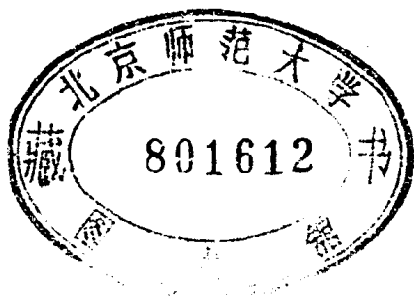


中学数学手册

济南师范学校数学组编

JY1/59111



山东人民出版社

一九八一年·济南

中学数学手册

济南师范学校数学组编

*

山东人民出版社出版

山东省新华书店发行

山东新华印刷厂印刷

*

787×1092毫米32开本 11.5印张 2插页 241千字

1981年4月第1版 1981年4月第1次印刷

印数：1—140,000

书号 7099·969 定价 0.98元

前 言

我们根据现行《全日制十年制学校中学数学教学大纲》的要求，将有关的定义、定理、法则、公式及数表编辑成册，以期对中学生复习和中学教师教学时有所帮助。

在编写中，为使内容比较系统、完整，在有些内容上作了适当引申、超出了大纲的范围，仅供教师参考。

由于我们水平所限，错误之处，恳切希望读者批评指正。

济南师范学校数学组

一九八〇年十月

目 录

第一部分 初等代数

一、集合	1	1. 代数式及其分类	22
1. 有关概念	1	2. 整式	23
2. 集合间的相互 关系	1	3. 因式分解	28
3. 集合的运算	2	4. 分式	30
4. 有穷集和无穷集	3	5. 根式	32
5. 数集	4	四、函数	33
二、数及其运算	5	1. 函数概念	33
1. 自然数（正整 数）	5	2. 具有某些特性的 函数	34
2. 整数	5	3. 基本初等函数	36
3. 有理数	6	4. 初等函数	41
4. 无理数	6	5. 几种常见的初等 函数	42
5. 实数	7	五、行列式和矩阵	44
6. 四则运算	9	1. 行列式	44
7. 幂和方根（乘方和开 方）	10	2. 行列式的性质	46
8. 对数运算	12	3. 行列式的计算	47
9. 近似计算	14	4. 矩阵	48
10. 复数	18	5. 矩阵的运算	49
三、代数式	22	6. 矩阵的初等变换	52
		7. 线性变换	52

六、方程	54
1. 概念和分类	54
2. 同解方程	56
3. 整式方程（一元 n 次方程）	58
4. 分式方程	64
5. 无理方程	64
6. 方程组	64
7. 指数方程和对数方程	69
七、不等式	71
1. 定义与性质	71
2. 一些重要不等式	72
3. 解不等式	73
八、概率初步	77
1. 排列组合	77

2. 二项式定理和多项式定理	79
3. 概率初步	80
九、数的进位制	84
1. 记数制	84
2. 十、二进制的互化	85
3. 二进制数的算术运算	88
十、逻辑代数初步	89
1. 逻辑代数	89
2. 逻辑运算（“或”“与”“非”）	89
3. 逻辑代数的基本关系式	91

第二部分 平面几何

一、几何基础	92
1. 基本概念	92
2. 算术公理（普通公理）	93
3. 几何公理（直线和平面的基本性质）	93
4. 命题和论证方法	94
5. 线段的度量、比和比例	97

6. 角的度量制	98
7. 对称	99
二、有关平面图形间的从属关系	100
三、非封闭的直线图形	101
1. 线段、射线、折线	101
2. 角	101

3.垂线、距离	102
4.平行线	103
四、三角形	104
1.有关定义	104
2.性质	106
3.特殊三角形的判定	109
4.两三角形全等的判定	110
5.三角形的有关计算公式	110
6.解三角形	114
五、四边形	116
1.四边形从属关系图	116
2.有关定义	116
3.性质	117
4.判定	118
六、多边形	120

1.有关定义	120
2.性质和判定	120
3.有关公式	121
七、相似形	125
1.有关定义	125
2.相似多边形的性质	125
3.相似三角形的判定	126
八、圆	126
1.有关定义	126
2.性质	128
3.有关公式	133
九、面积	133
1.规则图形面积公式(表)	133
2.不规则图形面积	136

第三部分 立体几何

一、直线和平面	138
1.平面的确定	138
2.直线、平面间的相关位置	138
3.直线、平面间平行垂直关系的判定	139
4.距离	146

5.角	146
二、多面体、旋转体的定义和性质	148
1.多面体	148
2.棱柱	150
3.棱锥	151
4.棱台	151

5. 拟柱体	152
6. 旋转体	152
7. 圆柱、圆锥、圆台	153
8. 球	154
三、多面体、旋转体的 体积和表面积	155
1. 等积原理	155

2. 体积公式和表面积 公式	156
3. 体积公式推导及其内 在联系示意图	159
四、多面体和旋转体主 要元素间的关系	160

第四部分 平面三角

一、三角函数	163
1. 三角函数的概念	163
2. 三角函数的图象	165
3. 三角函数的性质	169
4. 特殊角的三角函 数值	170
二、三角公式	172
1. 同角三角函数间的 关系	172
2. 诱导公式	174
3. 和、差、倍、半角的 三角函数	175
4. 和差化积与积化	

和差	177
5. 其他常用公式	178
6. 当 $A + B + C = 180^\circ$ 时 A, B, C 三角 函数间的关系	178
三、反三角函数和三角 方程	179
1. 反三角函数的 概念	179
2. 反三角函数图象	181
3. 反三角函数公式	183
4. 简易三角方程	186

第五部分 平面解析几何

一、坐标法	188
1. 直线坐标系	188

2. 平面直角坐标系	189
3. 极坐标系	191

4. 直角坐标和极坐标的 互换.....	192
二、曲线与方程	192
1. 曲线与方程的 关系.....	192
2. 曲线的分类.....	193
3. 曲线的性质.....	194
4. 求已知曲线的 方程.....	197
5. 作已知方程的 曲线.....	198
6. 普通方程和参数方程 的互化.....	198
三、直线	199
1. 直线的倾角、斜率和 法线.....	199
2. 直线的方程.....	201
3. 点、直线的位置 关系.....	204

4. 直线系.....	207
四、圆锥曲线	208
1. 定义.....	208
2. 方程.....	210
3. 性质.....	217
4. 圆锥曲线系.....	219
五、若干重要曲线	221
1. 螺线.....	221
2. 旋轮线.....	222
3. 蜗线(巴斯加蚶 线).....	228
4. 圆的渐伸线.....	229
5. 玫瑰线.....	230
6. 蚌线.....	232
7. 箕舌线.....	233
8. 蔓叶线.....	234
9. 悬链线.....	234
10. 概率线.....	235

第六部分 数学分析初步

一、数列及其极限	236
1. 数列.....	236
2. 等差数列.....	237
3. 等比数列.....	238
4. 调和数列.....	239
5. 平均值.....	239
6. 一些数列前 n 项和	

公式.....	240
7. 数列的极限.....	241
二、函数的极限	242
1. $x \rightarrow x_0$ 时的 极限.....	242
2. $x \rightarrow \infty$ 时的极限.....	244
3. 极限存在的判	

别法	245
4. 极限的性质	245
5. 极限的四则运算	246
6. 无穷小和无穷大	247
7. 极限的求法	249
8. 几个重要极限	252
三、函数的连续性	254
1. 连续函数	254
2. 连续函数的性质	256
四、导数与微分	257
1. 导数	257
2. 函数的可导性与连续性	259
3. 求导(微分)法则	260
4. 基本导数公式表	262
5. 微分	263
6. 高阶导数与高阶微分	265
7. 函数的台劳展开式	267
8. 微分法的应用——函数的增减性、极值、拐点和近似计算	270
五、不定积分	273
1. 原函数和不定积分	273
2. 微分法与积分法的关	

系、基本积分表	275
3. 基本积分法则	277
4. 原函数的存在条件	277
六、定积分	278
1. 定积分	278
2. 函数的可积条件	279
3. 定积分的性质	280
4. 定积分与原函数的关系	282
5. 定积分法则	283
6. 定积分的应用	284
附表:	
1. 英语字母和希腊字母表	292
2. 二项展开式的系数表	293
3. 1000以内的质数表	294
4. 常数表	295
5. 平方表	296
6. 平方根表	299
7. 立方表	304
8. 立方根表	310
9. 阶乘数表	317
10. 倒数表	318
11. 正弦和余弦表	322
12. 正切和余切表	325

13.常用对数表	330
14.反对数表	334
15.正弦对数和余弦对 数表	338
16.正切对数和余切对 数表	343
17.指数函数 e^x 表	350
18.指数函数 e^{-x} 表	351

19.度、分、秒化弧 度表	352
20.弧度化度、分、 秒表	353
21.等分圆周表	354
22.常用计量单 位表	355

第一部分 初等代数

一、集 合

1. 有关概念

(1) 集合：若干个（有限或无限多个）事物的全体，叫做一个集合。通常用大写字母 A 、 B 、 M 、 N 、 X 、 Y 等表示。

(2) 集合的元素：组成集合的每一个个体叫做这个集合的元素。通常用小写字母 a 、 b 、 c 、 x 、 y 等表示。

(3) 属于和不属于：若 a 是集合 A 的元素，则元素 a 属于集合 A ，记作

$$a \in A$$

读作“ a 属于 A ”。

若 b 不是集合 A 的元素，则元素 b 不属于集合 A ，记作

$$b \notin A \text{ 或 } b \in \bar{A}$$

读作“ b 不属于 A ”。

(4) 空集合：不包含任何元素的集合叫做空集合，记作 ϕ 。

(5) 全集：包含全部元素的原集合叫做全集，记作 I 。

2. 集合间的相互关系

(1) 包含关系：若集合 A 中的每一个元素都是集合 B 的元素，则称集合 A 被 B 包含。记作

$$A \subseteq B \text{ 或 } B \supseteq A$$

读作“ A 被 B 包含”或“ B 包含 A ”。

这时称集合 A 为集合 B 的子集合，集合 B 为集合 A 的母集合。显然有

$$A \subseteq A$$

$$A \subseteq I$$

$$\phi \subseteq A$$

(2) 相等的集合：对于集合 A 、 B ，若 $A \subseteq B$ ，同时 $B \subseteq A$ ，则集合 A 与 B 叫做相等的。记作

$$A = B$$

(3) 真子集合：设 B 是 A 的子集合，若 $A \neq B$ ，则 B 叫做 A 的真子集合，简称真子集。记作

$$B \subset A \text{ 或 } A \supset B$$

3. 集合的运算

(1) 补集合：从全集合中去掉集合 A 的全部元素后剩下的元素组成的集合叫做 A 的补集合，记作 A' 。显然

$$(A')' = A$$

$$I' = \phi$$

$$\phi' = I$$

若 $A \subseteq B$ ，则 $A' \supseteq B'$

(2) 交集：两集合 A 、 B 的公共元素构成的集合叫做 A 与 B 的交集，简称 A 与 B 的交。记作 $A \cap B$ 。显然：

$$A \cap I = A$$

$$A \cap \phi = \phi$$

$$A \cap A = A$$

$$A \cap A' = \phi$$

(3) 并集合：由属于集合 A 或属于集合 B 的所有元素组成的集合叫做集合 A 和 B 的并集合。简称 A 和 B 的并，记作 $A \cup B$ 。显然：

$$A \cup I = I$$

$$A \cup \phi = A$$

$$A \cup A = A$$

$$A \cup A' = I$$

(4) 运算法则：

① 交换法则： $A \cap B = B \cap A$

$$A \cup B = B \cup A$$

② 结合法则： $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

③ 分配法则： $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

④ 摩根法则：设集合 A 、 B 是全集合 I 的两个子集，则

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

4. 有穷集和无穷集

(1) 一一对应：具有下面三个条件的对应叫做集合 A 、 B 之间的一一对应。

① 对于集合 A 中的每一元素，在集合 B 中有且仅有一个元素与之对应。

② 对于集合 A 中的两个不同元素在集合 B 中永远有两个不同元素与之对应。

③集合 B 的每一元素至少是 A 的一个元素的对应元素。

(2) 等价的集合：对于两个集合 A 和 B ，若存在对应法则 f ，使 A 和 B 建立一一对应的关系，则 A 和 B 叫做等价的集合，记为： $A \sim B$ 。

此时称集合 A 和 B 有相同的浓度（或势）。

(3) 可数集：与自然数集等价的集合叫做可数集。

(4) 有穷集和无穷集：不能与其真子集等价的集合以及空集叫做有穷集；集合若能与它的一个真子集等价，就称这个集合是无穷集。

(5) 不可数集：不是可数的无穷集合叫做不可数集。

(6) 任一无穷集都含有一可数的子集

5. 数 集

(1) 数集：由数构成的集合叫做数集。

(2) 数环：数集 R 满足下列条件时，叫做一个数环：

① R 至少含有一个数。

②在 R 中加法、减法、乘法可以施行。若 a, b 属于 R ，则 $a+b, a-b, a \cdot b$ 也属于 R 。

整数集、有理数集、实数集和复数集都是数环。数零也是一个数环，叫做零环。必非空 $\{0\}$

(3) 数体：数环 P 满足下列条件时，叫做一个数体：^域

① P 至少含有一个不等于零的数。

②若 a, b 属于 P ，且 $b \neq 0$ ，则 $\frac{a}{b}$ 也属于 P 。

有理数集、实数集、复数集都是数体，因为任何数体都包含有理数体，所以有理数体是最小数体。

二、数及其运算

1. 自然数 (正整数)

(1) 数1, 2, 3, 4, 5, ……，叫做自然数。

(2) 性质：

①全体自然数集合中有一个最小数1，但无最大数。

②任何一个自然数都必有后继数。(自然数 a 的后继数为 $a+1$)，即不存在自然数 b ，满足 $a+1 > b > a$ 。

③在自然数集合中永远可以施行加法、乘法运算。

④若有一批自然数都不大于一个给定的自然数，则其中一定有一个最大的。

⑤一个有上界的自然数集合不能和它的真子集建立一一对应关系。而任一个无限的自然数集合都有可能和它的无限真子集建立一一对应关系。

2. 整 数

(1) 正整数、负整数和零统称为整数。

(2) 性质：

①有序性：任意两个整数都可以比较它们的大小。

即对任给的两个整数 a, b ，存在而且只存在下列关系中的一种：

$a > b, a = b, a < b$ ，并且

若 $a \leq b$ 且 $b \leq a$ ，则 $a = b$ 。

若 $a \leq b, b \leq c$ ，则 $a \leq c$ 。

②全体整数集合中既无最小数也无最大数。

③在全体整数集合中永远可施行加、减、乘运算，所以全体整数集合构成一个数环。

3. 有理数

(1) 整数和分数统称为有理数。

有理数的一般形式为 $\frac{q}{p}$ 。(其中 $p \neq 0$ ，且 p 、 q 为互质的整数)。

(2) 性质：

①有序性：(见整数的有序性)。

②稠密性：对任给的两个不同的有理数 a ， b ，它们之间至少存在一个有理数 c (例如： $c = \frac{a+b}{2}$)。因而就存在无穷多个有理数。若把数轴上表示有理数的点叫有理点，则有理点在数轴上是处处稠密的，即：不论在数轴上什么地方取一个多么小的线段，在该线段内总有无穷多个有理点。

③间断性：任意两个不同的有理数之间必有非有理数存在，因此，有理数不能与数轴上的点建立一一对应关系。

④可数性：全体有理数集可做成一可数集。

⑤全体有理数对算术运算是自封的。即在有理数集合中永远可以施行加、减、乘、除(零不能做除数)四种运算，因此有理数构成一个数体。

⑥每个有理数都可表示成有限小数或无限循环小数。

4. 无理数

(1) 无限不循环小数叫做无理数，