模糊数学

在国民经济中的应用

谌 红

大学出版社

模糊数学在国民经济中的应用

谌　红

华中理工大学出版社

（鄂）新登字第10号

图书在版编目(CIP)数据

模糊数学在国民经济中的应用/谌红
—武汉：华中理工大学出版社，1994年9月
ISBN7－5609－0964－7

Ⅰ．模…
Ⅱ．谌…
Ⅲ．模糊数学　国民经济
Ⅳ．O159

模糊数学在国民经济中的应用

谌　红

责任编辑　李立鹏

*

华中理工大学出版社出版发行
（武昌喻家山　430074）
新华书店湖北发行所经销
石首市第二印刷厂印刷

*

开本：787×1092　1/32　印张：7.75　字数：173 000
1994年9月第1版　1994年9月第1次印刷
印数：1—1 000
ISBN　7－5609－0964－7/O・122
定价：6.80元

前　言

模糊数学是用数学方法研究和处理客观存在的模糊现象的一门新兴学科。

自美国 California 大学的 L.A. Zadeh 教授于 1965 年发表"Fuzzy Sets"一文以后，模糊数学便作为一门新的数学学科而诞生了. 近 20 年来，发展非常迅速，应用相当广泛.

A. Kaufmann（法）、菅野（日）、E. Sanchez（法）和 P. P. Wang（美籍）等学者先后来华讲学，对模糊数学在我国的发展起着很大的促进作用；特别是《模糊数学》（华中理工大学创办）杂志创刊以来，模糊数学的这一崭新的思想引起了国内广大科技工作者的浓厚兴趣；更由于老一辈数学家的热心关怀与扶植，模糊数学在理论和应用方面呈现出朝气蓬勃的景象，模糊数学队伍也正在茁壮成长之中.

鉴于当前模糊数学书籍已经不少，唯独模糊数学在经济各个领域的专著甚少. 因之，作者在自己编写的讲义：《模糊数学浅谈》并结合多年的教学与科研工作实践以及查阅了大量的国内外模糊数学的学术论文与专著的基础上，编写了这一本专著.

本书的特点是实用性强，一是突出模糊数学方法，二是突出它在国民经济中的应用。基于这一特点，编写时注意简明直观，方法与过程思路清晰，步骤具体，便于应用. 每一章都有一节内容专门来介绍模糊数学方法在国民经济中的应用，作者对所引用的文献进行了认真地加工、整理，目的在于让读者有具体的实例可供借鉴和参考.

本书可供研究生（特别是计算机科学、管理科学、信息与系统科学的研究生）、科技工作者、工程师、有关教师阅读. 亦可供

大专院校学生从事科研工作时参阅.

在本书出版的时候，我要感谢A·Kaufmann、E·Sanchez、菅野道夫、蒲保明、吴从析、吴学谋、汪培庄、刘应明、邓聚龙、张文修、欧阳绵等专家教授及国内外论文和资料的作者们的大力协助，特别是谌向军先生提供的重要资料与许多宝贵的建议以及王玉芳女士的大力支持. 我还要感谢华中理工大学出版社为本书的出版所付出的辛勤劳动.

由于作者水平有限，书中不足之处在所难免，望读者不吝赐教.

编　　者

1993年12月

内容提要

本书系根据作者多年来从事模糊数学的教学与科研的经验和成果的基础上编辑而成的。作者结合国内外大量应用的实例深入浅出地介绍了模糊数学的基本理论与应用，叙述严谨、循序渐近、形象生动、便于读者掌握.其主要特点是:一方面突出模糊数学的方法，另一方面则是突出该方法在国民经济中的应用.

本书可供研究生(特别是计算机科学、管理科学、信息与系统科学研究生)、科技工作者、有关教师阅读，亦可供大专院校学生从事科研时参阅.

目　录

第一章　模糊集的一般概念

本章包括三部分内容.第一部分是阐明了模糊数学诞生的历史背景和发展过程.因为它具有强大的生命力和渗透力,所以模糊数学的应用触角已触及到国民经济领域的各个学科;第二部分是学习模糊数学所必备的基础知识,内容包括集合论、格论;第三部分着重介绍模糊集合的基本概念、运算法则、基本定理及实践中的应用.

§1.1　模糊数学与国民经济

一、模糊数学与经典数学

提起数学来,人们很自然地就会想到它是精确的,但是在现实世界里存在大量的模糊现象.例如:"好"、"坏"、"长"、"短"、"一大堆"、"一小撮"、"太热"、"太冷"、"比较甜"、"比较苦"、"物美价廉"、"地大物博"等等,过去都很难用数学描述.直到1965年,美国自动控制论专家、加利福尼亚大学教授查德根据工作中的体会写出了一篇新论文《模糊集合》[1],开始用数学的观点来刻划模糊事物,这就标志着模糊数学这门新学科的诞生[1].

模糊数学决不是把已经很精确的数学变得模模糊糊,而是用精确的数学方法来处理过去无法用数学描述的模糊事物,因为在现实世界里如果要想绝对地精确是办不到的.例如,如果在作化学实验的时候,需要加某种药物,具体加多少这是要求比较精确

的，为此要使用分析天平. 但是炊事员在炒菜的时候加入盐和酱油“少许”，“少许”这个概念就是模糊的. 它只是凭炊事员的经验确定，而不需要、也不可能很精确. 即使是使用了分析天平、电子计算机等先进工具而让一个不会炒菜的人去做，也决不可能比有经验的炊事员做的菜好. 这是因为化学实验中的化学变化是比较简单的，而炒菜的过程是比较复杂的，这里面有化学成分的变化，也有物理作用以及多方面的复杂因素（如火候、调料、时间等等），决不是列出一两个方程就能解决的，也就是说它是一个涉及面非常广泛的“大系统”，而“大系统”是很难用过去的传统数学方法来计算的，很多是实践和经验的总结. 而精确数学对这些就完全无能为力. 如果非要用精确的数学方法去“生搬硬套”不可，反而会错误百出[2].

模糊数学的出现，给我们研究那些复杂的、难以用精确的数学描述的问题带来了方便而又简单的方法. 国际上有人说它是“异军突起”. 也正是因为这点，模糊数学才能渗透到各个领域里去，并且显示出强大的生命力.

你看下去将会知道，模糊数学的概念其实是从普通数学也就是精确数学概念推导出来的，因此我们可以说：模糊数学包含着精确数学. 从模糊数学的研究和应用的方法说来，使用的完全是普通数学的方法，这也就说明了模糊数学跟普通数学有难解难分的亲密关系. 原来，模糊数学只是精确数学的延伸和推广.

二、电子计算机的发展促进了模糊数学的诞生.

随着科学的发展，那些过去跟数学毫无关系的学科如生物学、心理学和各种社会科学学科，都迫切要求定量化和数学化. 因为在这些领域里还蕴藏着大量的、人们还未发现的规律，要想发掘这些知识宝库，单靠过去的“手工式”的脑力劳动是困难的，

必须利用电子计算机这个强有力的工具.但是使用电子计算机首先遇到的问题就是要排程序,而在排程序之前必须把需要解决的问题化做数学符号,这叫做“构造数学模型”.现有的数学主要是根据力学、物理学、天文学的发展需要而建立起来的.因此目前的数学方法,也就是所谓“精确的”数学方法,也只能反映这些学科的特点,而不能生搬硬套地去解决别的学科的问题.实践证明:现有的数学是很难进入生物学、心理学和社会科学领域的大门的,原因倒不是这些学科太简单,不必应用数学,而恰恰相反,正是因为它们的规律太复杂,使现有的数学无法反映它们的真实面貌.

但是这些学科要发展,就不能让数学长期地在它们门外徘徊.现有的数学远远没有达到跟这些学科自由交往的水平,这是一个很突出的矛盾.随着科学的深化,很多学科都迫切要求数学化和定量化,换句话说,也就是要精确化.而另一方面,科学的深化也就是问题的复杂化,而复杂化的东西是难以精确化的.这就使许多科技工作者从实践中总结出一条所谓“互克性原理”,也叫“不相容原理”:“当一个系统复杂性增大的时候,我们使它精确化的能力就会减少:在达到一定阈值(就是限度)的时候,复杂性跟精确性就会相互排斥”.因此跟复杂性相伴而来的就是“不精确性”,也可以说是“模糊性”.

精确性虽然跟复杂性有矛盾,却是使电子计算机执行越来越繁重的使命所必需的.例如自动控制、医疗诊断、人工智能等等都涉及到庞大而复杂的系统,因此计算机科学就成为精确性跟复杂性搏斗的疆场,换句话说,也就是精确性跟模糊性搏斗的疆场.搏斗的结果就导致了模糊数学的诞生.所以我们可以说:计算机科学是模糊数学的摇篮.

虽然精确性跟模糊性搏斗的结果促进了模糊数学的诞生,

但是也不能说是模糊性战胜了精确性. 因为模糊数学虽然是描述具有模糊性事物的一种数学工具，它本身却还是精确的. 从某种意义上来说，模糊数学是架在形式化思维和复杂系统(对应着模糊机理过程)之间的一座桥梁，通过它可以把多年积累起来的形式化思维，也就是精确数学的一系列成果，应用到复杂系统里去. 模糊数学也可以认为是从复杂的模糊现象中求得精确数学规律的一门学科[3].

三、国民经济中的模糊现象

模糊数学是一门崭新的数学分支，它是由实践的需要而产生的. 如果说统计数学的产生，把数学应用范围从必然现象扩大到偶然现象的领域. 模糊数学的产生则把数学的应用范围从精确现象扩大到模糊现象的领域. 统计数学研究和处理随机性，模糊数学研究和处理模糊性，二者都属于不确定性数学，它们之间有深刻的联系，但又有本质的不同[4].

因此有很多学者预测未来的数学将分做经典数学，统计数学和模糊数学三大类. 他们把经典数学叫第一代数学，统计数学叫第二代数学，模糊数学叫第三代数学.

人们正是用这三种数学来分别刻划客观世界中不同的量[30]：

$$\text{量}\begin{cases}\text{确定性 —— 经典数学，}\\ \text{不确定性}\begin{cases}\text{随机性 —— 统计数学，}\\ \text{模糊性 —— 模糊数学.}\end{cases}\end{cases}$$

由此可见模糊数学已经不单纯是数字和符号的形式演算，而且能够模拟人脑思维的模糊机理过程，它的强大的生命力就正表现在这里.

模糊数学的发展是跟计算机科学、系统工程(研究大系统的

一门学科）和人工智能（用机器模拟人或制造机器人的一门学科）的发展息息相关的．在很久以前，人们就在探索寻求能进行思维和推理的智能机器．这可以追溯到德国数学家莱布尼茨（1646－1716）、英国数学家布尔以及计算机科学的先驱者英国数学家巴贝奇（1792－1871）和图灵（1912－1954）等人的工作．但是直到电子计算机发展到能够应付复杂工作的阶段，他们的想法才有可能实现．而计算机在模拟人脑思维的时候，又必须用模糊数学来建立数学模型，这一点不管是自觉的还是不自觉的，都要涉及到隶属函数等模糊数学概念．

模糊数学虽然只有 20 来年的历史，从理论上还远远谈不到完善，但是我们决不能苛求一个只有 20 来年历史的新学科象古老的学科那样完美．我们现在应该看到它的发展趋势，这可以从全世界有关模糊数学的论文总数统计看出来；1965 年，2 篇；1968 年，22 篇；1970 年，69 篇；1972 年，169 篇；1974 年，395 篇；1976 年，552 篇；1980 年，1500 篇（其中博士论文 200 篇）；到 1984 年大约有 4000－8000 篇．论文涉及面是十分广泛的，它不仅使数学的其他分支迅速“模糊化”（也就是按模糊数学的观点来改造这个数学分支），同时它的应用触角也涉及到国民经济（所谓国民经济就是社会的生产、流通、分配和消费的总体．它不但包括各个生产部门，如工业、农业等，而且包括一切直接为生产服务的部门，如运输业、商业、信贷业以及文化、教育、科学研究、医药卫生事业等）的各个领域，如心理学、生物学、化学、物理学、气象学、电子学、计算机科学、控制论、信息论等等，特别是那些过去不能应用数学的学科，应用了模糊数学之后都取得了显著的成果．就拿电子计算机诊病来说吧，采用模糊数学作为模型编制程序以后，治疗效率有的竟达 97％以上，甚至于超过名医本人，这倒不是说计算机比人更聪明了，而是它“学习”了名医的

经验以后，能严格、精确地开出处方. 医师本人还有疏忽和遗忘的时候，而电子计算机却永远不会疏忽和遗忘.

模糊数学的渗透力是非常强的，各行各业似乎都或多或少地应用它，这种事例也是非常多的，例如天气预报和石油生产等等. 有些已经参加工作的青年读者也许没有可能在短期里面接触比较高深的模糊数学理论，但是这也不影响把这门新学科应用到自己的工作上去，因为深奥的理论固然有用，但是在很多具体的事例中，却是凭经验选定隶属函数，再经过简单的运算就能基本解决实际问题. 这也正是模糊数学的特点，它能使人花比较少的精力而获得足够的信息.

由于当代科学技术既高度分化又高度综合，宠大的科学体系已经成为多层次多系列的一个整体结构，模糊数学就是研究这种整体结构而又高度分化的一个有力工具，因此它必将有广阔的应用前景. 周恩来先生青年时代写的《雨中岚山--日本京都》一诗里有这样的诗句：

潇潇雨，雾蒙浓；
一线阳光穿云出，愈见姣妍.
人间的万象真理，愈求愈模糊；
——模糊中偶然见着一点光明，
真愈觉姣妍.

这正是对模糊数学最好的注解.

§1.2　模糊理论的数学基础

一、经典集合论

17 世纪，笛卡儿提出了变量概念，这是数学发展史中的一

件大事，从此，运动和过程进入了数学.

19 世纪末，康托又创立了集合论，(经典集合论)已成为现代数学的基础.

(一)集合及其表示法

集合是现代数学中一个最基本的概念，不能用更简单的概念来定义它，仅给出一种描述.

所谓集合乃是"具有某种性质的、确定的彼此可以区别的事物的汇总". 构成集合的事物叫做集合的元素或元，通常用大写字母 A、B、C、…、X、Y、Z 等表示集合，而用小写字母 a、b、c、…、x、y、z 等表示元，当元 a 属于集合 A 时，记为 $a\in A$；当元 a 不属于集合 A 时，记为 $a\overline{\in} A$. 集合也简称为集.

经典集合具有两条最基本的属性：元素彼此相异及范围边界分明，一个元素 x 与集合 A 的关系是：要么属于 A，要么不属于 A，二者必居其一，即"非此即彼"！

为了表示简洁，将引用一些符号：

"$\forall x\in A$"表示"集 A 中的所有元 x"，

"$\exists x\in A$"表示"集 A 中存在一个元 x".

设 P、Q 是两个命题，

"$P\Rightarrow Q$"表示"若 P 成立，则 Q 成立"；

"$P\Leftrightarrow Q$"表示"当且仅当 P 成立时 Q 成立"；

"$P(x)$"表示"关于 x 命题"或"x 具有性质 P"；

"$A=\{x|P(x)\}$"表示"具有性质 P 的 x 所构成的集". "$\triangleq$"表示"定义为或记作".

常用的一些名词和术语如下：

空集　不含任何元的集称为空集，记为$\varnothing$.

有限集　含有限个元素的集称为有限集，记为

$$A=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}.$$

无限集 非有限集称为无限集.

单元素集 仅含一个元 a 的集称为单元素集，记为 $\{a\}$，a 与 $\{a\}$ 的意义是不同的，它们之间的关系是 $a\in\{a\}$.

论域 作为对象被考虑的所有元的全体称为论域，通常以大写字母 U,V 或 X,Y 表示.

幂集 论 U 是论域，由 U 的所有子集为元素而构成的集称为 U 的幂集，记为 $P(U)$. $\varnothing$ 与 U 是 U 的两个特殊子集，称为 U 的平凡子集（$P(U)$ 又记为 $\mathscr{T}(U)$）. 集合表示法有三种. 把一个集合的元素全部列出，并用花括号括起的方法，叫做列举法. 例如：

四害＝{苍蝇，蚊子，老鼠，臭虫}

中国的直辖市＝{北京，天津，上海}

如果一个集合中有许多元素，或者有无限多个元素，用列举法就不行了，这时可用定义法来代替. 所谓定义法，就是用构成集合的定义来表示集合，也就是用集合中元素的共性来描述集合. 因此又称这种表示法为描述法：用 $A=\{x\mid P\in x\}$ 来表示. 对论域 U 的子集 A，由

$$C_A(x)=\begin{cases}1, & x\in A;\\ 0, & x\notin A.\end{cases}$$

所定义的函数 C_A（有时记作 χ_A）称为 A 的特征函数・[特征函数 $C_A(x)$ 或 $\chi_A(x)$ 也可记作 $A(x)$].

特征函数 χ 可表示元素 x 是否属于集合 A：若 $x\in A$，则 $\chi_A(x)=1$；若 $x\notin A$，则 $\chi_A(x)=0$.

通过各元素的特征函数与集合 $\{0,1\}$ 中的元素一一对应，就能清楚地勾划出一个集合. 例如，一个学习小组共有六人，记作 x_1、x_2、x_3、x_4、x_5、x_6，在这一论域中，“男生”与“女生”集合可分别表示为

男生$=0/x_1+1/x_2+0/x_3+1/x_4+1/x_5+1/x_6$

女生$=1/x_1+0/x_2+1/x_3+0/x_4+0/x_5+0/x_6$

值得注意的是，式中的加号并非表示相加，仅借用来表示列举；每项分式也并不表示相除，分母表示元素的名称，分子为该元素对应的特征函数值.

一个集合的元素个数，叫做该集合的基数. A 集合的基数，记作 $n(A)$. 如四害集合的基数是 4，即 n(四害)$=4$. 基数为有限数的集合叫做有限集；元素的数目无限时，就称为无限集. 例如

$\{x|x$ 为奇数$\}$，$\{x|x$ 为偶数$\}$

都是无限集，对于无限集，我们就不能用一个数字来写出它们的基数. 但另有描述其基数的方法，这里不加讨论.

（二）集合的关系与运算

包含 $\forall x\in A\Rightarrow x\in B$，则称 B 包含 A，记为 $A\subseteq B$，并称 A 是 B 的子集；若 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$，则称 A 与 B 相等，记为 $A=B$（否则，$A\neq B$）；若 $A\subseteq B$，但 $A\neq B$，则称 B 真包含 A，记为 $A\subsetneqq B$. 并称 A 是 B 的真子集.

设 U 为论域，A、B、$C\in P(U)$，定义集的运算如下：

并集 由 A 和 B 中的元的全体所构成的集称为 A 与 B 的并集，记为 $A\cup B$，即 $A\cup B=\{\mu|\mu\in A$ 或 $\mu\in B\}$.

交集 由 A 和 B 中的公共元所构成的集称为 A 与 B 的交集，记为 $A\cap B$，即 $A\cap B=\{u|u\in A$ 且 $u\in B\}$.

差集 由属于 A 但不属于 B 的元所构成的集称为 A 与 B 的差集，记为 $A\backslash B=\{u|u\in A$ 且 $u\overline{\in} B\}$ 或 $A-B=\{u|u\in A$ 且 $u\overline{\in} B\}$.

补集 由论域 U 中不属于 A 的元所构成的集称为 A 在 U 中的补集，记为 $U\backslash A=A^c\triangleq\overline{A}$. 当 $B\subseteq A$，称 $A\backslash B$ 为 B 在 A 中的补集.