高等学校试用教材

电动力学教程

阙仲元 编

人民教育出版社

高等学校试用教材

电动力学教程

阚仲元 编

人民教育出版社

本教程是编者在上海师范学院物理系历年讲授电动力学所用讲义的基础上，1966 年参照济南会议拟定的高等学校物理专业电动力学簡明教程参考提纲(草案)第二方案编成初稿，78 年夏根据加强基础，精选内容的原则修改，同年 9 月经全国高师物理教材审选会讨论后，进一步补充修订而成.

全书共分六章，书末附有两个附录．第一章讨论静电场，第二章阐述稳定磁场，第三章论述电磁现象的普遍规律，第四章讨论电磁波的传播，第五章讲述辐射问题，第六章阐明狭义相对论基础.

正文中用小号字排的部分，或附有 * 号的章节并非必学内容，各校可根据具体情况安排.

本教程可作为高等师范院校及综合大学物理系各专业电动力学课程的试用教材，也可供高等工业院校相近的专业选用.

高等学校试用教材

电动力学教程

阙仲元 编

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民教育出版社印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/32　印张 7.625　字数 184,000

1979 年 5 月第 1 版　1979 年　10 月第 1 次印刷

印数 000,001—30,000

书号 13012·0354　　定价 0.56 元

目　　录

绪论……1

第一章　静电场……3

§1.1　真空中的静电场方程……3

§1.2　电介质中的静电场方程……9

§1.3　静电场的边界条件……14

§1.4　静电场的势及其微分方程……18

§1.5　唯一性定理　电象法……24

§1.6　静电问题中的分离变量法……33

§1.7　电多极子……42

第二章　稳定电流的磁场……53

§2.1　稳定电流的实验定律及其电场……53

§2.2　真空中的稳定磁场方程……56

§2.3　磁介质中的稳定磁场方程……61

§2.4　稳定磁场的边界条件……65

§2.5　磁场的矢势及其微分方程……68

§2.6　磁偶极子……73

§2.7　磁标势法……77

第三章　电磁现象的普遍规律……84

§3.1　法拉第电磁感应定律　似稳电磁场……84

§3.2　电动力学基本方程式……90

§3.3　电磁场的能量　电磁能流密度……97

第四章　电磁波的传播……105

§4.1　平面单色电磁波在介质中的传播……105

§4.2　平面单色电磁波在介质分界面上的反射和折射……114

§4.3　平面单色电磁波在导体中的传播……122

§4.4　电磁波在波导中的传播……130

第五章　电磁波的辐射……141
§5.1　迅变电磁场的势及其微分方程　推迟势……141
§5.2　电偶极辐射……147
*§5.3　匀速运动带电粒子的电磁场……158
*§5.4　切仑柯夫辐射……164
§5.5　基尔霍夫公式　电磁波的衍射……169
§5.6　电磁动量　光压……176
第六章　狭义相对论基础……186
§6.1　伽利略相对性原理……187
§6.2　狭义相对论的实验基础……190
§6.3　狭义相对论的基本原理　洛仑兹变换……194
§6.4　相对论的时空理论……200
§6.5　因果律对讯号速度的限制　速度相加定理……209
§6.6　相对论力学……213
§6.7　电磁规律的洛仑兹协变性……224
附录……233
Ⅰ　电磁量的单位制……233
Ⅱ　矢量及张量运算公式……237

绪　论

电动力学研究的对象是电磁场的基本属性、它的运动规律、它和带电粒子的相互作用.

十九世纪六十年代以前,人们在研究电磁现象时,积累了大量的实验事实,建立了适用于各个特殊范围的、相互独立的实验定律,如库仑定律、安培环路定律及法拉第电磁感应定律等.这些研究成果后来广泛地应用于生产实践,推动了电磁理论的进一步发展.1865年麦克斯韦分析并推广了上述各个定律,用统一的理论概括了电磁场的运动规律,总结出麦克斯韦方程组,并且预言了电磁波的存在.1888年,赫兹从实验上发现了电磁波,证实了麦克斯韦的理论.人们在理论的指引下,通过进一步的实践,发明了无线电,直到今天,电磁波的应用已广泛而深入地渗入人类的阶级斗争、生产斗争和科学实验的许多领域.这在物理学发展史上是从实践上升为理论、理论再指导实践的一个典型范例.

十九世纪中叶以后,当经典力学、热力学和电动力学的规律总结出来以后,人们以为物理学的发展已达到顶峰,一切基本原理都已解决,剩下的只是解方程的问题了.这种看法没有多久就被新的实验事实否定了.十九世纪末到廿世纪初,人们在研究运动介质中的电磁现象时,发现经典的时空理论及牛顿力学在物体作高速运动(即速度与光速 c 可以比拟)时与事实不符;另一方面,牛顿力学对于微观粒子的运动也不适用,因而先后发展成狭义相对论及量子力学.此外,麦克斯韦方程组在微观领域里也遇到了不少困难,后来发展成量子电动力学.但是客观世界的变化运动永无

止尽，人们在实践中对于真理的认识也就永远不会完结．因而已发现的定律、方程等等，仅是在一定的范围和条件下起作用的相对真理，它们仅仅标志着整个认识过程中的一定发展阶段．

电动力学的发展是与唯物主义和唯心主义、辩证法和形而上学的斗争分不开的，这种斗争在电磁场的物质性、狭义相对论的建立和解释等基本问题上，表现得更加突出．因此学习电动力学，既能掌握电磁运动的规律，又有助于培养辩证唯物主义的世界观．

我们已学过电磁学，那时我们从一些实验事实出发，逐步归纳成各个实验定律，它们概括了各个局部现象．电动力学则是从这几个实验定律出发，逐步推演成为统一的电磁理论，然后用来解决各个具体问题（包括光学上的一些问题在内）的．因此，它可使我们比较系统地、深入地认识电磁现象的规律．

我们希望通过学习电动力学这门课后能够达到：①掌握电磁场的基本规律，加深对电磁场性质的理解，了解狭义相对论的时空观及有关的基本概念；②获得用电动力学方法分析和处理一些最基本问题的初步能力，为学习后继课程和独立解决实际工作中的有关问题打下必要的基础；③进一步培养辩证唯物主义的世界观．

为了加强基础理论，精选内容，本教程主要讲述宏观电动力学及狭义相对论．其中第一章讨论静电场的基本理论及基本方法；第二章阐述稳定电流磁场的基本规律；第三章论述电磁现象的普遍规律；第四章讨论电磁波在介质和导体中的传播；第五章讲述电偶极辐射、基尔霍夫公式及电磁动量等；第六章阐明狭义相对论的基本原理、相对论的时空理论、相对论力学及相对论电动力学．

第一章 静电场

人们对于电磁现象的认识，正如其他认识过程一样，也是从特殊到一般，从现象到本质的．人们先探索电荷静止时的规律，然后才研究电荷运动时的规律．我们大体上遵循这个认识的规律，先讨论静止电荷的电场．

本章的目的在于从实验定律——库仑定律出发，建立静电场方程及其在两种介质分界面上的形式；引入电势及其微分方程，介绍两种最基本的求解静电场的方法——电像法及分离变量法，最后讨论电多极子．

§1.1 真空中的静电场方程

1．库仑定律 电场

库仑定律是静电场理论的基础，它是实验材料的概括．它指出，在真空中两个静止的点电荷之间的相互作用力的大小与它们的电量 q_1 和 q_2 的乘积成正比，与它们之间的距离 r_{12} 的平方成反比，方向沿着它们的联线．在选定了国际单位制(SI)①后，库仑定律的矢量形式为

$$\boldsymbol{F}_{12}=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}^3}\boldsymbol{r}_{12}, \tag{1.1}$$

①本书采用国际单位制(SI)，国际单位制(SI)的基本单位有七个，其中长度单位米、质量单位千克、时间单位秒、电流单位安培系电磁学中用的基本单位（它们就是MKSA 制的四个基本单位）．有关的国际制导出单位中具有专门名称的有：赫兹、牛顿、焦耳、瓦特、库仑、伏特、法拉、欧姆、韦伯、特斯拉、亨利等．

其中$\boldsymbol{F}_{12}$代表q_2受到q_1的作用力，$\boldsymbol{r}_{12}$表示q_2相对于q_1的位置矢．ε_0是真空的介电常数，又称真空的电容率，它的数值为

$$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{法/米},$$

在一般计算中，可取$\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.0 \times 10^9$米/法．$r$、$\boldsymbol{F}$与$q$的单位各为米、牛顿与库仑．

库仑定律的精确性与适用范围物理学家们曾作过许多实验性探索①．问题集中在考察力与距离的关系中的指数是否精确地等于-2．先是在宏观范围研究这个问题．麦克斯韦曾测定这个指数与-2的差值小于10^{-4}．1936年经卜里姆通(Plimpton)等重做并改进后，把这个精确度提高到10^{-9}．1971年威廉(Williams)②等进一步把它提高到10^{-16}．在微观的距离上，1947年兰姆(Lamb)等在实验中发现在原子规模上(即10^{-10}米的距离上)这个指数-2的精确度仍然达到了10^{-9}．以后的核物理测量发现在核距离，即约10^{-15}米的距离上，库仑定律仍然有效．

一电荷在另一电荷周围所受的力是另一电荷的电场对它的作用．电场的性质可以通过它对放入其中的电荷的作用来确定．根据定义，电场中某一点的电场强度为

$$\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{F}}{q}, \tag{1.2}$$

它的数值及方向和放在那一点的单位正电荷所受的力相同，它的单位为伏/米(或牛/库)．对于电场中每一点都能定出一个电场强度$\boldsymbol{E}$，因而一般说来，$\boldsymbol{E}$是电场中空间坐标的矢量函数，即

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}(x, y, z) = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}).$$

---

① 参见 R.P. Feynman The Feynman Lectures on physics, Vol. 2, Addison-Wesley, Reading, Mass, 1963, p.5—6.

② 参见 J.D. Jackson, Classical Electrodynamics, John Wiley & Sons, 1975, 2nd ed., p.6.

于是电场作用在静止的电荷 q 上的力为

$$F=qE,$$

作用在体密度为 ρ 的电荷上的力密度为

$$f=\rho E.$$

根据库仑定律和场强的定义(1.2),可知点电荷 q 的电场为

$$E(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^3}r. \tag{1.3}$$

电场满足叠加原理，多个电荷的电场等于各个电荷电场的矢量和,所以点电荷组的电场为

$$E=\sum_i\frac{q_i r_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i^3}, \tag{1.4}$$

连续分布电荷的电场为

$$E(x,y,z)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\rho(x',y',z')r}{r^3}dV'①. \tag{1.5}$$

直接利用(1.5)式去计算电场，往往是很复杂的，利用从库仑定律导出的高斯定理,在一定的条件下可使这种计算简化.

2. 高斯定理　电场的散度

在静电场中，可用通过闭合面的电通量来描写电场的性质.在电磁学中,我们知道,从库仑定律可以得到下述重要的结论:

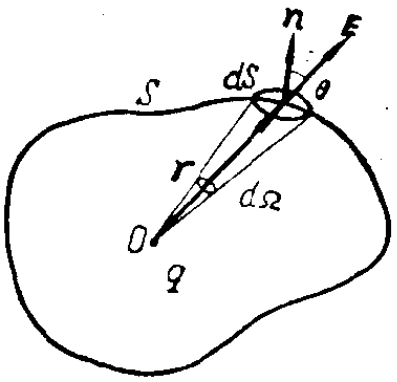
在静电场中，通过任意闭合面的电通量只与它包围的电荷的代数和成正比,与它们如何分布无关,也与面外的电荷无关. 这个结论用公式表示就是:

$$\oint_S E\cdot dS=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}q_i, \tag{1.6a}$$

式中求和是对闭合面 S 内所有电荷进行的. 证明如下:

---

① 在本教程中,所有的体积分、面积分和线积分都只用一个积分符号,而以积分元 dV、dS 和 dl 来区别，个别地方也用 $d\Sigma$ 来代替 dS.



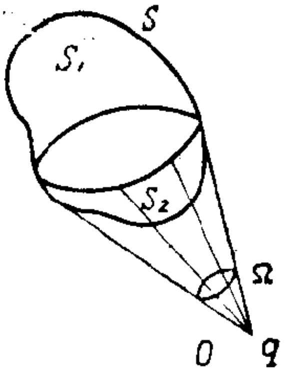


图 1.1

在点电荷 q 的电场中考察一闭合面 S. 设面 S 上距 q 为 r 处的面积元 dS 的外法线上的单位矢为 $\boldsymbol{n}$, dS 处的电场

$$\mathbf{E}=\frac{q\boldsymbol{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}.$$

它与 $\boldsymbol{n}$ 间的夹角为 θ, 即 $\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{r}=r\cos\theta$, 则穿过 dS 的电通量为

$$\mathbf{E}\cdot\boldsymbol{n}dS=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dS\cos\theta}{r^2}.$$

由于$\dfrac{dS\cos\theta}{r^2}$是 dS 在 q 所在处 O 点所张的立体角 $d\Omega$, 上式可写成

$$\mathbf{E}\cdot d\boldsymbol{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}\cdot\frac{d\Omega}{4\pi}.$$

$d\Omega$ 的正负决定于从 O 点看到的是 dS 的内侧还是外侧. 若 O 点在闭合面 S 内, S 在 O 点所张的立体角 $\Omega=4\pi$(图 1.1(a)); 如 O 点在面外, 以 O 为顶点与 S 相切的锥面分 S 为 S_1 和 S_2 两部分, 它们对 O 点所张的立体角等值反号, 于是总立体角 $\Omega=0$(图 1.1(b)). 因此在求穿过闭合面 S 的电通量时, 如 q 在面内

$$\oint_S \mathbf{E}\cdot d\boldsymbol{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}.$$

如 q 在面外,

$$\oint_S \mathbf{E}\cdot d\boldsymbol{S}=0.$$

对于一组点电荷即可扩充为式(1.6*a*).

对于电荷按体积连续分布的电场，上式可写成

$$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho dV, \qquad (1.6b)$$

式中V是闭合面S所包围的体积，这就是高斯定理的积分形式.

利用高斯散度定理

$$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=\int_V \nabla\cdot\boldsymbol{E}dV,$$

将(1.6*b*)式中的面积分变换为体积分，我们得到

$$\int_V \nabla\cdot\boldsymbol{E}dV=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho dV.$$

这个关系对任意一个积分体积都正确，所以等式两端的被积函数在空间各点处处相等，即

$$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}. \qquad (1.7)$$

这是高斯定理的微分形式．它指出，在电场中任意一点电场的散度与该点的电荷密度成正比，与其他各处的电荷分布无关.

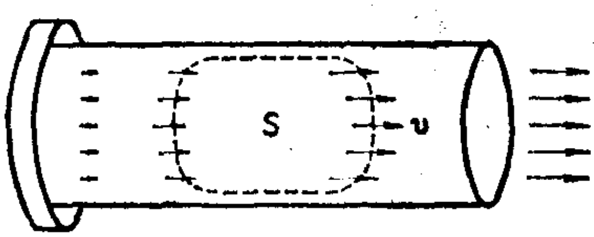


图 1.2

矢量的散度表示从一点发出的通量或流量的强度．例如一个盛有压缩空气的钢筒，当筒盖刚揭开时，筒内被压缩的空气向外冲出(图1.2)，因此，从筒内闭合面S一边流出的空气比从另一边流进的多．筒内空气的流线是间断的．当闭合面无限缩小以致只包一点，则这点空气流速场的性质可用散度$\nabla\cdot\boldsymbol{v}$来描述．散度$\nabla\cdot\boldsymbol{v}$是一个标量，它等于通过包围这点的小闭合面空气的流量与此面所包的体积之比当体积趋于零时的极限，即

$$\nabla\cdot\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\oint \boldsymbol{v}\cdot d\boldsymbol{S}}{\Delta V}.$$

空气从 $\Delta\cdot\boldsymbol{v}\neq 0$ 的那些点流出，显然这些点是流线的起点．水管中水的稳定流动则与此不同，流线是连续的，水流速度 $\boldsymbol{v}$ 的散度处处为零，因此水流速度场是无散场．散度就是从这些自然现象中抽象出来的量．

同样，在电场 $\boldsymbol{E}$ 中，穿过一小闭合面的电通量与此面所围体积之比，当体积趋于零时的极限即该点电场的散度 $\nabla\cdot\boldsymbol{E}$，利用高斯定理

$$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\Delta q/\varepsilon_0}{\Delta V}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}.$$

可见 $\nabla\cdot\boldsymbol{E}\neq 0$ 的那些点就是体电荷所在处(即电力线的起点或终点)，通常称为电场的源头，而 $\nabla\cdot\boldsymbol{E}$ 的数值称为电场源头的强度．场源强度可以是正的(正电荷)，也可以是负的(负电荷)，它们取决于散度的符号．有时称场的负源头为场的尾闾或沟．由电荷激发的电场是有源场或称有散场．

在电荷分布及其电场具有对称性的情况下，利用高斯定理的积分形式(1.6b)，可以很方便地求出它的场强．但是一般说来，单靠高斯定理，是不能完全确定一个电场的，要完全确定一个矢量场，除了要知道它的散度外，还必需知道它的旋度．

3．静电场的旋度

在电磁学中，曾经利用库仑定律证明过，在固定的点电荷的电场中移动电荷时，电力所做的功与路径无关．这个结论可以推广到任意电荷组或者连续分布电荷的电场，因为任意分布电荷的电场可以看作许多点电荷电场的叠加．我们知道当单位正电荷在电场中移动位移 $d\boldsymbol{l}$，电力所做之功为 $\boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}$，因此上述结论可表成

$$\int_{L_1}\boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}=\int_{L_2}\boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l},$$

其中路径 L_1 与 L_2 的起点相同，终点也相同．从此式很易看出，如将单位正电荷沿闭合路径移动一周，则电力所做的功必等于零，因而 $\boldsymbol{E}$ 沿任意闭合路径 L 一周的环流

$$\oint_L\boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}=0. \qquad (1.8)$$

利用数学中的斯托克斯定理

$$\oint_L \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}=\int_S(\nabla\times\boldsymbol{E})\cdot d\boldsymbol{S},$$

将(1.8)式中的线积分化为面积分，即得

$$\int_S(\nabla\times\boldsymbol{E})\cdot d\boldsymbol{S}=0,$$

由于积分面 S 是任意的，故有

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=0. \tag{1.9}$$

(1.7)和(1.9)式是真空中的静电场方程组，它们联合起来决定一个静电场 $\boldsymbol{E}$. 由此可见，静电场是有散而无旋的。

§1.2 电介质中的静电场方程

1. 电介质的极化

当电场中有介质时，电场引起介质极化，产生束缚电荷．因此介质的存在使电场中出现一些电荷，它们和自由电荷一样，也要激发电场，于是介质中的高斯定理应改写为

$$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=\frac{\rho+\rho'}{\varepsilon_0} \tag{1.10}$$

式中 ρ' 是束缚电荷体密度．但是 ρ' 在实验上是无法测量的，为了使上式便于应用，需将 ρ' 用宏观上可测量的量表出．为此，我们来寻求束缚电荷与介质极化状态的关系．

我们知道，中性介质大都是由分子(或原子)组成的，分子(或原子)具有带正电的原子核和一些带负电的电子，因此可以简单地认为中性介质是由许多带等量异号电的粒子组成的．这些带电粒子都被束缚在原来的位置上，不能移动一宏观距离．当介质中没有外电场时，它们的电效应相互抵消，因此不产生宏观效果．如果有了外电场，正负电荷即有一小位移，它们的宏观效果相当于在介质中产生电矩，引起介质极化．我们用介质单位体积所具有的电矩 $\boldsymbol{P}$ 来描写介质的极化状态，称为**极化强度**，它的单位为库/米^2.

一般地说，$\boldsymbol{P}$ 是空间坐标的函数．为讨论方便计，我们以分子为单位，把每一分子的极化过程看成它的正电中心相对于负电中心发生一小位移 $\boldsymbol{l}$（假定负电不动）．设分子中一种电荷的数值为 q，分子电矩为 $\boldsymbol{p}$，介质单位体积的分子数为 n，则极化强度为

$$\boldsymbol{P}=n\boldsymbol{p}=nq\boldsymbol{l}. \tag{1.11}$$

考察介质中一个闭合面 S 包围着体积 V．极化前 S 内没有束缚电荷．介质极化时，远离 S 的分子对束缚电荷无贡献，只有靠近 S 处分子中的电荷由于极化，才有可能穿出或穿进闭合面 S，如图 1.3 所示．当穿出与穿进 S 的电荷不等时，体积 V 内便出现束缚电荷．我们先来计算穿出面积元 $d\boldsymbol{S}$ 的电荷．在 $d\boldsymbol{S}$ 附近，极化可看作是均匀的．显然，所有在以 $d\boldsymbol{S}$ 为底、$\boldsymbol{l}$ 为斜高的体积元 dV 中的正电荷，极化后都要穿过 $d\boldsymbol{S}$ 到达 V 的外边（图 1.3），而 $dV=\boldsymbol{l}\cdot d\boldsymbol{S}$．根据(1.11)式，这些电量为

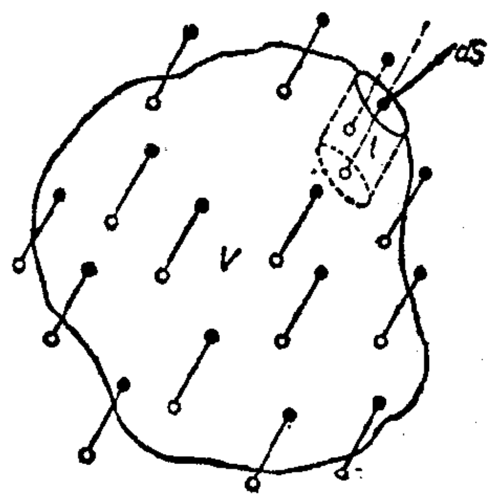


图 1.3

$$qn\boldsymbol{l}\cdot d\boldsymbol{S}=\boldsymbol{P}\cdot d\boldsymbol{S}.$$

体积 V 中减少了正电 $\boldsymbol{P}\cdot d\boldsymbol{S}$，就相当于增加了负电 $-\boldsymbol{P}\cdot d\boldsymbol{S}$，所以极化后由于电荷穿过 $d\boldsymbol{S}$ 而使 V 中增加的电量为

$$dq'=-\boldsymbol{P}\cdot d\boldsymbol{S},$$

这些电荷就是束缚电荷．当 $\boldsymbol{P}$ 与 $d\boldsymbol{S}$ 成钝角时，有正电穿进，因而 V 内多出了正束缚电荷．如果由于介质的极化在体积 V 中出现的束缚电荷体密度为 ρ'，则极化后 V 中出现的总束缚电荷 q' 等于

$$\int_V \rho' dV=-\oint_S \boldsymbol{P}\cdot d\boldsymbol{S}. \tag{1.12}$$

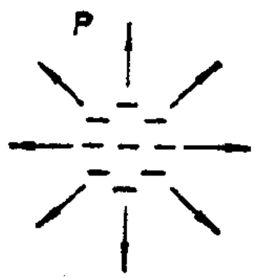
应用高斯散度定理，我们得到

$$\int_V \rho' dV = -\int_V \nabla\cdot\boldsymbol{P} dV.$$

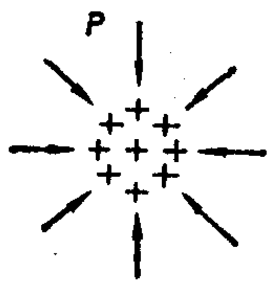
这个关系式对于介质中的任意体积都成立，于是我们得到

$$\rho' = -\nabla\cdot\boldsymbol{P}. \tag{1.13}$$

由此可见，介质内束缚电荷的体密度决定于极化强度的散度. (1.13)式的物理意义是很显然的，因为电矩的方向总是从负电指向正电的，所以极化强度矢量$\boldsymbol{P}$的源头必是负束缚电荷[图 1.4(*a*)]；它的尾闾必是正束缚电荷[图 1.4(*b*)]；无源之处必没有束缚电荷.



(*a*)



(*b*)

图 1.4

2. 介质中的静电场方程

利用(1.13)式可以得到介质中的高斯定理. 将(1.13)式代入(1.10)式，移项后，得

$$\nabla\cdot(\varepsilon_0\boldsymbol{E}+\boldsymbol{P})=\rho.$$

通常把$\varepsilon_0\boldsymbol{E}+\boldsymbol{P}$用符号$\boldsymbol{D}$表示，即令

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon_0\boldsymbol{E}+\boldsymbol{P}, \tag{1.14}$$

而称$\boldsymbol{D}$为电感强度或电位移矢量，它的单位为库/米^2.

于是我们得到

$$\nabla\cdot\boldsymbol{D}=\rho. \tag{1.15}$$

公式(1.15)是任意电介质中静电场的基本方程之一. 它指出，在静电场中，任意一点电感强度的散度等于该点的自由电荷体密度，与其它各处的电荷分布无关. 利用高斯散度定理可以得到相应的积分形式

$$\oint_S \boldsymbol{D}\cdot d\boldsymbol{S}=\int_V \rho dV. \tag{1.16}$$

我们新引进的量$\boldsymbol{D}$与$\boldsymbol{E}$、$\boldsymbol{P}$不同，$\boldsymbol{E}$和$\boldsymbol{P}$各有具体的物理意义，它们分别描述电场及介质的极化状态，至于$\boldsymbol{D}$则是一个为方便而引入的物理量，因而是辅助的.

若引用矢量$\boldsymbol{D}$的通量的概念，则上式表示，穿过电场中任意一个闭合面的电感通量等于此面内的总自由电荷，而与面外电荷无关. (1.15)式表示，电感线各起源和中止于正的和负的自由电荷，与束缚电荷无关.

在真空中，$\boldsymbol{P}=0$, $\boldsymbol{D}=\varepsilon_0\boldsymbol{E}$, 于是(1.15)式又回到(1.7)式. 对于各向同性的电介质，实验证明

$$\boldsymbol{P}=\chi_e\varepsilon_0\boldsymbol{E}, \tag{1.17a}$$

式中χ_e是电介质的极化率或极化系数，是一个纯数. 把上式代入(1.14)式，即得

$$\boldsymbol{D}=(1+\chi_e)\varepsilon_0\boldsymbol{E}. \tag{1.18a}$$

令

$$\varepsilon_r=1+\chi_e, \tag{1.19a}$$

$$\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0, \tag{1.19b}$$

ε和ε_r各称为介质的介电常数和相对介电常数. 它们都表征介质的介电性质. ε的单位与ε_0相同，ε_r则是一个无量纲的纯数. 于是$\boldsymbol{D}$、$\boldsymbol{E}$之间及$\boldsymbol{P}$、$\boldsymbol{E}$之间各满足关系

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon\boldsymbol{E}, \tag{1.18b}$$

$$\boldsymbol{P}=(\varepsilon-\varepsilon_0)\boldsymbol{E}. \tag{1.17b}$$

至于静电场的另一个旋度的方程在有介质存在时仍然不变，因为介质的存在仅使场内出现了一些束缚电荷，而束缚电荷的电场$\boldsymbol{E}'$也必满足方程$\nabla\times\boldsymbol{E}'=0$，因此在有介质存在时，总电场$\boldsymbol{E}$仍然满足方程