



数 学 信 箱

分 数

邱 学 华

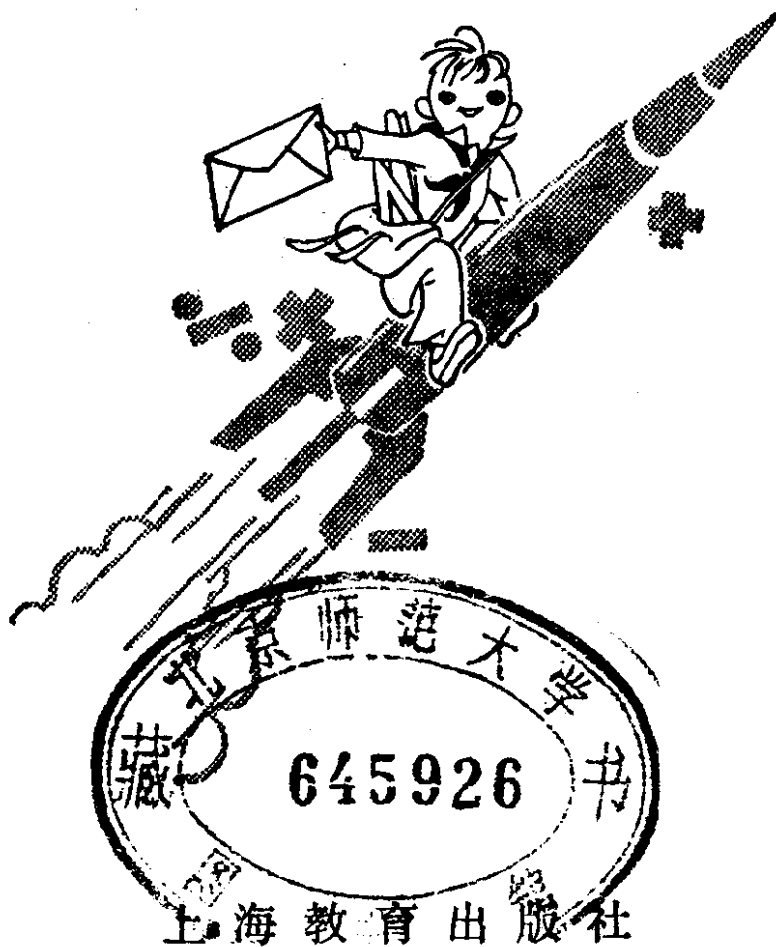
上 海 教 育 出 版 社

J41/172/01

数学信箱

分 数

邱 学 华



数学信箱
分 数
邱 学 华

上海教育出版社出版

(上海永福路 123 号)

新华书店上海发行所发行 上海日历印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 4.75 字数 77,000

1979 年 10 月第 1 版 1979 年 10 月第 1 次印刷

印数 1—100,000 本

统一书号: 7150·2128 定价: 0.84 元

给小读者

数学是一门严密的科学，每一个计算法则，每一条结论，都是有根有据的，来不得半点虚假，我们学习数学，不能光顾着算，一定要懂得道理。学习中要多问一个“为什么”，问题不弄清楚，决不罢休。学问学问，就是要一面学一面问，能学能问的人必将有所发现，不断前进。

许多小朋友经常来信，提出各种各样的数学问题，这是十分令人可喜的。我们选取了一部分问题，分门别类，逐一解答，编成了这套《数学信箱》。我们希望，它在加深理解小学数学内容，扩大数学知识和活跃思路等方面，都将对你有所帮助。至于教材中已讲得比较清楚的问题，我们一般就不选进去了。

本套书的每一册都附有一些练习题，希望你认真思考，不要急于去看后面的答案。

选编这样的读物，我们经验不足，问题一定很多。你有什么意见和建议，欢迎来信，以便不断改进。

目 录

给小读者

1. 怎样正确理解整体“1”?1
2. 说明分数的意义时, 为什么特别要强调平均分成几份?3
3. 把一个长方形两等分, 有多少种分法?6
4. 用图象表示分数是怎么回事?9
5. 什么叫等价分数?11
6. 分数线有什么作用?15
7. 分数有单位吗?16
8. 两个分子相同的分数, 为什么分母大的分数小?20
9. 比较异分母分数的大小有什么简便方法?22
10. 分子、分母同时加上同一个数, 分数的大小是否改变?25
11. 把一个分数扩大几倍, 有哪几种方法?28
12. “0”为什么不能做分母?33
13. 分数和整数的关系, 表现在哪些方面?35
14. 分数、百分数和小数有什么关系?37
15. 分数加减法为什么不要加减分母?40
16. 异分母分数相加、减, 为什么要先通分?42
17. 你能用1~9九个数字组成几个分数(包括整数), 使它们的和等于100吗?45

18. 七只饼,八个人平均分,怎样切法?	47
19. 怎样防止带分数减法中的错误?	48
20. 为什么分数乘以分数,是把分子相乘的积作分子, 分母相乘的积作分母?	51
21. 为什么要约分?	54
22. 为什么在分数乘法运算中,要先把带分数化成假分 数?	57
23. 100 减去它的 $\frac{1}{2}$, 再减去余下的 $\frac{1}{3}$, 再减去余下的 $\frac{1}{4}$, 再减去余下的 $\frac{1}{5}$,, 直至减去余下的 $\frac{1}{100}$, 最后剩下多少?	60
24. 分数除法为什么可将除数颠倒相乘?	62
25. 怎样的两个分数相乘,积等于 1?	66
26. 0 和 1 在分数乘除法中有什么性质?	68
27. 你能将六个 6 用分数线和运算符号组合起来,使结 果等于 1 吗?	71
28. 两个数的和与这两个数的商能不能相等?	72
29. 怎样化简繁分数?	73
30. 计算分数乘除法经常会发生哪些错误?	77
31. 100 增加 20%, 再减少 20%, 结果是多少?	80
32. 一个数乘以真分数,积为什么反而小了?	81
33. 一个数除以真分数,商为什么反而大了?	84
34. 为什么加法运算定律对于分数也适用?	87
35. 为什么乘法运算定律对于分数也适用?	91
36. 两个数的积与这两个数的和能不能相等?	94
37. 两个数的积与这两个数的差能不能相等?	97

38. 如何迅速地计算

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100} ? \cdots \cdots 100$$

39. 分数化成小数会出现几种情况? $\cdots \cdots 102$

40. 什么样的分数能够化成有限小数? 什么样的分数能够化成纯循环小数? 什么样的分数能够化成混循环小数? $\cdots \cdots 105$

41. 分数能化成无限不循环小数吗? $\cdots \cdots 108$

42. 纯循环小数化分数, 为什么用 9、99、999 $\cdots$ 这样的数做分母? $\cdots \cdots 110$

43. 混循环小数化分数, 为什么要用 99 $\cdots$ 9 后面带 0 的数做分母? $\cdots \cdots 112$

44. 分数、小数混合运算中, 究竟先把分数化成小数, 还是先把小数化成分数? $\cdots \cdots 114$

45. 有一个分数, 它的分母加 1, 可约成 $\frac{3}{4}$; 它的分母加 2, 可约成 $\frac{2}{3}$. 这个分数是多少? $\cdots \cdots 118$

46. 有一个分数, 它的分子减去 1, 则可约为 $\frac{1}{2}$. 求这个分数. $\cdots \cdots 122$

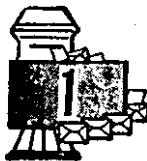
47. 算一算, 到底买了几个西瓜? $\cdots \cdots 124$

48. “李太公分牛”有什么数学根据? $\cdots \cdots 126$

49. 童话故事《仙鹤猜数》中仙鹤是怎样计算的? $\cdots \cdots 129$

50. 古代希腊数学家丢番都到底活了多少岁? $\cdots \cdots 131$

练习答案 $\cdots \cdots 134$



怎样正确理解整体“1”？

下课了，小玲和小明还在讨论什么是整体“1”。

小明：整体“1”就是一块月饼。

小玲：你嘴馋，就知道月饼。

小明：书上画着的嘛！

小玲：书上画的只是一个例子。其他如一件东西、一个集体、一段路程、一项工程、一国人口、一个指标等都可以作为整体“1”。整体“1”只不过是把一个整体看作“1”罢了。

这时，李老师插进来说：小玲说得对。世界上任何事物，大至全世界的人口，小至我们班级的一个小组的人数，都可作为整体“1”。整体“1”有的书上也叫单位“1”。

小明：这下明白了，原来任何事物都可以当作整体“1”。

小玲：李老师，你在课上说，整体与部分是相对的，这我还不大懂。

李老师：我们举例来说吧。譬如，一个班级可以



作为整体“1”，但是如果把一个学校作为整体“1”，那末一个班级就是这个学校的一部分；如果把全市的学校作为整体“1”，那末一个学校又是全市学校的一部分。又譬如，一个县的土地面积可以作为整体“1”，但是如果把全省土地的总面积作为整体“1”，那末一个县的土地面积就是其中的一部分；如果再以全国土地的总面积作为整体“1”，那末全省土地的总面积又是全国土地总面积的一部分。

小玲：这就是说，整体与部分是可以转化的，就看你用哪一个标准来确定一个整体。

小明：我也懂了。整体“1”所包含的数量可以很大，也可以很小。

李老师：是的。譬如，如果以全世界人口作为整体“1”，那末这个“1”中就有四十亿人；如果以你们一个学习小组作为整体“1”，那末这个“1”中就只有6人。正

因为如此，所以一个整体“1”中的部分数，也不一定是一个很小的数。譬如全世界人口的四分之一就是十亿人。正确理解整体“1”，对学好分数是很重要的。

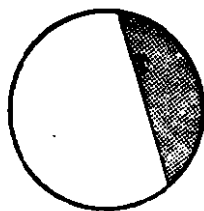


说明分数的意义时，为什么特别要强调平均分成几份？

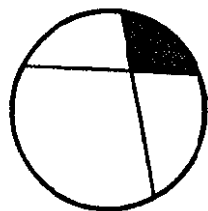
中秋节夜晚，小明的爸爸正要分月饼，突然想起了什么，抬起头来问小明：“小明，什么叫分数？”这个问题太容易了！小明象背书似地一口气就答了出来：“把整体‘1’分成几份，表示这样的一份或几份的数，叫做分数。”

爸爸笑了笑说：“好吧，现在就照小明的回答来分月饼。”说着，就把两只月饼照右图那样切开。

爸爸接着说：“第一个月饼你同妹妹各拿 $\frac{1}{2}$ ，你拿右边的一块；第二个月饼我家四个人分，每人拿 $\frac{1}{4}$ ，你拿右上角的一块。”



(1)



(2)

小明看看月饼，急着说：“不对！不对！我拿的两块

月饼不是 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{4}$ 。”

爸爸笑着说：“怎么不对？是照你的说法分的嘛！把一个月饼分成 2 份，你拿其中的 1 份，不就是拿了 $\frac{1}{2}$ 吗？把另一个月饼分成 4 份，你拿其中的 1 份，不就是拿了 $\frac{1}{4}$ 吗？”

小明满有理由地说：“应该平均分！”

爸爸说：“你回答时并没有说要平均分成几份呀？”

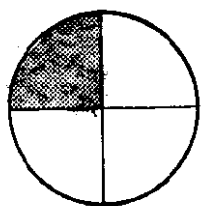
这一下，小明才恍然大悟。原来是自己在回答中把“平均”这两个特别重要的字遗漏了，才闹出这样的笑话来。应该这样回答：把整体“1”平均分成几份，表示这样的一份或几份的数，叫做分数。

数学是一门极其严密的科学，往往一字之差就会造成错误，小朋友可要当心啊！

练 习

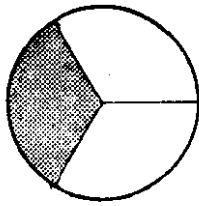
- 〔1〕下页各图的阴影部分，哪些能用分数表示，哪些暂时不能？（对于不能用分数表示的图形，请在括号内打上“？”号。）

(1)



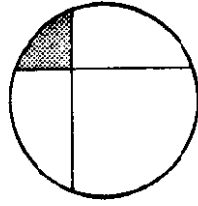
()

(2)



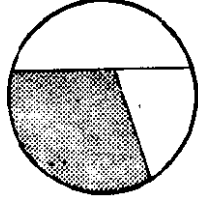
()

(3)



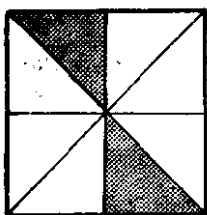
()

(4)



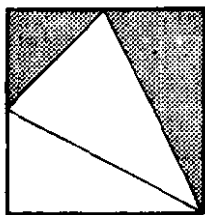
()

(5)



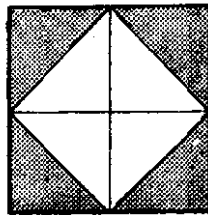
()

(6)



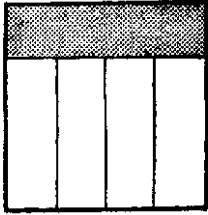
()

(7)



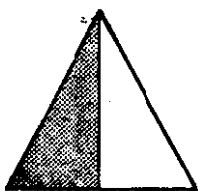
()

(8)



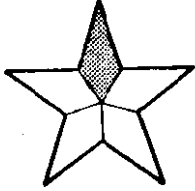
()

(9)



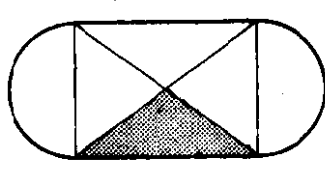
()

(10)



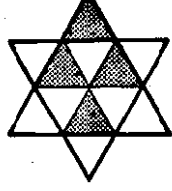
()

(11)



()

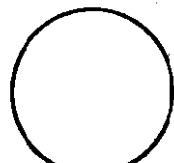
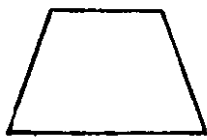
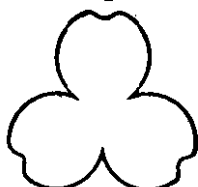
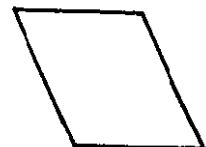
(12)



()

[2] 在下列图形中,按指定的分数划上阴影。


 $\frac{4}{9}$

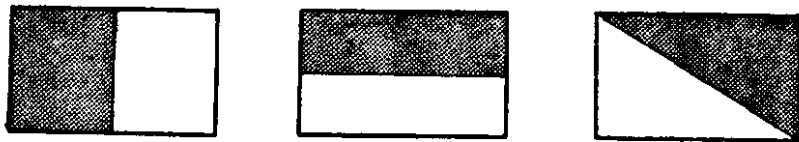
 $\frac{3}{4}$

 $\frac{5}{8}$

 $\frac{1}{2}$

 $\frac{5}{6}$

 $\frac{1}{4}$



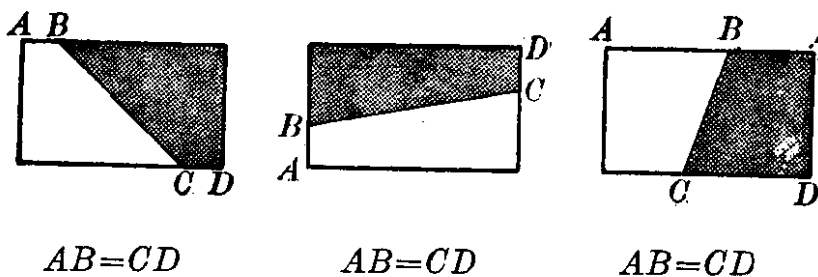
把一个长方形两等分，有多少种分法？

对于这个问题，小朋友可以先用一张长方形的纸来试验一下。

显然，最简单的办法，就是把纸对折一下，把长方形分成两个全等（形状、大小完全相同）的图形，每一个占整个图形的 $\frac{1}{2}$ 。如：



想一想，要把一个长方形两等分，还可以怎样折？下面的折法可以吗？



$$AB=CD$$

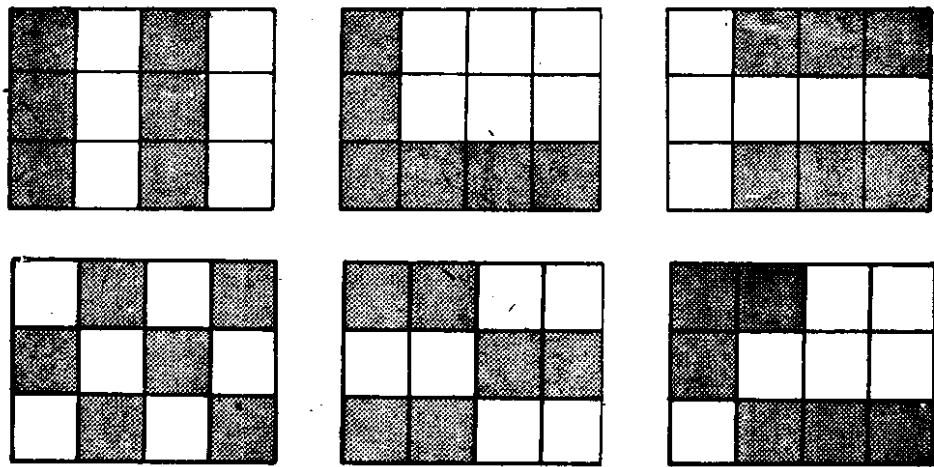
$$AB=CD$$

$$AB=CD$$

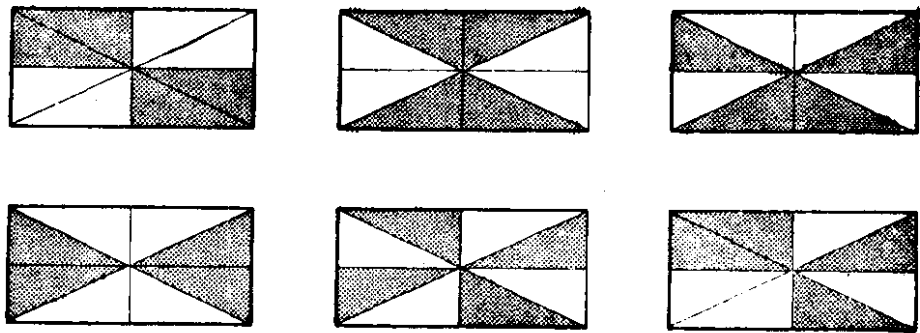
上面这样的斜折法，把一个长方形分成了两个全

等的梯形，每一个梯形是整个长方形的 $\frac{1}{2}$ 。

实际上，把一个长方形 2 等分，并不要求把它一定分成两个全等的图形，而只要求所分成的两份面积相等就行了。例如，下面各图中的阴影部分就是整个长方形面积的 $\frac{1}{2}$ 。



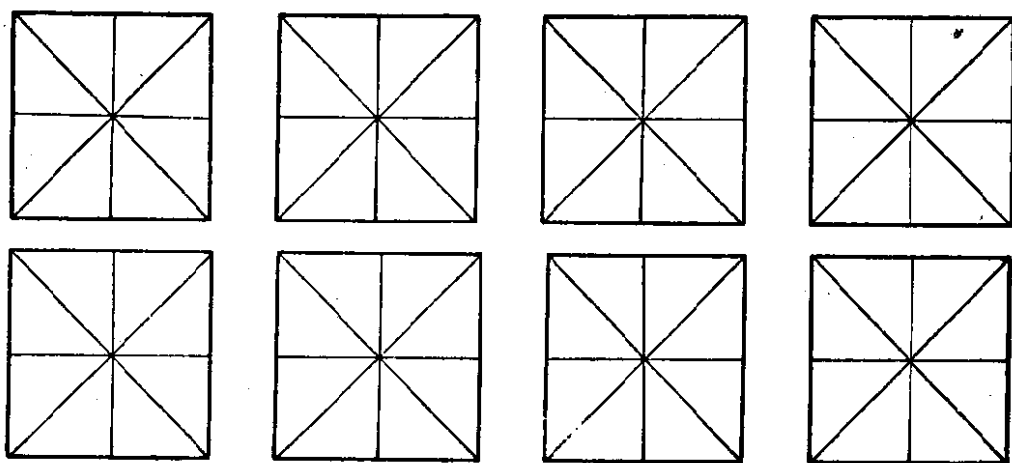
再如，下面各图中的阴影部分，也是整个长方形面积的 $\frac{1}{2}$ 。



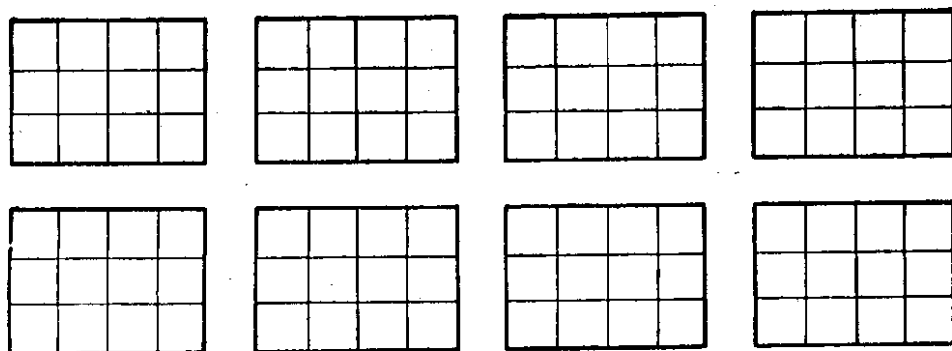
所以，把一个长方形两等分，有许许多多分法，只要求这两部分的面积相等。

练 习

- [1] 把一个正方形两等分，有几种分法？请你在下面各正方形中打上阴影，使阴影部分为整个正方形的 $\frac{1}{2}$ 。注意：要求每个正方形的阴影区域都不相同。



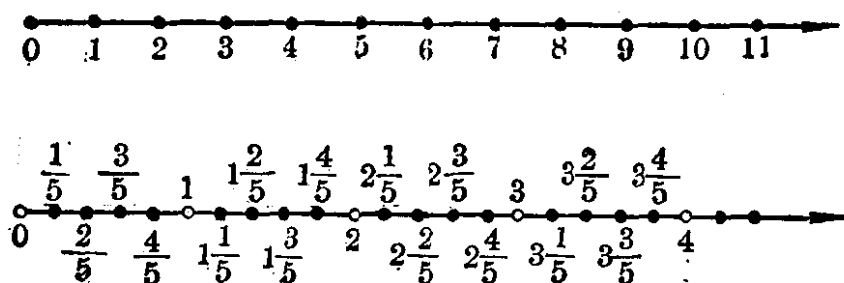
- [2] 把一个长方形三等分，有几种分法？请在下面各长方形中打上阴影，使阴影部分为整个长方形的 $\frac{1}{3}$ 。注意：这里也要求每个长方形的阴影区域都不相同。





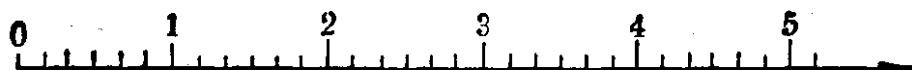
用图象表示分数是怎么回事？

我们可以用直线上的点来表示整数和分数。例如：



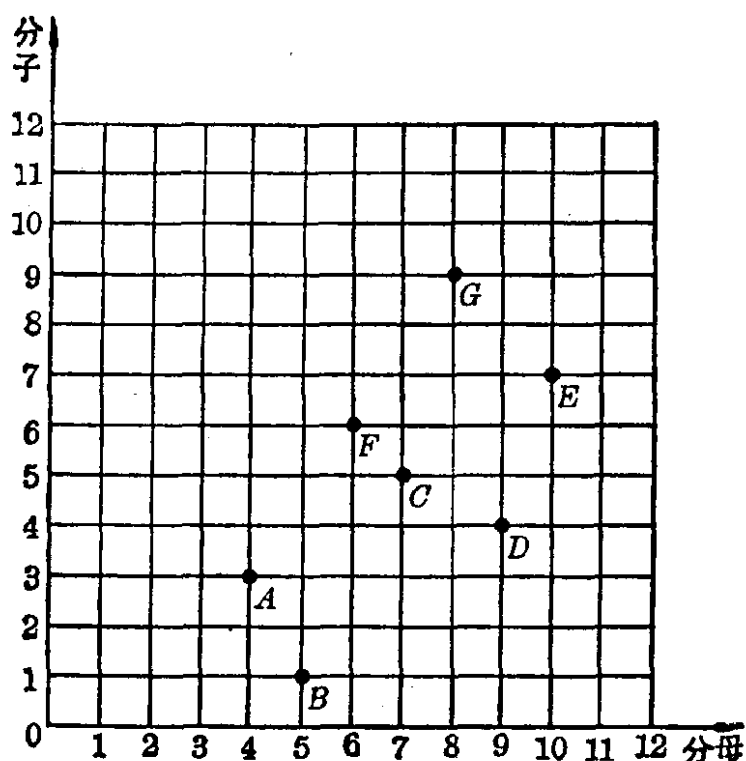
试一试，把下面的分数在直线上用点表示出来：

$$1\frac{1}{6}, 3\frac{5}{6}, 2\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, 4\frac{1}{3}, 3\frac{6}{6}, \frac{12}{6}.$$



我们还可以用平面上的点来表示分数。

如下图，在方格纸上画两条互相垂直的轴，把交点记为“0”。以横轴上的点表示分母，纵轴上的点表示分子，于是分数 $\frac{3}{4}$ ，就可以用过横轴上“4”这一点的纵线和过纵轴上“3”这一点的横线的交点 A 来表示。同样，



$\frac{1}{5}$ 可用 B 点来表示, $\frac{5}{7}$ 可用 C 点来表示, $\frac{4}{9}$ 可用 D 点来表示, $\frac{7}{10}$ 可用 E 点来表示, $\frac{6}{6}$ 可用 F 点来表示, $\frac{9}{8}$ 可用 G 点来表示, 等等。我们把 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 、 G 分别叫做分数 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{5}{7}$ 、 $\frac{4}{9}$ 、 $\frac{7}{10}$ 、 $\frac{6}{6}$ 、 $\frac{9}{8}$ 的图象。这种表示分数的方法, 就叫做分数的图象表示法。

用图象表示数和数量关系, 是数学上一种重要的表达形式。小朋友应该逐步熟悉它, 掌握它。

练 习

在下图中作出下列分数的图象, 并分别标上括弧中所注