

数学的传奇

SHU XUE DE CHUAN QI

潘庆平 著

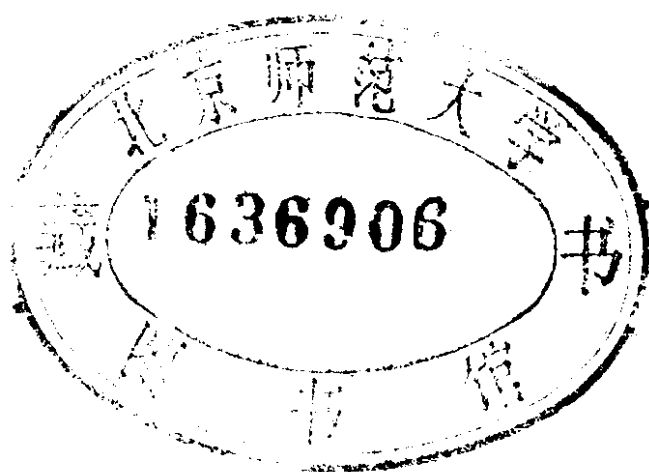


浙江少年儿童出版社

JY11178/22

数学的传奇

潘庆平 著



浙江少年儿童出版社

(浙)新登字5号

数学的传奇

潘庆平 著

浙江少年儿童出版社出版

(杭州体育场路169号)

浙江新华印刷厂印刷 浙江省新华书店发行

开本787×1092 1/32 印张6.75 字数151000 印数1—4500

1992年9月第1版 1992年9月第1次印刷

ISBN 7-5342-0948-X/G·563

价：2.00 元

前 言

和有些数学知识普及读物不同，《数学的传奇》不是为了诠释数学领域的学术概念，也不是为了传授解题技巧，而是向我们的读者有选择地介绍数学史上古今中外的史实与趣事，借助这些传奇般的引人入胜的数学故事，使我们的读者尤其是青少年读者能了解数学、热爱数学，感受到数学的魅力和有趣，进而引发出信心和力量，去叩开数学的大门。

除了这一目的之外，本书还试图给青少年喜爱的传奇图书注入新的内容。悄然兴起的传奇类图书占有很大的市场。传奇图书通俗易懂，讲究情节，吸引众多读者。但不能不看到充斥图书市场的传奇书刊有不少属胡编乱造、怪诞离奇之列，忽略思想性，格调不高，它的消极作用十分明显。富有好奇心的青少年饥不择食、良莠不分地阅读这些传奇书刊，因而贻误了学知识、长身体的大好时机。学校的师长、家庭的父母、社会的有识之士为此忧心忡忡，亟盼有一种积极的措施来克服这一因缺乏正面引导而造成的弊端，大家都认为光堵不行，光靠“查禁”不行，应该有新的传奇来取代那些应该扫除的东西。这也是一种争夺。编写这样一本数学的通俗读物，取名为“传奇”，把数学的一些特性和作用，用有趣的数学故事来具体说明；把一些数学家为数学奋斗一生的事迹撷取其精彩的、典型的事例来教育后人，就

在这“争夺”中作点尝试，也算是为克服那种弊端作一点微小的努力。

因为是当数学的传奇来写的，本书涉及到的数学概念和数学史料都是用传奇文体的手法来描述，它不能作为一本数学教科书来读，也不能当一本正儿八经的数学史来读。尽管本书的取材与选例都经过一番认真的查考，大的差错决不会很多，作者自认为可信，但它毕竟是一本关于数学的故事书。本书主要是为中学文化程度的青少年读者编写的，书中涉及的数学知识没有超越中学生的接受水平。有关章节的数学问题虽然比较深奥，但本书只介绍与该问题相关的背景材料及人和事等，对数学问题本身不作展开。只有这样才使文章通俗些、生动些，不至于叫人望而生畏。

数学不是人人都喜欢的，但人人都离不开数学。

数学也不是人人都能精通的，但人人都得了解数学、学习数学。如果《数学的传奇》有益于你对数学的了解，藉此，你真的增加了对数学的兴趣，我便说：我成功了！

潘庆平

1991年9月25日

目 录

画卦结绳的伏羲氏	1
奇妙的数字诗文	12
血泪 $\sqrt{2}$	29
赶不走的“天国”	43
少林和尚数学家	54
想当数学家的皇帝	68
美国总统与勾股定理	81
能撬动地球的“数学之神”	97
十万马克的“有奖猜谜”	109
一颗耀眼的数学流星	121
“凑巧”与“巧凑”	136
寻觅“太空X”	149
并非虚幻的“虚幻之数”	161
π 的故事	171
老黄历与数学	184
骇人的“数膨胀”	199

画卦结绳的伏羲氏

从河南省淮阳县城向北走三华里路，就可见一座古木参天的大陵园，名“太昊陵”。太昊陵园占地500余亩，园内楼台房舍鳞次栉比，甚为壮观。陵园的中心建筑是“伏羲陵”。伏羲陵高20余米，周长150米。陵前一块巨大的墓碑上刻着“太昊伏羲之墓”六个大字。

伏羲，相传是人的始祖之一。炎黄时代，咱们中国人的老祖宗大多居住在黄河流域，炎黄二帝带着他们的部落聚居在黄河中上游，黄河下游居住着的部落叫东夷。伏羲就是东夷部落的一个首领。关于他的神话故事、民间传说很多很多，其中有不少说到伏羲作数。山东古文物《武梁祠石室造象》上刻有一句话：“伏羲仓精，初造王业，画卦结绳，以理海内。”这“画卦结绳”是怎么回事呢？

我们就从伏羲的传说说起吧！

爱劳动的伏羲

传说伏羲的母亲叫华胥女。华胥女年轻的时候，到一个叫“雷泽湖”的池塘边去嬉水。华胥女看见雷泽湖旁边有个

巨大的脚印，顿生好奇之心，便用自己的脚板去踩那大脚印，不料这一踩，有股气钻入她的脚底板，马上就怀了身孕，生下个男孩，取名叫伏羲。那个脚印据说是雷公爷踩的，因此有人说伏羲的父亲是雷公爷——这种说法无处稽考，肯定是后人杜撰出来的。伏羲的父亲究竟是谁呢？怕是很难确定的。原始社会，人类之初，实行的是群婚制，只知母亲不知父亲并不是什么奇怪的事，这也是母系社会的一个特点。之所以要把雷公爷说成是伏羲的父亲，无非是想说，伏羲来历非凡，与众不同，所以才配当首领哩！

其实，儿时的伏羲并不是一生下来就大智大德、大富大贵的，相反地，他是个四肢粗短、头脑迟钝、说话也口齿不清的“低能儿”角色。当时的东夷部落里有个头领叫句芒，句芒看不起伏羲，常常讽刺、取笑他。伏羲虽然脑子反应不快，但句芒的话却听进去了，他暗暗下决心要锻炼身体，使自己强壮起来，不受别人的欺侮。从此，小伏羲变得很勤劳、很刻苦，天天跟着母亲去劳动。母亲上山采野果，他就跟着拗山花；母亲坐在溪边磨石箭，他就在一旁搬石块。伏羲渐渐长大了，他又跟着大人们学习扔石箭、投梭标、拉弹弓，还和大家一起围猎打野兽。各种各样的劳动锻炼，使得伏羲健壮起来，四肢变得非常灵活，头脑变得非常敏捷。他成了东夷部落里一个非常出众的剽悍小伙子。

在东夷部落的大草坪上长着一棵建木树，相传这棵树高入云端，沿着这棵树爬上去，可以爬上天。一天，句芒把部落里的男男女女统统召集到建木树下训话。句芒说，谁能爬上这棵树，就可以尊谁为皇。不少人争先恐后地去爬树，结果没有一个人爬得上。句芒哈哈大笑，说没有人能爬上树去，

那就算了，这个皇只有他自己当了。句芒正得意，有人把伏羲推出来，说伏羲能爬上树去。句芒听说是伏羲，鼻孔里便“哼”了几声，要伏羲当场表演。伏羲气坏了，忽地站了出来，摆下弓步，一收腹，一吸气，然后就啪啪啪地抱住建木树往上爬。伏羲缘木而上，轻如猿猴，四下里的人们无不喝彩。句芒这才知道自己看轻了人，连忙赔礼说好话，让伏羲做了皇，他自己做了伏羲手下的一个掌管花木的小头目。

历史上把伏羲称为“伏羲皇”、“伏羲帝”，这帝皇之说就从这时开始的。

第一个取火者

伏羲称皇，其实不过是当了原始社会里某一个部落的首领。相传作为首领的伏羲是替老百姓办了几件好事的。

那时候，人们野果为食、树皮为衣，稍后些才渔猎为生。伏羲氏也和大家一样要上山采野果或捕捉野兽。采到了果子或捕捉到野兽，大家就饱吃一顿，找不到食物，伏羲和大伙一样得忍饥挨饿。有人说伏羲如何如何称皇称帝，如何如何作威作福，那都是后人想象出来的神话，原始社会嘛，谁能够呼风唤雨、大富大贵呢？那时候的人们压根儿谈不上安居乐业，就是吃食，也统统是茹毛饮血，因而常常有人要闹肠胃痛。伏羲一心想改变这种状况，恰巧有一回进山打猎，来到一片刚被雷火烧过的林子里，在那里发现了一头被火烤死的马鹿。伏羲用手拨了拨，用鼻子闻了闻，那被火烤熟了的马鹿肉特别脆、特别香，就试着撕一块吃吃，一吃就觉得比生肉好吃得多。之后，伏羲就教导人们用火把野兽烧

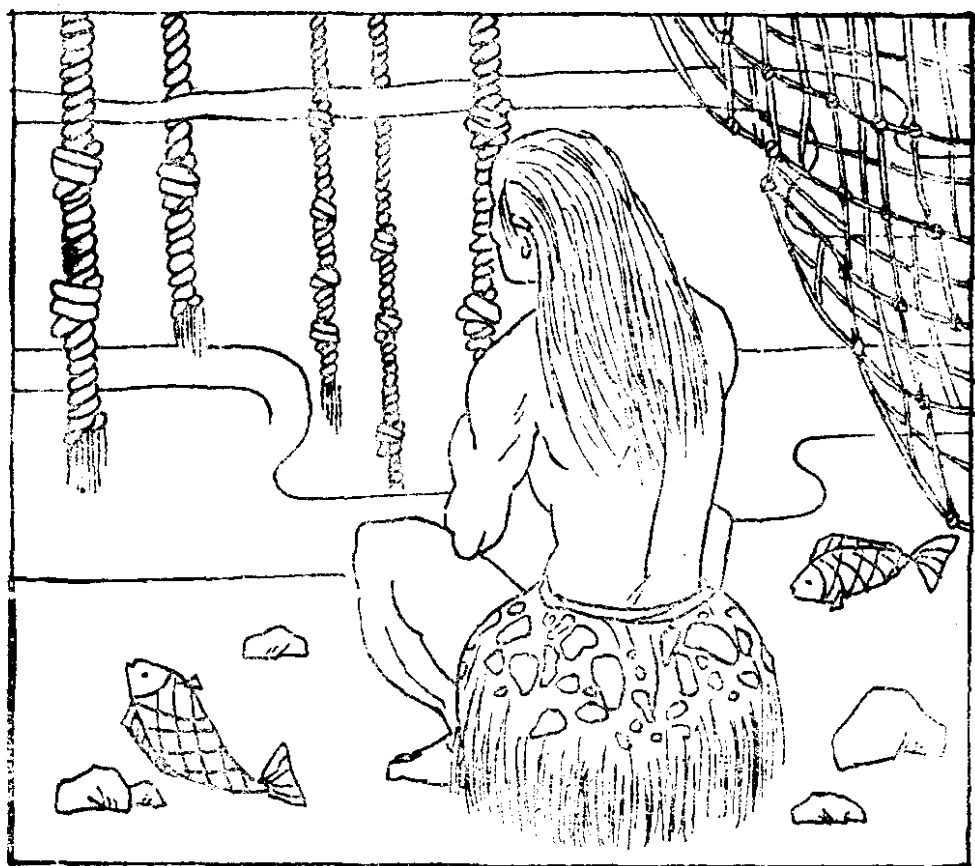
熟了吃。没有火，他就四处奔忙，找到因遭雷击而燃烧起来的树林，从那里取来火种，交给他部下一个比较聪明的年轻人保管。凡是要生火的，都可到这位年轻人这里来取火种。因为有了火，人们就不再茹毛饮血，就不再因天寒而挨冻，生病的人也少了。不巧后来的一场暴风雨把年轻人保管的那个火种打灭了，没有火种，就无法生火煮食，无法取暖御寒了。人们都唉声叹气。亏得这年轻人很有心计，他发现，啄木鸟之类的鸟儿在枯树上啄虫子时，一啄一啄往往会冒出火星，他就想：是不是钻木能取火呢？他做了不少试验，最后用一株叫“遂木”的枝条去钻大一些的木头，终于钻出火来了。钻木取火的成功使大家再不为火种发愁了。这个钻木取火的年轻人就是后人所称的“燧火氏”，之所以叫这个名字，大约就因为他钻木用的木头叫遂木的缘故。燧火氏是我们人类钻木取火的老祖宗，但第一个取来火种、第一个教人们用火取暖用火煮食的，却是伏羲。

伏羲氏的“帐簿”

东夷部落是个很富庶的地方，古代人称之为“东方极乐园”。据说那里地能长百谷、林能栖百兽，但坐吃山也空，随着部落人口的增加，可供人们食用的山果和野兽势必越来越少。于是人们又来到江河中，捕获水中的鱼虾充食。那时候没有任何捕鱼工具，全靠众多的部落人一齐下水，围成人圈，把鱼群驱赶到一块儿，再用石头砸、木棒戳才能抓到鱼。伏羲也和大家一样围鱼捕捉，常常弄得十分疲惫。他总想用一种省力的办法捕到鱼。有一次，伏羲和大家一起把一群鱼

从深水里驱赶到浅滩边，因为追鱼的人追得急，鱼群逃得匆忙，竟在浅水区的水草丛里自己“翻白”了。伏羲仔细一看，原来这些鱼都是被长在水里的水草根须困住的。伏羲一下子开了窍，他马上想到可以用细长细长的根须般的绳子结成网来捕鱼。跟随他的人听了他的主意都说好，马上就四处找来一些软藤细麻，仿照草根交织的孔眼结成一张一张的渔网。用渔网捕鱼，既省力又捕得多。大家都高兴得手舞足蹈。

用上了渔网，每一回打的鱼就很多很多，除了充饥之外，常常还有剩余。多余的鱼怎么办呢？开始时，大家都吃饱了就扔，谁也不知道储存，后来才知道吃不完的鱼可以分给大家，让每一个人自己保存。渐渐地就出现了一个“产品



分配问题”。伏羲是首领，大家都感激他的创造发明，时常有人把分给自己的鱼送给伏羲。伏羲要记下这些送来的鱼，也碰到了个数数与记数的问题。在人类之初，没有谁知道什么叫数，没有谁能够记数。伏羲联想到结渔网时绳子上的一个个结头可以分出多少来，他就取来一条软绳，在绳子上打起结头以记数。有人献一条鱼来，他在绳子上打一个结；有人献两条鱼来，他就打两个结；献来的鱼大，就在粗一些的绳子上打结，献来的鱼小，就在细一些的绳子上打结。这些粗粗细细的打满了结头的绳子就成了一本“帐簿”，把人家送来的东西统统“登记”下来了。这就是历史上的“结绳记数”。

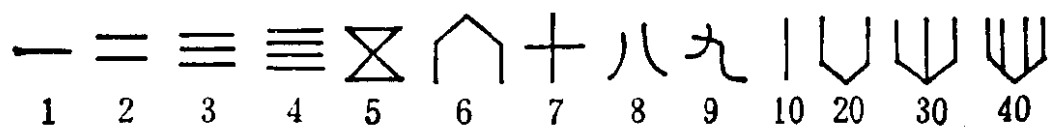
“结绳记数”的发明是伏羲受了渔网的启发。但后来人们就觉得结绳记数做起来太麻烦，有人就想出了新的记数办法。他们用石斧在树干上刻痕，送一条鱼来，刻一道痕，送两条就刻两道。这方法比在绳子上打结头方便得多，而且一目了然。久而久之，结绳记数就被刻痕记数取代了。刻痕记数被推广、被延续，渐渐地发展到用笔写字。

在很长的一个历史阶段里，结绳记数是人们的记数方式，其影响也很深远，即使到了今天，也能在现实生活里找到它的影子。比如，有人托付另外一个人办一件事，唯恐这个人把事情给忘了，往往会这样说：“喂！别忘记！裤带上打个结！”

八卦的奥秘

刻刀痕记数需用刀，而在远古时代要想搞到一把锋利的

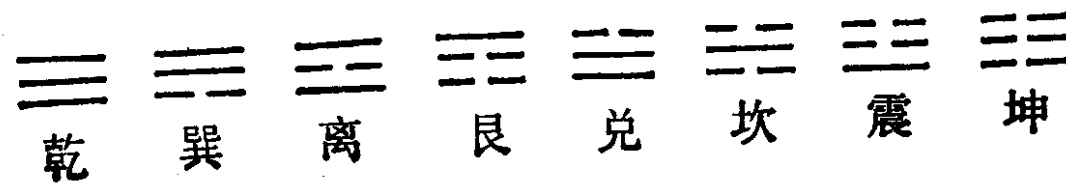
刀却是非常不容易的，因而，刻痕记数又给记数的普及带来不便。不过，那时候的人已经形成了数量的概念，见到一道刀痕知道这表示数一，见到两道刀痕就知道表示数二，因而见到了类似刀痕的图形也容易联想到表示数。一阵风雨过后，树上的一些枯枝掉下来，掉在泥地坪上，掉在青石板上，有些断枝条自然而然地凑成刀痕似的图形。这偶然发生的事情却使有些聪明人想到了用摆弄树枝条来代替刻刀痕，后来的竹筹计数就是这样慢慢演变过来的。用短短的小木条或竹签摆在青石板上，能摆出各种各样的图形。这种包含特定意义的图形，慢慢地固定为一种符号，这个符号就成为数字。在我们中国的传说中，炎黄时代有个叫隶首的人，他是黄帝部下的一个小官，他奉了黄帝的圣旨去造数。隶首跑了很多地方，比较了很多可以记数的方法，他最满意的是摆断枝条来记数的这一种。在此基础上，他发明了一套我国古代的数字。人们从甲骨文上发现了这样一些数字：



这些数字多么像小枝条摆成的呀！

见到古代人用树枝摆起来的数字，便能想到八卦的形状。莫非八卦也是表示数字的吗？

八卦由八个特殊的符号组成，一个符号就是一张图，拼在一起就叫八卦图。八卦图里每一个小卦都有名字，它们是：



传说，八卦是由伏羲创造的。他为什么要发明八卦呢？若按道家们的说法，那就玄秘了，他们要从“阴阳起源，天道合一”开始唠叨一大通。这是宗教徒的一家之说，不足为据。我们用唯物的历史观来分析考证，八卦的由来不过是人们对大自然各种现象的抽象纵观，表达了人们欲驾驭大自然的愿望和急切心情。然而，靠“八卦”定乾坤又谈何容易呢！

不过，八卦的构成，把天文、地理、气象、数学等知识熔于一炉，倒确实体现了我国古代人民的智慧。仅从数学角度讲，八卦图中就融合了二进制数和排列组合的一些科学道理在其间。正由于八卦内涵的丰富，才使它显得神秘。

我们先看看八卦中的二进制数。一个小卦就表示一个数。二进制数只有0、1两个数字，而构成八卦符号的也只有两种符号，一是长划“——”，叫阳爻；二是断划“—”，叫阴爻。倘若把阳爻“——”当作阿拉伯数字“1”，把阴爻“—”当作“0”，根据每个小卦里阴爻阳爻不同的排列顺序，可以确定他们的二进制数，同时可换算成十进制数：

卦名	符号	二进制记法	十进制
坤	☷	0 0 0 ($0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$)	0
震	☳	0 0 1 ($0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$)	1
坎	☵	0 1 0 ($0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$)	2
兑	☱	0 1 1 ($0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$)	3
艮	☶	1 0 0 ($1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$)	4
离	☲	1 0 1 ($1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$)	5
巽	☴	1 1 0 ($1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$)	6
乾	☰	1 1 1 ($1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$)	7

我们再看看八卦中的排列组合思想。

伏羲作八卦，用的是阴阳学理论，用连划表示阳，断划表示阴；每个卦的上中下三划叫做上中下三爻，以阳爻为上爻的有乾、巽、离、艮；以阴爻为上爻的有坤、震、坎、兑。用阴阳两种符号进行上中下各不相同的组合，从数学上讲就只有这样八种。八卦的发明者又给这八个卦分别注入一定的内容：用乾来表示天，坤表示地，艮表示山，兑表示泽，震表示雷，巽表示风，坎表示水，离表示火。八卦家用这八个卦进行不同的排列组合，便能搭配出很多更复杂的名堂，比如，乾与离搭配，就可解释为“天火”；把坤与兑搭配便可说是“地陷”。八卦的组合丰富而有趣，这是应该承认的，但用八卦来卜测生死，那就是迷信了。

伏羲为了叫人记住八卦的符号，还编了这样的歌诀：

乾三连	坤六断	震仰盂	艮覆碗
离中虚	坎中满	兑上缺	巽下断

每句三个字，每三个字就把每个卦的特征形象地说明了。如“乾三连”，是讲乾卦的符号上中下三划都是连而不断；“艮覆碗”是讲艮卦形如一只倒放着的碗。

规与矩的神话

大禹治水，三过家门而不入，在我国这是妇孺皆知的故事。但大禹治水时还和伏羲有一段交往，恐怕知之者不多。这虽是个神话，却也道出了一个数学的起源来自于实践的

道理。

大禹的父亲叫鲧，鲧因为偷了天宫里一种叫“息壤”的宝物来治理洪水，天宫里的天帝派火神把鲧杀死了。鲧死后，儿子禹继承父业，继续治水。他去找天帝，陈述治水之志，天帝被感动了，不仅任命他去治理洪水，还把宝物“息壤”也赐给了他。禹十分高兴，捧了息壤就奔洪水泛滥的地方去。这息壤是止水之宝，再大的水，只要一碰上息壤，息壤就会变成一条堰坝把水流挡住。大禹就靠息壤围出了一方方的土地，供人们居住、耕作。但汹涌的洪水光堵不导也是不行的，禹整日就为疏导河流奔忙。

黄河从上游流下来，到了山西和陕西的交界处，被一座龙门山挡住了去路，黄河水无处可去，便漫溢起来，淹没了大片的田地。大禹就想找一个地方，把龙门山凿开，给黄河放水。他派了很多人在这里凿凿在那里凿凿，都没成功。大禹火了，就亲自抡着石钎去凿，不料，没凿几钎，一块大岩石被他凿通了，里面却是个黑咕隆咚的石窖。大禹叫人取来了火把，亲自举着火把往石窖里走，才走了30步，忽见前面有一个东西在闪闪发光，上前一看却是一只青毛狗。青毛狗领着他拐个弯，走进更深的另一个洞。走着走着，过了好一会儿，竟到了一个无比明媚的地方。大禹正迟疑时，一个上了年岁的老人姗姗走来。禹一见，似曾眼熟，便怯怯地问：

“老人家！您莫非就是当年华胥女的儿子吗？”

“对啰！”那长者道，“我正是伏羲。华胥女便是我的母亲。”

果然是伏羲皇，大禹赶忙作揖，伏羲止住道：“不必多礼！”他拉过大禹的手又说，“把你接来此地，是有一件东西

要交于你。”说着，举手一抓，像变魔术一般从空中抓住了一支玉简。大禹看呆了，不解其意。伏羲说：“你不是在疏浚河道为民治水吗？那就该望山川之形，定高下之势。也就少不了这东西。”禹接过来一看，见是个形如竹片、长有尺二的玉器，十分惊奇。伏羲又说：“只要你用它去度量天地，再确定开凿的方位，还怕龙门山能挡住黄河之水吗？”噢！原来这是一种古老的测绘工具。后来，大禹就靠了这支玉简测水位、定方向、整治河道，取得治水的大胜利。

几何知识的萌芽在我国也是很早的。有文献记载，先古时候有一个叫倮的人，为了使制作的東西要方就方，要圆就圆，要平就平，要直就直，他创造了规、矩、准、绳。倮使用的规矩准绳是不是就是伏羲交给大禹的那种玉简，因无从考证而难以定论，但我们的古书上画有“伏羲执矩，女娲执规”的造像，足可证明在很久很久以前，我们的祖先确实已经知道了圆、方、平、直的几何概念。