

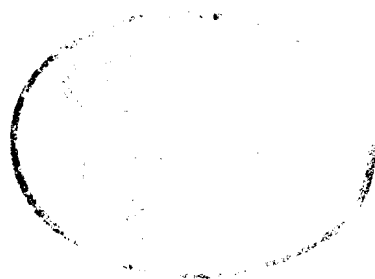
固体潮

方 俊 著

科学出版社

固 体 潮

方 俊 著



科 学 出 版 社

1 9 8 4

内 容 简 介

固体潮是研究地球固体部分潮汐的一门学科，是近30年来才发展起来的综合性的学科。

本书是专门讨论固体潮的原理，实验方法以及与旁支学科之间的关系 的专著。书中共分八章。第一章是总论；第二章讨论潮汐原理；第三章介绍观测仪器以及观测方法；第四章讨论数据的分析方法；第五、六两章是理论研究，讨论根据地球模型解算表征地球弹性的几个参数的原理；并扼要地介绍弹性力学作为探讨有关问题的基础；第七章讨论与固体潮有关的天文学上的问题，最后一章则是讨论海潮问题，它的原理以及与固体潮之间的相互关系。

本书可作为大地测量学及地球物理学研究的参考书，也可以作为高等学校有关专业的教科书之用。

固 体 潮

方 俊 著

责任编辑 姚岁寒

科 学 出 版 社 出 版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1984年10月第一次 开本：787×1092 1/16

1984年10月第一次印刷 印张：28

印数：精1—1,100 插页：精3平2

平1—1,000 字数：655,000

统一书号：13031·2652

本社书号：3652·13—15

定 价：布脊精装 5.40元
平 装 4.40元

序

TW-55/109

固体潮——全名应作地球固体部分的潮汐。这是从海洋潮汐一词演绎而来的。它是研究地球固体部分，或简称固体地球，在太阳和月球的引潮力的作用之下所产生的内部形变及运动，并由此探讨地球内部结构的一门学科。在海洋之上，潮汐运动是十分明显的。自古以来，早为沿海的居民所熟睹。经过了长期的探索，才逐渐地弄清楚了它是由于太阳和月球的引潮力所致。这个引潮力也同样地施加于陆地。后者是否会像海水那样，发生波动或其他的运动，则除非应用现代的，十分精密的仪器进行观测，是无法觉察出来的。所以，固体潮的研究，并非如海潮研究那样，从已经知道的现象出发，而是由于一些科学家对于地球内部结构的怀疑，经过多方面的探索，才逐步地建立起来的。自古以来，人们对于地球内部的了解十分肤浅。一直把它当作一个完全的刚体来对待。当然，也曾有些科学家对此持怀疑的态度。但是，由于无从论证，也就不了了之。直到1876年，英国的开耳芬才明确地指出“从今以后，不应该再把地球当作一个刚体来对待”，他认为它并不是一个完全的刚体，它在力的作用之下，将会作出相应的让步，也就是形变。用现代的话来说，就是固体地球是具有一定的弹性或塑性的物体。要证明这点，最简单的方法是设法观测地球表面是否会由于引潮力的大小而产生起伏。这是一个十分困难而不易办到之事。更不要说在一百多年以前，观测技术极为落后的条件之下，所以，英国的海潮科学的奠基人，达尔文才不得不采用海潮观测数据与平衡潮的理论值进行比较的方法。如果，固体地球是完全的刚体，则安放验潮水尺的陆地将不受引潮力的影响而上下移动，水尺上所指示的尺寸就完全是潮汐数据，因而观测值与理论值相等。不然，则陆地也将随引潮力大小而升降。于是，前者将小于后者。但是，所不幸的是，海潮并不遵守平衡潮的规律。也就是说，实际观测到的海潮涨落与理论值相差甚多。只有其中周期很长的分量，才不受或少受海潮的干扰，而与平衡潮比较相近。因此，达尔文才采用了由海潮观测数据分析出来的双周分量进行比较。结果得出观测值比理论值小 $1/3$ 左右。这就完全证实了开耳芬的论点。这是固体潮研究的嚆矢。

太阳和月球对于一个弹性的地球施加引潮力将使它的表面或内部发生形变。这种形变将产生两种影响：其一是直接的形变。这在地球表面上，可以用应变仪来观测出来。但是，内部的形变将附带地产生物质的重新分配，因而将要改变地球原来的重力场。也就是说，在原来的地球重力位之上，增加一个摄动重力位。这个摄动重力位的导数是可以观测得到的。它的垂直分量就是重力变化，可以用精密的重力仪进行观测。它的水平分量即为倾斜，可用水平摆或其他的倾斜仪观测。但是，这种变化量极为微小。上述的地面形变，也是如此。没有十分精确的仪器是观测不到的。这就是为什么这个学科虽然已经建立了100年，而迟迟不能发展之故。

作为倾斜观测之用的仪器——水平摆是最早发展起来的固体潮仪器。它在上世纪的末年已经出现，不久就得到广泛的采用。但是，这种仪器的稳定性很差，并且，由于过去制造技术的落后，长期不能达到所需要的精确度。此外，又由于倾斜度变化受到局部地区的地形和地质的影响很大。不同地点所测的数据，彼此相差较大。作为全球性问题

的探讨, 困难重重。所以, 虽然倾斜观测工作开展最早, 但是, 对于固体潮研究, 并没有起到应有的推动作用。

近代的固体潮观测主要依靠重力仪。这种仪器是在本世纪的30—40年代逐渐发展和完善起来的。而可以用于固体潮观测的重力仪的出现, 则是50年代以后之事了。而比较好的倾斜仪器以及应变仪器也出现于这个时期。这当然和现代科学技术的巨大发展和仪器制造业的进展是分不开的。

以上所述是地面的量测问题, 我们可以将它概括为大地测量手段。以区别于下文所述的天文手段。

在另一方面, 一个多世纪以来, 天文学上也发现了不少的异常现象。也被一些天文学家认为是与地球的弹性性质有关的。欧洲的很多的天文台一直在用纬度观测来验证欧勒所推算出的地轴自由章动的周期, 而没有得到任何的结果。直到1891年, 美国的天文学家张德勒从长期的纬度观测数据中, 分析出地轴的自由章动周期并不是欧勒根据刚体地球所推算出的305天(或10个月), 而是竟长达14个月左右。这就是所谓的张德勒周期。一年之后, 天文学家纽康就很快地指出, 这个周期的延长是由于地球是弹性之故。所以, 与大地测量学殊途同归, 各自以自己的观测结果来验证地球的弹性问题。在上一世纪的末年, 建立了由几个天文台为基础的国际纬度服务。总以为经过几年的努力, 可以很快地把问题澄清。但是, 至今已经历了80多年, 离开问题的解决仍是遥遥无期。并且, 也更为复杂化了。当然, 这种复杂化是科学发展的必然趋势。它使问题一步一步地深化。由此提出了过去所不能设想的问题, 并且对于地球内部结构的认识也更为深入了。除此之外, 还有其他的问题。例如, 地轴的强制章动, 即一般所谓的岁差及章动问题, 也与地球的弹性有着密切的关系。根据刚体地球所推算的章动常数要比实际观测到的数值大0.2%左右。只有根据弹性地球推算才能得到较为满意的数据。

天文学和大地测量学一样, 都进行了不少的观测和研究, 作出了很多贡献。但是, 他们的工作一直都是各自为政, 彼此没有联系的。

上述的各种观测资料, 不论是大地测量学抑或是天文学上的, 都可用作反映地球内部结构的依据。也就是说, 从这种资料中, 可以分析出地球内部的弹性的分布情况。或者更具体地说, 就是可以由此推导出表征地球内部弹性性质的三个参数——勒夫数。这是固体潮研究的实验途径。

固体潮研究的另一途径是理论推算。具体地说, 就是, 如果我们已经知道地球内部的结构, 或者详细地说, 就是已经知道不同层的密度以及弹性参数(拉梅参数), 我们就可以将这种参数代入地球的弹性运动(或均衡)方程, 由此解出上述的勒夫数。这项工作的开展也不算很晚。早在上世纪的末年, 开耳芬已经对于一个均匀和不可压缩的地球模型进行推算。结果证明地球的刚度与钢不相上下。对于非均匀地球模型的推算, 则始于德国的赫格洛兹。这是本世纪初年之事。随后, 有不少人继续他的工作。他们的共同特点是采用十分简单的模型。因为在那个时代, 人们对于地球内部结构的知识极为肤浅。并且, 当时的计算技术和工具也十分落后, 更不允许他们采用比较复杂的模型。因此, 他们的推算结果与实际观测相差庭径是不足为奇的。

人们开始对于地球内部结构的认识是在建立了实验地震学以后之事。根据地震观测资料, 可以推导出各种震波在地球内部不同深度的传播速度。而这种传播速度又与物质

的拉梅参数以及密度有关。直到1936年,澳大利亚的地震学家布伦才开始应用美国地震学家古登堡等的震波速度表,推求地球内部的密度以及拉梅参数的分布。这就为这项研究提供了前所未有的有利条件。但是,正如前文中已经提到的,虽然有了这种可靠的数据,没有先进的计算工具以及与此相适应的计算技术,问题仍然无从得到解决。这就不能不等待到电子计算机的出现。1950年,日本地球物理学家竹内·均首先利用上述各种优越条件,第一个采用与实际地球相接近的地球模型,进行解算,求出比较满意的结果。在他的工作发表以后不久,苏联的莫洛金斯基,英国的杰弗勒斯以及其他的地球物理学家也相继进行了类似的推算。当然,后来居上,他们所求得的结果,精确度不断地提高,所涉及的问题也越来越广泛。所有这些,都是本世纪50年代以后之事。

1957年,开展了国际地球物理年,对固体潮研究的发展更起了促进作用。就在国际地球物理年的推动和鼓舞之下,成立了国际固体潮委员会(属于国际大地测量与地球物理学联合会的大地测量学委员会),并且组织了国际固体潮中心。在这些组织的推动和领导之下,本门学科获得了飞速的进步。同时,也由于很多的科学家,其中也包括不少旁支科学的科学家的关怀和努力,使本门学科获得了很大的成就,不但研究内容日益深入,并且也日益丰富和广泛。已经远远地越出了过去的范畴。从而建立了一门具有深厚基础和广泛内容的现代科学。所有这些,都应该说是在本世纪的50年代起才开始形成的。到现在还不到30年。

30年以来,科学技术的突飞猛进,为固体潮研究提供了前所未有的有利条件。例如,前文已经提到人们对于地球内部结构的知识,是从建立了实验地震学才逐渐地形成和深入的。现在,则地球自振问题研究上成就,又为这种探索提供了新的道路。使人们对于地球内部结构的了解更为深入和精确。再加上近代快速电子计算机的巨大成就以及新的计算技术的进展,更解决了过去在计算技术问题上的难题。从而大大地促进了本门学科的向前发展。此外,近代的仪器制造事业的长足进步,更为本学科的实验观测创造了极为优越的条件。不但观测工作更为简便,同时也可以获得过去所不能设想的精确度和稳定度。现代重力仪的精度已经达到微伽级,稳定度也远比过去为优。而新出现的超导重力仪则更为精密和更为稳定,在一年之内,其飘移不过5微伽。如此,就有可能作更为长期的观测,探讨过去不易企及的问题。此外,又出现了十分稳定的静力倾斜仪——深井摆,从而可以改变过去倾斜观测的不稳定的局面。使固体潮研究可以用于地球表层地质构造或地壳地幔间的结构的研究。在上述各种优越条件的保证和促进之下,固体潮研究的发展将更为迅速。

我国的固体潮研究开始得比较晚。只是在1959年,开展了第一个观测。这是当时的中国科学院测量与地球物理研究所与苏联的地球物理所合作在兰州进行的。在十年浩劫中,观测及研究工作停顿了下来。直到粉碎了“四人帮”,这项研究才得以重新开展。现在,则各方面的工作已初具规模。此外,还有其他部门也开展了这种研究。相信在不久的将来,固体潮研究将在我国逐步发展起来。

本书将对本门学科作比较详尽的介绍和探讨。书中第一章是总论;第二章至第四章是固体潮的实验方面,即第二章讨论引潮力的原理及其推导;第三章讨论仪器及观测方法;第四章则讨论数据分析问题;第五及第六章则是理论部分。其中前者扼要地介绍弹性力学的原理;后一章则讨论根据地球模型解算地球弹性运动或均衡方程的问题;第七

及第八两章则是与固体潮有关的两个旁支科学的探讨。即第七章为天文学上的地球自转问题；第八章为海潮对固体潮的影响以及两者的相互关系。

书中所涉及的范围比较广泛，并且很多课题也正在逐渐形成和日益发展之中。所以，书中很多的章节都是经过一再修改和补充，才形成目前的面貌。加上作者学识浅陋，挂一漏万，在所难免，其中或有错误之处。尚望读者不吝指正为幸。

在本书写作过程中，测量与地球物理研究所的很多同志，特别是张牙同志曾给了很多帮助。诸如收集有关论文和资料以至稿件的抄写和校正，对此作者谨致以衷心的感谢。

作者序于

武昌小洪山时年八十

1983年12月

目 录

序.....	1
第一章 总论	1
1.1 潮汐问题	1
1.2 固体潮	12
1.3 固体潮与其他科学研究的关系	16
1.4 重力及倾斜固体潮特征数	25
第二章 引潮位的展开	30
2.1 引言	30
2.2 潮波分量	33
2.3 都特生编码	36
2.4 太阳潮汐	38
2.5 月球引潮位的展开	43
2.6 太阴潮分量	48
2.7 三阶球谐函数	51
2.8 潮波分量的一些特性	53
2.9 卡德赖特的推导	58
第三章 固体潮观测及仪器设备	80
3.1 重力观测	80
3.2 重力仪格值的标定	92
3.3 仪器的飘移及记录中断等问题	97
3.4 倾斜仪.....	100
3.5 仪器的调节及标定.....	106
3.6 其他观测地倾斜的仪器.....	110
3.7 应变测量.....	118
第四章 调和分析	134
4.1 引言.....	134
4.2 调和分析的数学基础.....	135
4.3 都特生分析法.....	146
4.4 用于固体潮观测数据的调和分析.....	157
4.5 维尼狄可夫分析法.....	176
第五章 弹性力学概要	188
5.1 应力.....	188
5.2 应变.....	195
5.3 应变与应力的关系.....	199
5.4 弹性均衡方程及运动方程.....	209

5.5	地球的应力-应变问题	214
5.6	球面坐标表示的应力-应变关系	219
第六章	实际地球的研究	226
6.1	非均匀的地球	226
6.2	竹内·均的研究	237
6.3	莫洛金斯基的推导	253
6.4	液核的影响	267
6.5	杰弗勒斯的推算	281
6.6	阿尔脱曼等的研究	289
6.7	艾尔索普及郭宗汾的研究	294
6.8	瓦尔的研究	295
第七章	地球的自转	310
7.1	引言	310
7.2	地球的坐标系	316
7.3	极移	327
7.4	受迫运动——岁差及章动	341
7.5	木下·宙的推导	352
7.6	章动与潮波分量的关系	364
7.7	莫洛金斯基的与瓦尔的理论	370
7.8	地球自转速度的变化	376
第八章	海潮及海潮的影响	384
8.1	海潮的影响	384
8.2	格林函数	388
8.3	格林函数(续)	399
8.4	间接效应的演算	405
8.5	潮汐图	413
8.6	海潮的反演问题	425
参考文献		430
名词索引		433
人名、地点索引		440

第一章 总 论

1.1 潮汐问题

本书的主要内容是讨论固体潮问题的。在以下的各章中，我们将详细地讨论固体潮的原理；介绍固体潮的观测方法以及所应用的仪器；数据的处理和分析方法。此外，我们还要涉及与固体潮研究有关的问题，例如，地球的自转问题和海潮问题。关于前者，由于近代天文观测的精度不断提高，使它与固体潮研究的关系日益密切。它的很多观测数据，必须加入固体潮的因素。例如章动常数以及章动中的一些较大的项都必须根据固体潮所导出的地球模型进行推算。同时，一些固体潮的参数也可以从这种天文观测中推算出来。这里所指的是与志田数 l 有关的 Λ 值。这是可以从天文的纬度或时间观测中推求而得的。当然，志田数主要还是依靠固体潮的观测，也就是应用伸缩仪的观测数据推算。但是，天文观测却可以从另一途径对此数据进行检验。而更重要的是地球自转的研究和观测必须与固体潮的研究和观测彼此结合起来。很多地球内部的重大问题，特别是地球液核的性质和它的运动等问题的最后解决，都有待于这两方面的深入研究和彼此的密切配合。至于海洋潮汐问题，则与固体潮的研究更为密切。我们知道，固体潮的研究是海潮问题发展而来的。它的基本理论以及观测数据的分析方法都是从海潮研究演变出来的。在固体潮的观测数据中，必须加入海潮影响的修正。而在近年以来，由于研究工作的深入，海潮的研究也必须采用固体潮的数据，然后方能推算和绘制出更为完满的潮汐图。而固体潮对海潮的反演问题则将为海潮研究的进一步发展提供更多的便利。所以，在本书中，将对上述的问题进行比较详细的讨论。在以下的各分节中，将叙述海潮研究的发展。

1.1.1 潮汐研究的发展

潮汐现象，早为古代沿海居民所熟悉。我们的祖先对于这种现象的注意和探索，远远早于西方人民。这主要是因为在我国沿海的一些口岸上，所发生的潮汐一般都比较高，容易引起居民的注意之故。例如，在长江入海附近的吴淞口，大潮可达3米以上。其他的口岸，一般也在1—2米或更高。位于杭州附近的钱塘江口则是历史上有名的观潮胜地。在那里，最高潮面有时可达8米左右。据英国学者穆勒 (A. C. Moule) 的记载“钱塘江潮的水头平常约为12英尺 (3.6米)，在大潮来临之时，最初的一小时之内，可以继续上升6英尺，整个升降幅度为20英尺 (6.1米)。在内河，涨潮时所产生的洪流速度为每小时10海里 (18.5公里/小时)。两波相接处，产生高约为30英尺 (9米) 的壁立巨浪。是世界上最著名的两个观潮胜地之一。(另一个是南美巴西的亚玛逊河北口)。”^[27]当然，钱塘江大潮，光就潮高来说，还不能与英国勃列斯多 (Bristol) 湾的阿丰 (Avon) 河口相比，更不能与美国的芬地湾相提并论。前者大潮达40英尺 (12米)；后者则竟达50英尺 (15米)^[35]。但是，钱塘江口大潮来临之时的汹涌澎湃蔚为大观则是世间少有的。

早在公元前二世纪,我国学者就有关于潮汐的记载。汉景帝时,枚乘(卒年在汉武帝初年,约公元前140年)所著《七发》中就有一段关于潮汐的记载:“将以八月之望,与诸侯远方交游兄弟,并往观涛于广陵之曲江。……徒观水力所到,则恤然足以骇矣。”这是钱江大潮最早的记载。文中虽然没有说出造成这种现象的原因,但也没有把它看作神奇。最早提到潮汐现象与月球的关系的是东汉学者王充(公元27—97年)。在他所著的《论衡》卷四的《书虚篇》中就有一段驳斥当时流传的关于伍子胥“阴魂驱水为涛以溺杀人”迷信的论述^[45]。他反复论证此说的荒谬无稽之后,提出以下的结论:“涛之起也,随月盛衰,大小满损不齐同。”不但指出来潮汐与月球的关系,并且明白地提出了潮的大小随月龄而变化。这是公元一世纪之事。在此800年之后,卢肇在他所著的《海潮赋》中,曾经提到在当时,已经有了正规的潮汐表(涛志),并且明确了小潮与月的上、下弦的关系。他提出了太阳也与潮汐有关,这无疑是正确的。但是,他认为“海潮之生兮自日,而太阴裁其大小也。”因而就得出“潮汐在月球离太阳越远而越大”的错误观点,常被后来的学者所指责。宋代著名学者沈括(1031—1095年)所著的《梦溪笔谈》的《补笔记》^[46]中说:“卢肇论海潮,以为日出没所激而成,此极无理。若因日出没,当每日有常,安得复有早晚。……每至月正临子午则潮生。候之万万无差。”又说“……去海远,即须据地理增添时刻。”首次提出了港口时差的概念。在此时期,吕昌明所编制的潮汐表则曾刊刻在钱塘江畔的浙江亭的墙壁之上^[48]。而在欧洲,最早的潮汐表,即“伦敦桥下涨潮时刻表”则直到13世纪才出现。以上所述是西方的近代科学传入我国之前的一些有关潮汐研究的概况。

西方各国也有不少的关于潮汐问题的历史记载。在地中海沿岸的一些民族,虽然祖祖辈辈生活在海边,对于潮汐的涨落却很少注意。这主要是因为在那些地方潮汐的涨落幅度很小,一般不到半米。所以,对于潮汐可能产生的影响就不会引起人们的注意。根据历史的记载,公元前5世纪,迦太基海军大将希米尔戈(Himilco)率领舰队远征英国时,将船只停泊在英国的海港,才首次领略海潮涨落对于船只的威胁。在此之后,罗马帝国的恺撒大帝(公元前100—44年)也是在远征英国之时^[36],在低潮情况下,丝毫不加思索地将全部战舰停泊在沿海岸上。等到高潮来临之时,船只互相冲击,几乎使整个舰队全军覆灭。所以,在他所写的《高卢战争札记》书中记下了这次的沉痛教训。他说“我们的人民不懂得满月对于潮汐有如此密切的关系,使舰队蒙受了近乎毁灭性的损失。这是一桩痛心之事。”这充分说明当时罗马人对于潮汐的无知。尽管在公元前四世纪时,亚里士多德早已提出了“海水的涨落与月球有关,并且是发生在某些固定的日期”的论点。

1.1.2 潮 汐 预 报

人们通过长期的观察和思索,摸索出潮汐现象的某些规律。在13世纪初期,英国的阿博脱(Abbot)编制了伦敦桥下的水位表。此表是按月龄,即新月以后的日数及时、分,列出水位的高度。这是西方历史所记载的最早的潮汐预报表。在1375年出版的卡塔兰舆地图之上,曾登载了西欧一些港口在朔、望日的高、低潮位表。为航海者带来了很大的方便。于此可知,在那个时代,人们已经注意到潮汐问题对于航海事业的重要性。并且,也可以看出,人们也已经初步掌握了潮汐现象的某些基本规律。但是,这种研究都是父子相传,不向外人透露的一种技术。

1831年,英国的卢博克(J. Lubbock)开展了所谓非调和方法的潮汐预报。他将一个港口的涨潮和退潮的高低水位以及出现的时间用一些潮汐元素来代表,而这些元素又与一些天文元素,如月龄(从新月起算),和月球及太阳的赤纬和视差相联系起来。例如:

水位高度=平均高度+月龄改正+赤纬改正+视差改正+均差改正

所谓非调和方法是相对于开耳芬(Kelvin)与达尔文(G. Darwin)于1867年所首创,而为后世广泛采用的调和分析方法而言的。后面一种方法将在本书的第四章中详细地讨论。虽然,在该章中,我们所讨论的主要是近年来针对固体潮研究所发展起来的方法,但是,基本的原理则是相同的。

近代潮汐学的奠基人是牛顿。他的万有引力定律,为后代的潮汐研究铺平了道路。牛顿本人也曾经指出,月球对于地面的引力随时在变化。向着月球的地球面所受到的引力比月球对地球的平均引力为大。因此,海水朝着月球方向移动。在其另一面(背着月球的一面),海水所受的引力小于平均引力。因而它向远离月球方向移动。如果整个地球表面覆盖着一层海水,则由于月球的引力,海水将形成一个椭球面。其长轴的一头指向月球。如图1.1所示。

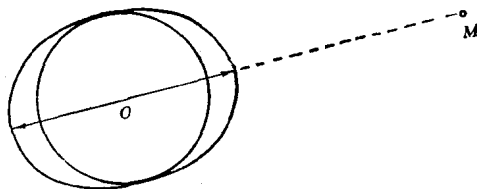


图 1.1

1.1.3 引潮位

由此可知,海潮的升降应当可以从牛顿的力学推算出来的。条件是我们应当知道月球及太阳的质量和它们与地球之间的距离。而这些数据都已经从天体测量中比较精确地推算出来了。我们现在先扼要地讨论一下这个理论问题。假设图1.2中, O为地球的中心, A为它表面上的一点。M为天体(月球或太阳)。它距离地球中心的距离为 r_0 , 离地面点A的距离则为 r 。如图1.2所示。M对于A点及地心O的引力位分别等于 Gm/r 及 Gm/r_0 , 其中 m 为天体的质量, G 则为引力常数, r_0 及 r 分别等于OM及AM。根据前分节所说, 引起地面点A的水面升降的动力是天体对此点的引力位与对地心引力位之差(注意, 在任何方向的引力就等于引力位对这个方向所取的导数)。所以, 在推算地面点的潮汐变化时, 应当按此地面点与地心之间的引力位之差来推算。我们称这个引力位差为引潮位。但是, 在推算这个差别之时, 首先应该将两个引力的方向归算到相同的方向之上。自图1.2, 将M对O点的引力归算到A点之上, 则有

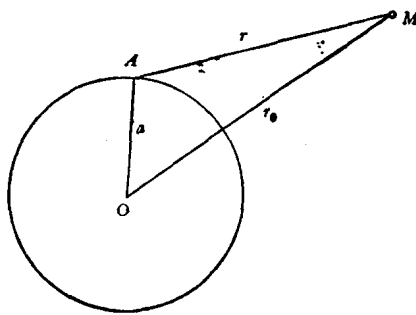


图 1.2

$$\psi + \int_0^a \frac{d\psi}{dr_0} \cos \theta da = \frac{Gm}{r_0} \left(1 + \frac{a}{r_0} \cos \theta \right) \quad (1.1.1)$$

式中 θ 为 $\widehat{AOM}$, $\psi = \frac{Gm}{r_0}$, a 为地球半径。所以A点上所受到的引潮位等于

$$\psi = G_m \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} - \frac{a}{r_0^2} \cos \theta \right) \Bigg\} \quad (1.1.2)$$

$$r = \sqrt{r_0^2 + a^2 - 2r_0 a \cos \theta}$$

式中

而在 A 点上所受到天体 M 的引潮位所产生的潮高 ξ 则等于

$$\xi = -\frac{\psi}{g} \quad (1.1.3)$$

g 为平均重力值。这是根据牛顿力学所推导的理论潮汐。在一般情况下，天体在大海的上空，对于任何一点，其方向一般都是倾斜的。我们可以将引潮力分解为矢向及切向分量（垂直于海平面及沿着海平面），前者使海水上升或下降；后者则使海面发生倾斜。这两种运动破坏了海平面原来的平衡状态。但是，海水分子之间是没有束缚力的，是可以自由地流动的，经过调节之后，很快地又达到新的平衡，形成新的海平面。所以，我们把这种从牛顿力学所推演出来的潮汐运动称为平衡潮。而称这种原理名为潮汐的平衡理论。有时也可以把它叫作静力理论。这是相对于近代所发展起来的动力理论而言的。

平衡理论不能满意地解释人们所掌握的潮汐现象，这是可以从实际的观测数据与根据平衡理论所推算出来的数据相比较看出来的。海面上任意一点的引潮位都可以根据月球或太阳的质量，它们与此点间的距离以及其位置精确地推算出来的。而这种数据也都已十分精确地知道。根据计算，月球对海面所引起的潮汐涨落，最大也不过半米；太阳则约为它的一半。所以，即使两个天体凑巧与海面点同在一条直线之上，最大的潮汐变化也不过 0.7 米多。而根据安装在各沿海港口的验潮站上各水尺的观测资料，有些可达几米乃至十几米。并且，有些地方，海潮的涨落时间也与平衡潮理论所推算的相差悬殊。这种矛盾主要是由于海水是自由流动的。一旦发生振荡之后，它本身就具有自己的固有频率。如果引潮力的频率与这种固有频率相接近，就将发生共振现象，使振荡的幅度大为增强，同时，也能使相位偏移。1775 年，拉普拉斯提出了有名的拉普拉斯潮汐方程。这是后世研究潮汐的动力理论的基础。我们将在下文中，扼要地讨论这个问题。

由于实际的潮汐运动并不遵守潮汐的平衡原理，所以，历来的潮汐预报不能根据这种理论进行推算。每个港口的潮汐预报所采用的基本参数主要是根据该港口长期观测数据，应用调和分析方法所推导出来的不同潮波分量的系数。理论上所推算的数据只是作为参考。甚至象月球质量这样一个重要数据也无需十分准确。但是，对于固体潮的研究来说，平衡原理却是十分重要的。因为我们在推导所需要的地球弹性参数时是根据观测数据（经过各种修正）与理论数据的比例来计算的。而所应用的各天文参数也必须尽可能地采用近年来所获得的精度最高的数据。在本书第二章中，我们将详细地讨论平衡潮的理论。

关于调和分析问题也是如此。在固体潮的研究中，我们也是将长期的观测数据的序列，利用调和分析方法，将不同潮波分量的参数分离出来。其原理与海潮记录的调和分析基本上是相同的。但是，海潮的分析主要是求得各潮波分量的参数，作为今后潮汐预报之用的。所以，计算中应该推算较多的潮汐分量的参数，方能满足预报潮汐的要求。而在固体潮中，则是应用一些比较大的潮波分量与相应的理论值进行对比，由此推求地球弹性参数。其数量不会很多，但是精度要求高。并且，由于近代电子计算技术的迅速发展，新的分析方法不断出现。在本书的第四章将详细地讨论这个问题。

前文谈到潮汐预报由非调和的分析方法发展到目前的调和的分析方法。但是，目前所用的调和的方法实际也并非完全调和的。它们对于一些较长的周期变化，如 18.6 年的白道交点的变化，就不是分析出来的，而是应用理论的推导，进行修正的。所以，这只能看作是半调和的分析方法。

近年以来，又发展了所谓的反应法 (Responce method)。这主要是应用于海潮分析之上的^[16]。它是先将海潮的实际观测数减去平衡潮的理论数据。然后，再应用调和的分析方法，将各潮波分量分离开来。于是，求得不同潮波分量各参数的改正数。加在平衡潮各潮波分量参数之上，即得所需要的参数。这种方法的计算量甚大，只有在目前日益发展起来的快速计算技术的条件之下，才有实现的可能。

以上两节所谈的是潮汐的预报问题。其中牵涉到平衡潮的理论以及作为数据处理之用的调和的分析两个问题。在海潮研究的初期，后一问题，在开耳芬和达尔文的开创。后来又经过都特生 (A. T. Doodson) 大力发展之下，获得了很大的成就，基本上奠定了分析的基础。但是，对于前一问题，则重视不够。这当然是受到时代的限制。一方面由于计算技术和工具的限制，大量的计算工作不易进行。并且也由于人们一直认为在海潮的预报中，平衡潮的研究并无什么用处。也就是由于固体潮研究的大量开展之后，两方面的同等重要性才显示出来。这不但是固体潮研究是如此，在近代的海潮研究也不例外。上文提到的海潮预报的反应法中，两方面的研究也应当并重。

海潮研究的另一任务是绘制潮汐图。这个问题也是由于固体潮研究的推动之下，才得到迅速的发展。在固体潮观测所得到的数据中，主要是来自月球和太阳的引潮力，也就是所谓的直接效应。但是，还有其他的影响，其中主要的是海潮的负荷，这就是所谓的间接效应。间接效应是可以根据潮汐的变化直接推算出来的。问题是必须具备比较精确的潮汐图。在以下的两节中，将讨论一些潮汐研究的基本问题。

1.1.4 潮汐的动力理论

上述的引潮位是产生潮汐的动力。问题是海水对于这种动力的反应如何。前面已经提到，根据港口上所设的验潮站的观测数据，潮汐的涨落，不但幅度与理论计算相差很大，并且涨落时刻也不能与理论值相符。我们在前节中，也已指出海水的运动有它们自己的固有频率，而这些频率又与海域的大小，形状，海底的深、浅以及海底地质条件，即与海水之间摩擦程度有十分密切的关系。所以，历来研究海洋潮汐都不从上节所推导的引潮位理论出发，而是根据法国的贝尔努利 (D. Bernoulli) 在 1735 年所提出的公式。这个公式实际上是能量守恒定律的推广。他认为沿着海水的流动方向，动能和位能以及压力的总和是常数。设 ζ 是海水高出于平均海面的高度，则所产生的扰动引力位为 $g\zeta$ ，其中 g 为地球平均重力。其次是海水运动所产生的动能。作者在《重力测量与地球形状学》上册中曾经介绍了爱黎的海浪运动的理论^[47]。海浪运动由两个运动组成。其一是波浪的向前推进，其速度为 c 。另一是海水分子的旋转运动，其速度是在浪峰上为最小，而在浪谷则为最大。设为 v ，则海水相对于波浪的相对速度为 $(v - c)$ 。所以，海水升降的动能等于 $\frac{1}{2}(v - c)^2$ 。因此，我们有以下的方程

$$-\frac{1}{2}(\mathbf{v} - c)^2 + g\xi + \psi = \text{常数} \quad (1.1.4)$$

式中的 ψ 是引潮位。现在，假设海水在一条假想的深槽内流动。又设槽的深度为 d ，以槽的宽度为单位。假定在单位时间内，流量为常数，则有以下关系

$$(c - v)(d + \xi) = cd = \text{常数}$$

由于 ξ 比 d 小得多（这里，也暂时假定 ξ 是以槽宽为单位）。所以，上式可以写成

$$c - v = c(1 - \xi/d)$$

代入方程 (1.1.4)，弃去 ξ/d 的二次项，可以得以下结果

$$\xi = -\frac{\psi}{g\left(1 - \frac{c^2}{gd}\right)} + \text{常数}$$

我们这里所考虑的只是随时间变化的引潮位所引起的 ξ 的变化。所以，不必考虑常数部分。我们知道 $-\psi/g$ 是平衡潮的幅度。所以，实际的潮高应该等于

$$\xi = \frac{\text{平衡潮幅度}}{1 - c^2/gd} \quad (1.1.5)$$

注意，这里的 ξ 仍以槽的宽度为单位。如果分母中的 c 等于临界数值，即 $c^2 \approx gd$ ，则将出现共振。但是，决不出现无穷大，因为其他的力和摩擦将产生阻尼。不过，分母小到使 ξ 达到一个很大的数值，是完全可能的。在另一方面，如果深槽处于地球的赤道附近，则 c^2 将大于 gd 。于是，潮汐现象将“反常”，即当天体临空之时，在理论上应当是高潮，反而发生低潮，或相反。这就是为什么按平衡潮理论所推算的潮汐，有时与实际的相反之故。

不但如此。按理论，在任何一个地点，潮汐涨落应该是每日两次。而实际上，有些地方，每日只有一次涨落。例如，我国的秦皇岛以南的海面就是如此，又如黄河口至龙口附近的沿岸也常有一日一回潮汐的现象。此外，在山东半岛以东约 30 海里 (55 公里) 处，有涡流式的旋转。即等潮线（同时涨落的线）绕着一点，作反时针方向的旋转，每 12 小时一周。这就是潮汐学中所称为的轮转系统 (Amphidromic system)。在系统中央，是一个无潮点，在那里，水位高低不变^[13]。所有上述的现象，都是平衡理论所不能解释的。应用动力理论则大部分都可以得到解决。动力理论也是经过长期的探讨，特别是根据大量积累的资料，才逐渐完善起来。但是，仍旧有许多问题，至今还未能完全搞清楚。还有待今后的继续研究。

如果将一个储了水的长槽的一头上下晃动一下，则水在槽内来回振荡。当水槽安平之后，振动将继续一段时间。如果没有阻力，则振荡仍继续不已。它的周期与水槽的长度及深度有关，可以写成以下的形式

$$T = \frac{2L}{\sqrt{gd}} \quad (1.1.6)$$

式中 L 为长度， d 为深度， g 为重力。从试验中，我们可以看到两头的水位，一上一下。一头上升，另一头下降。如此反复不已。但是，水面上下晃动，而分子没有横向移动，形成驻立波。在水槽中央，有一条与槽的轴向相垂直的轴线。在此轴线上，水面高低不变，形成一条无潮线，或称为节线。这是一种最简单的情况。在某些情况下，也可

以出现两条或更多的节线的情况。在两条节线的情况下，除了两头的水面上下晃动外，在槽的中央，水面也同样上下晃动。此时的节线在 $\frac{1}{2}L$ 及 $\frac{3}{2}L$ 处，这里的 L 是槽长的一半。所以我们可以将公式 (1.1.6) 写成

$$T = \frac{2L}{n\sqrt{gd}} \quad n = 1, 2, \dots \quad (1.1.7)$$

在相同的条件下，周期按比例减小。

对于两头开口或一头开口的水槽来说，情况也是类似的。例如，一个矩形的海湾，宽度比长度小得多，则湾内海水的自振周期如公式 (1.1.7) 所示。

设图 1.3 所表示的是两个节线的振荡，即 $n = 2$ 。湾内水面的左端是与海洋水面相同的。如果由于引潮力的作用，海洋水面上升了，而这个引潮力正好与湾内海水自振的频率很接近，而且相位又很相近，驻立波就将由于共振而加强。如果湾长为 $L = 670$ 公里，深度 $d = 100$ 米，则湾内海水的自振周期就与半日潮的周期相同，因而发生共振。

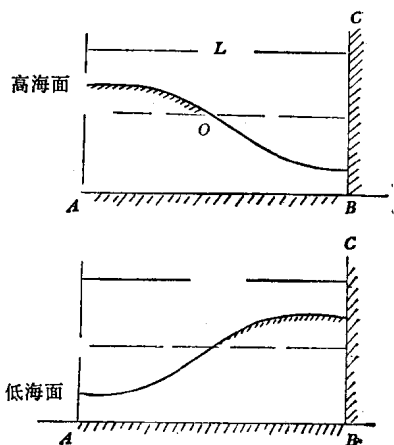


图 1.3

如果我们假设在一个海域内建筑很多平行于赤道的隔墙，将海域分隔成一些平行的水槽。则其中必有一个水槽内的水振荡与引潮位的频率相近，而产生共振。此时，公式 (1.1.5) 中的 $c = \sqrt{gd}$ 。在此槽之北，由于纬度较大，速度 c' 小于上述的共振速度。所以， ζ 为正，即潮汐是正的，也就是说，海水的起落与引潮位的大小相符。在另一个与此相对的槽内，则 $c' > c$ ，于是，出现逆潮汐。如果将隔墙摧毁，则海水将从一个槽涌向邻槽。于是共振就不存在。因为，此时海水要根据位能与动能的平衡进行调节。而这种平衡在隔墙是原址上被破坏了。在那里将出现与节线相当的无潮线。以上譬喻只能给我们对于海洋上潮汐的一个很粗略的概念。并且，月球或太阳的引潮方向一般也是倾斜的，可能是东西，也可能是南北方向。不会如上文所说的，沿着纬线方向。此外，也没有考虑到地球自转所产生的影响。

地球的自转使潮汐问题更为复杂化。如果海上一个质点沿着纬线向东运行，而其速度又比它所在纬度的自转速度为大，则由于附加的离心力使这个质点向外移动。但是，受到重力的控制不能向上移，而是向南移，到达与它的速度相适应的纬度为止。所以，在北半球上，有一个右旋转倾向；而在南半球，则与此相反。这种使地面质点旋转的力名为（地球自转的）回旋力（Geostrophic force），早在 1735 年，已为人们所知。所以，当时英国学者哈特雷（G. Hadley）就已经将这个原理应用在他的贸易风的研究之中。长期未得科学家的注意，直到 100 年之后，才重新为科里奥利所发现，故现在名为科里奥利力。

1.1.5 拉普拉斯潮汐方程

拉普拉斯很快就理解到上述回旋力的作用。所以，他在 1775 年所提出的潮汐方程就将这种影响包含在内。

设 u , v 为沿子午线及纬线方向的海流速度； ξ 为海潮高出于平均海平面的高度，而 $\bar{\xi}$ 则为平衡潮的高度，令 $\xi' = \xi - \bar{\xi}$ ； ω 为地球自转角速度； θ 及 λ 为地点的余纬度及经度，则可有以下的方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} - (2\omega \cos \theta) v &= -\frac{g}{a} \frac{\partial \xi'}{\partial \theta} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + (2\omega \cos \theta) u &= -\frac{g}{a} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \xi'}{\partial \lambda} \\ \text{以及} \quad \frac{1}{a \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (hu \sin \theta) + \frac{\partial}{\partial \lambda} (hv) \right] &= -\frac{\partial \xi}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (1.1.8)$$

式中 h 是海的深度。在实际的海洋， h 不可能是常数。但是，在过去的计算中，都假定为常数。在以上的第一及第二方程中，都加入了地球自转回旋力项。

拉普拉斯假定整个地球被海水覆盖，深度为常数。他先解半日潮波。这里牵涉到时间因素，故假定每个未知数都与一个相同的指数项成比例，即令

$$u = u e^{i(\sigma t + 2\lambda)}, \quad v = v e^{i(\sigma t + 2\lambda)}, \quad \xi' = \xi' e^{i(\sigma t + 2\lambda)}$$

其中 $\sigma = 2\omega$ 。代入方程 (1.1.8) 后，就得到一组联立方程。然后，将 ξ' 展成 $x = \sin^2 \theta$ 的幂级数

$$\xi' = A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + \dots$$

代入上述联立方程，求得系数 A_i 的循环公式。由此推出各系数，以确定 ξ' 。他令

$$\beta = 4\omega^2 a^2 / gh$$

根据不同的 β 值，求得 $\xi / \bar{\xi}$ 如下表所列。

β	10	20	40	
h	29,040	14,520	7,260	英尺
$\xi / \bar{\xi}$	11.259	-1.821	-7.434	

自此表可以看出，在 $\beta = 10$ 与 20 之间，有一个共振深度； β 小于 10，即 h 大于 29000 英尺 (8850 米) 也可能有共振的深度。拉普拉斯也考虑了周日潮波 K_1 ，他证明在全球都是海洋的情况下，周日潮波没有垂直的振荡，而只有潮流^[18]。

拉普拉斯开展这项研究之后 120 多年，才由胡夫 (S. S. Hough) 继续。但是，他的研究仍旧是解整个地球覆盖着海水的问题。

自本世纪初年到 30 年代，戈尔特白鲁 (G. R. Goldbrough) 先后研究了极区，介于两条纬线之间的以及介于两条经线之间的海域的潮汐问题。

而在大致相同的时期，英国的普鲁特曼 (J. Proudman) 将上述的微分方程 (1.1.8) 转换成了一个为数众多的代数方程序列。在开始之时，他认为这种方法可以解简单的海域的问题。后来，才发现，这种序列对于不旋转的海域是不收敛的。但是，对于介于两条经线或两条纬线 (除去赤道) 的海域来说，则并不存在困难。1935 年，都特生应用了这种方法来推算周日潮波 K_1 。这项计算要从六组联立方程中解出 63 个未知数。在没有高