

高等学校试用教材

数学教育学导论

《数学教育学导论》编写组



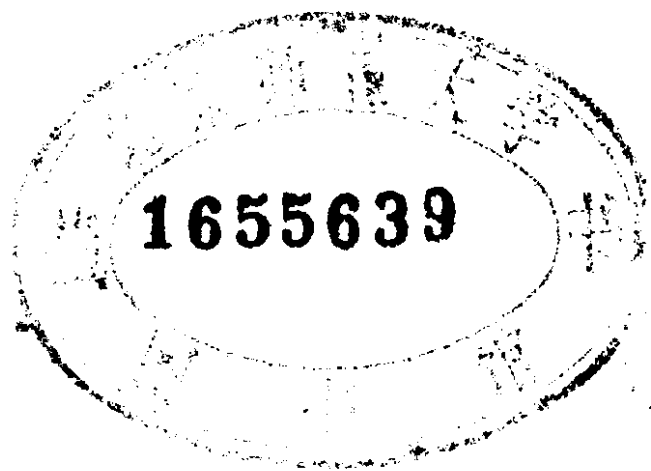
高等教育出版社

高等学校试用教材

数学教育学导论

《数学教育学导论》编写组

3911125/1=8



高等教育出版社

(京) 112 号

内 容 提 要

本书从数学课程论、数学教学论和数学学习论这三方面论述数学教育学,并另设专章介绍数学教学的测试和评价、数学教育实验,可供高等师范院校数学系作为数学教育学课程的试用教材使用,也可用作在职数学教师的岗位培训教材。

高等学校试用教材

数学教育学导论

《数学教育学导论》编写组

*

高等教育出版社出版

新华书店总店科技发行所发行

商务印书馆上海印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 9.25 字数 224.000

1992年9月第1版 1992年10月第1次印刷

印数 00,001—1,899

ISBN 7-04-004025-5/O·1170

定价 4.00 元

前 言

数学教育学是一门正在建立、发展中的学科。我国数学教育界正在为建立我国数学教育学而协同作战，已有数本数学教育学书籍面世。高师数学教育研究会曾以数学教育学学科建设为主题开过两次年会，对数学教育学的对象、性质、特点、体系结构、研究方法等重大问题进行了广泛、深入的研讨，发表了大量论文和研究报告。但是对上述重大问题，观点、主张并不完全一致。对于一门正在形成和发展中的学科，这是很自然的。本书按多数人的观点，把数学课程论、数学教学论与数学学习论作为数学教育学的三个主要研究对象，分别设专章进行了论述。数学教育评价本应分属上述三章，但是，数学教育评价的概念、意义、作用、方法等有共性，所以仍列专章加以集中论述。只有数学课程的评价归属了数学课程论。数学教育诸研究方法中，以实验方法最为基本、常用，本书设专章加以具体介绍，并辅以实例，以利实用。

高等学校理科数学、力学教材编审委员会初等数学研究组在高师用中学数学教材教法、初等几何研究、初等代数研究等课程的教材出版后，规划了1985—1990年的数学教育方面的教材建设。这个规划中列入了一本《数学教育学选讲》，作为高师本科生学完中学数学教材教法后继续学习数学教育的选课教材，作为向《数学教育学》的过渡。初等数学研究组组织了本书的编写。北京师大曹才翰教授编写了绪论，丁尔陞教授编写了第一章，贵州师大陈应枢副教授编写了第二章，扬州师院毛鸿翔副教授编写了第三、四章，北京师大孙瑞清副教授编写了第五、六章，广西师大查鼎盛副教授、西南师大杨泰良副教授、重庆师院数学系副主任黄翔编写了附

录“数学教育改革”。初稿写成后,1988年10月在扬州师院进行了仔细讨论修改,由毛鸿翔第一次统稿。

1989年12月由上海师大袁小明副教授、张方盛副教授主持召开了第一次审稿会,参加审稿会的有华东师大唐瑞芬副教授,上海教育学院毛宏德副教授,上海师大余致甫副教授。会上提出了许多宝贵意见。会后根据第一次审稿会意见作了认真修改。

1990年6月由贵州师大数学系主持召开了第二次审稿会,邀请了云南师大朱德祥教授、贵州省教育学院数学系主任李长明教授、贵州省教院教科所所长尹邦彦副教授、贵州师大数学系陈信传教授、汪秉彝教授、吕傅汉副教授、张洪林老师等审稿。审稿会认为:本书包括了数学教育学研究领域内的主要问题,涉及面广,材料丰富,内容较为新颖,突出了中国特色;具有较强的科学性与实践性;文句通顺,可读性强,适于高师院校数学系本科生学习,对数学教育研究生、科研工作者及中小学数学教师也有实际的参考价值。并建议进行结构调整,将原稿第一章与附录合并为第一章,数学教学论与数学学习论各自独立成章,将书名改为《数学教育学导论》。编写组根据第二次审稿会意见再次做了较大修改,由杨泰良第二次统稿、加工,最后由丁尔陞定稿。

本书是集体协作的成果。编写中得到高等学校理科数学、力学教材编审委员会和高等教育出版社的大力支持。高教社高尚华副编审自始至终组织并参加了各次大纲拟订会、统稿会和审稿会。在此,谨对组织、参加审稿会及对本书提过意见、建议的先生们表示衷心的感谢。尽管本书编写历时四载,经两次审稿,多次修改仍不免有缺点,甚至错误,恳请批评指正。

《数学教育学导论》编写组

1990年12月10日

目 录

绪论	1
第一节 数学教育学的研究对象	1
第二节 数学教育学的特点	7
第三节 数学教育学的结构及其相关学科	11
第四节 数学教育学的研究方法及其哲学基础	14
第一章 数学教育发展概述	19
第一节 数学教育的产生、变革和发展	19
第二节 数学教育理论体系的建立和发展	45
第二章 数学课程论	59
第一节 课程的概念	59
第二节 影响数学课程设计的诸因素	67
第三节 数学课程设计的一些原则	69
第四节 数学课程的评价	78
第五节 国外几种主要数学课程设计方案的评价	82
第六节 建国以来我国数学课程的变迁	95
第七节 数学课程研究的趋势简介	102
第三章 数学学习论	109
第一节 学习理论	109
第二节 数学的学习原则与学习方法	127
第三节 学习过程中的心理活动	138
第四节 学习过程中的非智力因素	166
第五节 数学能力	183
第四章 数学教学论	194
第一节 教学过程的基本因素	194
第二节 数学教学原则	200
第三节 数学教学方法	210

第五章 数学教学的测试和评价	229
第一节 数学教学评价的意义和作用	229
第二节 教学评价的指标和权值	235
第三节 数学学习评价	239
第四节 数学教学评价	248
第五节 数学教学的测试方法	254
第六章 数学教育实验	265
第一节 数学教育实验方法及其评价	265
第二节 统计方法在评价实验结果中的作用	270
第三节 数学教育实验研究的一个实例——应用“对称变换”添加 辅助线的教学实验	281

绪 论

数学教育学是一门正在发展中的学科，它的建立标志着数学教育的理论与实践在不断地深入。现在有必要对数学教育学的研究对象、特点、它的结构以及研究方法分别作些探讨。

第一节 数学教育学的研究对象

广义地说，数学教育学所要研究的是与数学教育有关的一切问题，如社会与数学教育的交互作用、数学教师的素养与培训、数学教材的编写与评价、学生学习规律的研究、有效的数学教学组织形式的探讨、数学教学方法的选择与使用、现代化教学技术手段的使用、数学语言的作用与培养、数学思维的结构与培养、数学能力的含义与培养、数学教学过程的实质与规律、数学教育与其他学科的相关性、数学教育的比较研究、数学教育史等等，不一而足。

这里，教学过程应当是众多问题中的核心问题。数学教育学首先应该集中在与教学过程有关的问题上来探讨。

在教学过程中，技能的培养，能力的发展，良好个性品质的养成都离不开知识的教学。因此，从这个意义上来说，教学过程可以说是知识信息的传递的过程，是由师生双方协同活动来完成的。教师、学生与知识是传递系统的三个基本构成要素，教师与学生分别为传递与接收传递的主体，知识是这个传递系统的客体。在教学过程中，教师是教学的组织者与领导者，教师对教学规律的认识、掌握与运用决定着教学质量的优劣。因此，数学教学规律到底是什么，应该作为研究的重要内容。这样，数学教学论应该作为数学教育学的研究对象之一。反映教学内容和要求的教材和课程，是

知识技能结构的规范，是实施教学的主要依据。但是，课程的设置、教材的编写，应该遵循什么样的原则和规律，才能满足培养人的要求，这是一个值得研究的课题，因而，数学课程论也应当作为数学教育学的研究对象之一。教学过程需要有学生自觉、积极地参加，学生学习数学要经历一个复杂的心理过程，有其自身的规律，这些规律到底是什么，也是应该加以研究的，因此，数学学习论也应作为数学教育学的研究对象之一。

综上所述，数学教育学的主要研究对象应是数学教学论、数学课程论和数学学习论，即所谓的“三论”。

包斯费尔德(H. Bauersfeld)在第三届国际数学教育会上描述了数学教育的三个研究对象：课程、教学、学习。后来美国汤姆·凯伦(Tom Kieren)在一篇题为“数学教育研究——三角形”的社评中把它们形象地比作三角形的三个顶点，分别对应于三种人：课程设计者、教师、学生。数学教育学有三个研究方面，这就是课程论、教学论、学习论。

这三个方面是紧密相联的，彼此渗透、交织、联系着，很难独立地进行研究。它们的关系就相当于三角形的边，研究一个顶点对其他两个顶点的研究也会发挥作用。

这个三角形有个“兴趣中心”，这就是儿童和成人实际学习数学的经验。研究者应有效地利用这些经验，并使自己的研究能直接或间接地完善这些经验。

三角形应有内部和外部。有关备课、教学和分析课堂活动的研究，以及教学实验和定向的现象的观察，都属于数学教育研究这个三角形的“内部”。数学、心理学、哲学、技术手段、符号和语言等都属于数学教育研究这个三角形的“外部”^①。

^① 丁尔陞：“中国教育学会数学教学研究会成立大会开幕词”载《中学数学教育论文选编》，人民教育出版社。

从上面论述我们可以得出以下几点结论:

(1) 数学教育学的研究对象是紧密相联的三个方面: 课程论、教学论、学习论。

(2) 三论是以实践经验为背景的, 而且研究结果会直接、间接地丰富、完善这些经验。这说明数学教育学是一门实践性很强的理论学科, 而且研究数学教育学的目的是提高学习数学的质量。

(3) 数学教育学是涉及到数学、哲学、教育学、心理学、逻辑学等多门学科的综合性学科。

(4) 数学教育学的研究手段可以是备课、教学、分析课堂活动、实验、定向观察等。

下面我们再来稍为详细地说明一下“三论”分别研究些什么问题。

数学课程论

“‘课程’一词在不同的课程理论中和不同场合下互有歧义。有的指一门学科 有的指所有学科的总和, 有的指学生在学校内的各种活动的总和等等”。^①

“课程最通常的意义是指教学的科目, 是经过精心安排组织的适合于教学的学科知识体系 它更多地具有知识内容的含义, 牵涉到了如何实施教学和如何评价等许多问题。”^②

数学课程论要研究以下一些问题:

1. 教学内容问题

这里要解决教什么内容, 为什么教这些内容, 如何教这些内容等问题。

教什么内容是涉及到教学内容的选择问题。概括地说, 我们

① 吴杰:《教学论——教学理论的历史发展》, 吉林教育出版社。

② 陈燕楠:“知识与课程、课程与教学——课程论发展的探讨”, 北京师大《师大周报》312期。

选择的内容要能够适应时代的需要和科技的发展。具体地说,要根据党的教育方针,各级各类学校培养的目标,学生的年龄特点以及学科发展的水平来选择教学内容。而教学内容中要体现对学生在知识、技能、能力、品德、态度等方面的要求。

为什么教这些内容,就是要说明所选择的内容在教育理论和实践方面的特定意义。

内容确定以后,要确定内容的量、质方面的要求,教学进程,时间安排等等。

课程论的研究中要处理好下面三个关系:

(1) 课程与社会的关系,课程是不是反映社会的要求并符合社会发展的进程;

(2) 课程与知识的关系,课程是不是反映这门学科的最基本的规律性的知识;

(3) 课程与学习者的关系,课程是不是按照学习者的心理发展水平,促进他们智力发展来建立知识结构体系。

总之,要处理好课程与社会、知识、学习者的关系,使这几方面和谐统一地发展。

2. 课程的发展问题

了解课程的发展状况,有助于揭示课程演变的某些客观规律,有助于对现在和未来的课程作出正确的决策。

3. 对课程的评价问题

通过对课程的评价希望探索:应该吸取哪些经验和教训;将来怎样才能获得成功和避免错误;课程未来的发展前景怎样等等。

对课程的评价,关键在于建立一套科学的评价体系,它既要符合数学教育与课程论的一般理论,又要易于测试与评价。科学的评价体系也是课程论所要研究的内容。

数学学习论

数学学习论主要是揭示学校里学生学习的心理规律。它从两方面揭示：一方面，分析学生学习知识、技能的特点与基本过程，方式与方法，从而揭示其间的心理规律；另一方面，要分析影响学生学习的多种因素及其间的相互关系，从而进一步揭示学生学习的心理规律。

数学学习论的主要研究内容有学习的意义和分类，学习过程理论，概念的获得与应用，技能的获得与应用，解决问题与创造性，认知结构与迁移，认知发展与学习准备，学习的动机等。

数学教学论

数学教学论的研究范围是：教学的目的和任务、教学内容、教学过程、教学组织形式、教学原则、教学手段和方法以及教学效果的评价与检查等。

数学的课程论、学习论、教学论要受制于一般的课程论、学习论和教学论，但也要反映数学学科的特点，数学教学的特点是它们的出发点。

为了弄清楚数学教育学的研究对象，我们还必须明确以下几个问题：

第一，数学教育学与教材教法的关系。严格地说，教材教法是属于教学论的一部分。教材教法就是要研究(1)教学目的(为什么教)；(2)教学对象(教谁)；(3)教学内容(教什么)；(4)教法(如何教)，更多地体现在后两者上。教材教法与教学论的区别，主要在于程度上，后者无论在理论的广度与深度上都要超过前者，而且自成体系。在指导实践方面前者可以更直接些，因为前者反映经验的东西更多些。

教材教法里也涉及到研究教学内容，例如教材教法分论就是如此。但它不是课程论，这是因为：①教材教法是在内容已定的前提下来讨论的，它所讨论的是某段教材的地位作用、教学内容、

目的要求、教学建议,事实上是属于教学论中“为什么教”和“怎样教”的问题,至于很重要的“内容选择”就不是教材教法讨论的重点;②教材教法是从教学论的角度来研究内容的,而不是从课程论的角度来研究,即不是从课程发展的角度来研究,根本上说,它不研究课程发展本身的规律。总之,出发点和落脚点都不一样,范围也不一样。

教材教法主要研究教学,教学包括教与学两个部分,但是研究教材教法中的“学”,并不是研究学习论。其主要区别在于:①教材教法研究学生学习情况主要表现在学习结果上,比如学生学习哪些内容一般会感到困难,困难在何处等,从而采取相应的教学措施来帮助学生克服困难,而学习论主要研究学习过程,即研究学生在学习概念、技能、解决问题过程中,一般的心理机制是什么;②学习论主要从心理学的角度去研究,而教学中的学习研究,主要是从学生学习某一内容所应具备的学习条件入手,即知识和能力的准备状况如何;③教学中的学,不研究学习本身的规律,而学习论是以此为已任。因此,教材教法或教学论都不能包括(或代替)学习论。

第二,要不要把思维论列入数学教育学的研究对象。我们认为,思维问题确实是数学教育中的一个重要问题,但是,如果单纯从思维科学的角度去研究,那么就会失去它的教育价值,成为与数学教育关系不大的纯学术性的东西,这不是数学教育本身研究的任务。其实,思维研究可分别归属于教学论与学习论。作为能力之一的数学思维能力可归属于教学论中关于教学的目的和任务的研究中;作为思维在认知过程中的作用可归属于学习论,而大量的问题还应在学习论中研究。

第三,由上面讨论可知,教材教法与数学教育学两者是不同的,它们各有自己研究的对象和功能,不能彼此取代。创立数学教育学是数学教育研究深入的必然结果,不是加强教材教法所能

做到的,相反,数学教育学的建立会推动教材教法更深入发展,从而加强了教材教法.

第二节 数学教育学的特点

数学教育学主要具有综合性、实践性、科学性、教育性等特点.现分别叙述如下:

一、综合性

正如前述,数学教育学是一门与数学、哲学、教育学、心理学、逻辑学等学科相关联的综合性学科.

所谓综合性不是这些学科的随意拼凑与组合,而是从数学与数学教学的特点出发,运用这些学科的原理、结论、思想、观点和方法,来解决数学教育本身的问题.

研究数学教育必须要有一定的数学修养,而且数学的造诣越高,越能把握数学内部的精髓,正是在这个意义上来说,研究数学教育一刻也不能离开数学.但值得指出的是,数学教育不是数学的自然结果,因为数学教育有其自身的规律性.

数学学习是一个特殊的认识过程,它当然要受制于一般的认识规律.但是数学学习的对象有其自身的特点(如抽象性、概括性较高,基本上是演绎的体系,知识的前因后果联系比较紧密等),这样,数学学习又有其特殊性.数学教育的综合性就是这种一般性与特殊性的高度统一.这种统一不是简单地把特殊性作为一般性的肯定例证,换句话说,不是一般性结论加数学教育方面的例子,而是在一般性理论(教育学、心理学等)指导下,从数学教育的特殊性出发引出适合于数学教育的必要的一些结论,从而充实、丰富一般性结论.

数学教育学的综合性特点要求我们:要注意与数学教育学密切相关的学科的发展.例如,形式逻辑已较普遍地吸取了数理逻辑

辑的一些研究方法和成果；心理学里认知心理学派提出关于数学思维结构与数学科学结构相似的观点；教学论里吸收了许多系统论信息论与控制论的观点等等，都要引起我们的注意与研究。特别要防止已被其它学科抛弃的旧思想、旧观点、旧方法仍被我们奉若神明，这样，数学教育学就显不出时代特点了。

随着数学教育学的发展，一些新学科的思想和观点，也会引进到数学教育的研究领域里，这也是值得我们注意的。

二、实践性

数学教育学主要是研究中小学数学教育的规律，其中有课程、教材设置、编写的规律，教学的规律，学生学习的规律，以及这些规律之间的关系，以期更有效地提高中小学数学教学质量。

数学教育学的实践性表现在以下三个方面：

第一，数学教育学要以广泛的实践经验为其背景。数学教育实践始终是数学教育研究的源泉，离开了实践，数学教育就成为无源之水、无本之木。例如，在概念的教学中，教师总结出许多方法，如引入新概念的具体——归纳法及抽象——演绎法；揭示概念本质特征的对比、类比及正反例证的方法；在概念体系中教学概念以求掌握知识结构与内在联系的方法等等。这些都是我们研究概念的教学与学习的丰富的背景。离开这些背景，只是从理论到理论的论述，是不能解决教学实际问题的。

但是，任何实践经验，都缺乏一定的概括，都带有一定的局限性，它一般是与当时特定的情景、条件联系在一起的，因此，有必要加以提炼、概括，把它们上升为适用范围较广的理论，而这正是数学教育学的任务之一。

第二，数学教育学所研究的问题来自于实践。就以课程论为例来说，就有许多悬而未决的问题需要数学教育学去研究。如对传统的中、小学数学内容如何评价？对数学教材的现代化如何理

解?义务教育的数学课程应具有什么样的特点?数学课程中要不要反映人人都要达到的水平?如何反映?如何组织数学课程,是按结构化的方式还是按学习心理规律的过程?随时代的发展,哪些学科应逐步引进中、小学数学课程中?90年代的数学课程应该是什么样子的等等,都是当前亟待解决的问题,也是数学教育学应该研究的问题。

第三,数学教育学要能指导实践,并能通过实践检验理论。由于数学教育学是在较高层次上研究数学教育,所以它对实践的指导,不像教材教法那样直接。从指导实践的角度来说,数学教育学中,教学论比其它两论较为直接。学习论是提供教学策略的依据,也给课程、教材的确定、编写提供依据。而课程、教材要转化为学生自己的知识与才能,还必须通过教学,但课程、教材内容的确定,编写的好坏直接影响着教学。因此,学习论、课程论往往是要通过教学论的实践来检验的。

对于实践性的理解,不能太偏窄。由于理论的层次不同,它们对实践指导的直接性也会不同,这是我们应当注意的。

三、科学性

数学教育学的科学性一般体现在,数学教育要符合数学教育发展的一般规律,符合事物发展的趋势,符合其它学科的一般规律,符合实际。

数学教育的一般规律是客观存在的,问题在于是否已被人们所认识,认识的深度如何?就以教学说,教学的一般规律用文字记载下来就是教学原理,根据教学原理对教学提出的要求,就是教学原则。由于人们认识的深度、角度不同,对于同一个问题可能会有不同的看法(例如有许多种教学原则体系),这是非常自然的事。数学教育不像数学那样,对于同一个问题,虽然方法不同,但正确的结论是唯一的。而数学教育学却不一样,对于同一个问题,可能有

许多种处理的方法,而这些方法都可能得到不同的、较为理想的结果。这是数学教育学科学性的一个特点。

客观规律是无穷无尽的,因而人们的认识也是无穷尽的。人们的认识总是要受着当时的科学技术发展、文化背景以及个人的某种条件的限制,因而总有一定的局限性。但随着时代的发展,对某一问题的认识也是会发展的。例如,有些问题至今还未被认识;有些问题虽然已经提出,但至今未被解决,如人的思维的奥秘;又如练习是培养技能的手段之一,但对某一内容,练习的质和量到底到何种程度就可以了,再多练对提高技能的作用就不大了等问题,都是至今还未被解决的问题。有些问题随着科技的发展,有重新被认识的必要。例如计算机的出现并被引入到教学里后,无论对内容的选择、教学方法的运用以及教学组织形式等都有被重新认识的必要。

凡是搞形式主义、绝对化的都不符合科学性。例如,要抓能力的培养是毫无疑义的,但能力究竟是什么?数学教学中要培养什么能力?它们各自的含义是什么?它们与技能的区别与联系是什么等等都不清楚,那么能力的培养到底如何落实呢?这就不免要搞成形式主义了。又如,有的人把某种教学方法自封为最优的,或者把某种理论与做法说成最优的,这就忽略了时间、地点、条件、对象,而把问题孤立起来,或把问题与外界隔绝开来从而绝对化,这是不符合科学性要求的。

数学教育的科学性还体现在要符合事物的发展趋势。总的来说,数学教育要跟上时代发展的步伐。例如,课程问题要考虑到新一代公民的需要。在教学要求上,由于科学技术的发展,劳动的性质越来越具有智力的成份,再加上科学发展之迅速,不可能使学生在学校学到一辈子受用的知识,主要要靠他自身去获取知识,这样发展智力、培养能力的问题提出来了。时代的发展对教学提出了