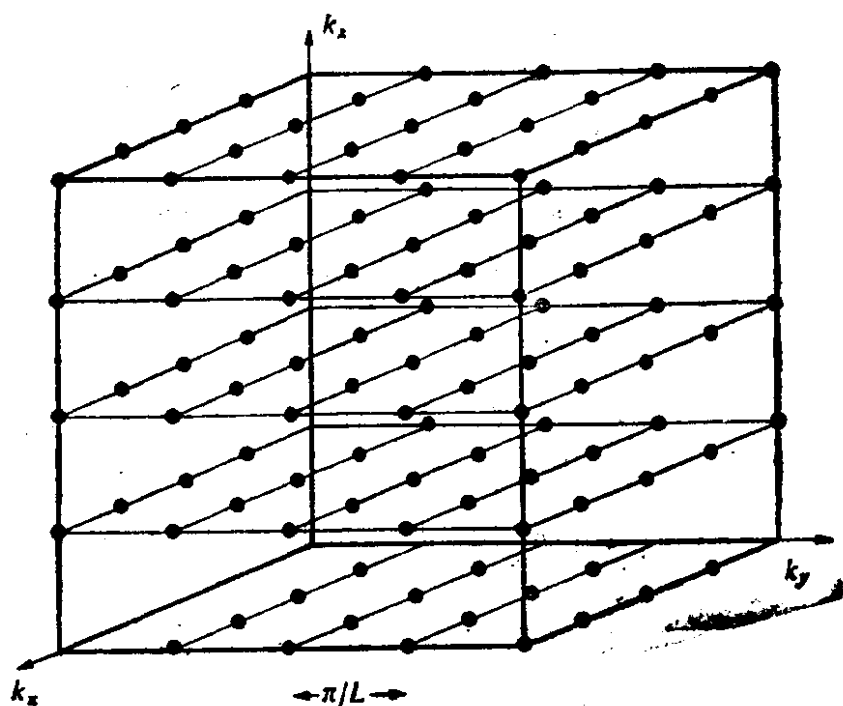


图 1.2 边长为 L 的立方形空腔所允许的波矢 $\mathbf{k}$. 注意当分量 k_x, k_y, k_z 中有两个或三个为零时, 没有阵点。

§1.2 场能量的量子化

电磁场的空间依赖关系已如上述。第二阶段的计算是要确定在温度 T 时每种场模式中所储存的能量。将解(1.3)代入波动方程(1.1), 并利用(1.9), 可得电场随时间变化的方程,

$$\partial^2 \mathbf{E}(t) / \partial t^2 = -\omega^2 \mathbf{E}(t). \quad (1.12)$$

这是简谐运动方程, 其解可取为

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t). \quad (1.13)$$

式中 $\mathbf{E}_0$ 为常矢量, 在经典电磁理论中, 可取任意大小的值。

根据经典理论，电磁场中所含的能量可表成积分：

$$\frac{1}{2} \int_{\text{空腔}} (\epsilon_0 \mathbf{E}^2 + \mu_0^{-1} \mathbf{B}^2) dV, \quad (1.14)$$

式中 ϵ_0 和 μ_0 为自由空间的介电常数和磁导率，与光速的关系为

$$c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-\frac{1}{2}}, \quad (1.15)$$

$\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{B}$ 为实电场和实磁场。对于所考虑的场模式来说，其复电场由方程(1.3)和(1.13)给出。这时求场能量的较方便方法是，求出一个振动周期内场能的平均值，因为一周期内的能量变化通常无法测量。应用我们在下面习题中所述的定理很容易求出周期平均值。

习题 1.1 证明周期平均定理：若 $\mathcal{A}$ 和 $\mathcal{B}$ 为两个复数量，以 $\exp(-i\omega t)$ 的方式随时间变化，则 $\mathcal{A}$ 和 $\mathcal{B}$ 的实数部分之积在一振动周期内的平均值可由下式给出：

$$\overline{(\text{Re}\mathcal{A}) \times (\text{Re}\mathcal{B})} = \frac{1}{2} \text{Re}(\mathcal{A} \mathcal{B}^*), \quad (1.16)$$

其中星号表示复数共轭。

周期平均定理可用于能量表示式(1.14)，其中所考虑的场模式的电矢量由方程(1.3)和(1.13)给出。从以下麦克斯韦方程可得出相应的磁矢量，

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t. \quad (1.17)$$

磁场的详细的空间依赖关系与电场的稍有不同，但两个场的振幅 B_0 和 E_0 的关系为

$$B_0 = (k/\omega) E_0 = (\epsilon_0 \mu_0)^{\frac{1}{2}} E_0. \quad (1.18)$$

由此可知在方程(1.14)中电场和磁场的贡献相等，因此总的平均场能量为

$$\frac{1}{2} \int_{\text{空腔}} \epsilon_0 |\mathbf{E}(\mathbf{r}t)|^2 dV. \quad (1.19)$$