

最优计划原理、方法及其应用

王寅初 编著

中国计划出版社

最优计划原理、方法及其应用

王寅初 编著

中国计划出版社

1999 北京

目 录

第一章 引言	(1)
第二章 最优计划原理	(3)
2.1 系统原理	(3)
2.2 优化原理	(4)
第三章 最优计划数学模型	(6)
3.1 最优计划数学模型的特点	(6)
3.2 最优计划数学模型的分类	(9)
3.3 建立最优计划数学模型的一般步骤	(11)
第四章 单个变量函数的最优化	(15)
4.1 极值点	(15)
4.2 极值点的必要条件	(15)
4.3 极值点的充分条件	(18)
4.4 内部极值点的充分必要条件	(19)
4.5 不允许欠货的最优存储计划	(20)
4.6 昆山县三熟制比例的经济适合点问题	(23)
4.7 最优积累率的计算	(27)
第五章 多个变量函数的最优化(无约束)	(31)
5.1 多变量函数的极值点	(31)
5.2 二元函数极值点的必要条件	(32)
5.3 二元函数极值点的充分条件	(34)
5.4 多变量函数极值的必要条件和充分条件	(37)
5.5 允许欠货的最优存储计划	(41)
5.6 经济预测中的最小二乘法	(45)
第六章 多个变量函数的最优化(有约束)	(48)
6.1 一个例子——生产力布局问题的优化模型	(48)
6.2 具有等式约束问题的最优性必要条件	(50)
6.3 一般约束极值问题的最优性必要条件	(52)
6.4 约束极值问题的最优性充分条件	(57)
6.5 多品种最优存储模型	(60)
6.6 资源最优分配与价格形成	(62)
6.7 库恩—图克条件的一些经济应用	(67)
第七章 线性规划	(71)
7.1 线性规划问题的例子	(71)
7.2 线性规划的标准形式	(73)
7.3 线性规划解的性质	(75)
7.4 单纯形方法	(79)
7.5 初始基本可行解的产生	(85)
7.6 全部最优解的求得	(89)

7.7	修正的单纯形方法	(91)
第八章	线性规划对偶理论和灵敏度分析	(94)
8.1	线性规划对偶理论	(94)
8.2	一些定理的证明	(99)
8.3	对偶性的经济解释	(100)
8.4	对偶单纯形方法	(102)
8.5	原始——对偶单纯形法	(107)
8.6	灵敏度分析	(109)
8.7	创汇最大问题最优解分析	(113)
第九章	特殊类型的线性规划	(116)
9.1	产销平衡的运输问题	(116)
9.2	产销不平衡的运输问题	(120)
9.3	能力受限的运输问题	(121)
9.4	整数线性规划——分枝界限算法	(125)
9.5	整数线性规划——割平面法	(129)
9.6	界变量处理技术	(132)
第十章	线性规划应用实例	(137)
10.1	河北省粮棉生产基地的布局	(137)
10.2	兴县农作物种植结构与布局安排	(141)
10.3	磷肥行业的中长期规划	(146)
10.4	石人沟铁矿汽车运输组织的优化	(151)
10.5	山西能源重化工基地的经济规划	(153)
10.6	全国纺织系统“七五”规划的计算	(158)
第十一章	单变量最优化问题的数值方法	(163)
11.1	引言	(163)
11.2	寻查区间的确定	(164)
11.3	平分法	(166)
11.4	分数法(斐波那契法)	(167)
11.5	0.618法(黄金分割法)	(172)
11.6	二次插值法	(175)
11.7	三次插值法	(178)
11.8	最优积累率计算实例	(181)
第十二章	用导数的无约束最优化方法	(185)
12.1	最速下降法	(185)
12.2	平行切线法	(189)
12.3	共轭斜量法	(190)
12.4	牛顿法	(196)
12.5	变尺度方法	(199)
12.6	非线性最小二乘法	(205)
12.7	龙溪河梯级水电站的经济调度	(210)
第十三章	不用导数的无约束最优化方法	(215)
13.1	坐标轮换法	(215)
13.2	模式搜索法	(216)

13.3	坐标旋转法	(221)
13.4	单纯形方法	(229)
13.5	共轭方向法	(235)
13.6	江苏工业中技术进步的测度和分析	(238)
第十四章	有约束最优化方法	(242)
14.1	引言	(242)
14.2	近似规划法	(243)
14.3	割平面方法	(246)
14.4	二次规划的沃尔夫算法	(252)
14.5	可行方向法	(258)
14.6	投影梯度法	(266)
14.7	简约梯度法	(272)
14.8	复合形方法	(277)
14.9	罚函数方法	(281)
14.10	序贯权因子方法	(287)
14.11	苏州水污染控制系统的最优规划	(290)
第十五章	统筹方法	(293)
15.1	引言	(293)
15.2	工序流程图及其结构	(293)
15.3	工序流程图的画法	(296)
15.4	工序流程图的参数计算	(300)
15.5	计划安排与管理	(304)
15.6	考虑随机因素	(308)
15.7	四川化工总厂废热锅炉检修计划	(310)
第十六章	一维动态规划	(314)
16.1	引言	(314)
16.2	多阶段决策问题	(314)
16.3	动态规划的基本思想	(316)
16.4	最优性原理和动态规划的基本方程	(320)
16.5	应用动态规划方法的某些必要条件	(324)
16.6	离散动态规划的表格解法	(325)
16.7	阶段效益和状态转换为非线性时的连续型动态规划	(327)
16.8	用动态规划求解某些非线性规划	(329)
16.9	状态反演——顺序求解动态规划	(333)
第十七章	多维动态规划	(336)
17.1	引言	(336)
17.2	多状态变量问题	(336)
17.3	多决策变量问题	(340)
17.4	拉格朗日乘子与状态变量的减少	(343)
17.5	逐次近似法	(348)
17.6	超曲面搜索算法	(351)
17.7	研究动向	(356)
第十八章	晋煤最优生产结构的动态规划求解	(357)

18.1	引言	(357)
18.2	晋煤生产结构的动态规划建模	(357)
18.3	模型的求解	(360)
18.4	结果分析	(361)
第十九章	最优控制基础	(362)
19.1	基本概念	(362)
19.2	古典变分法——固定端点变分问题	(367)
19.3	变动终点的变分问题	(371)
19.4	变分与微分的比较	(375)
19.5	无约束最优控制问题的变分方法	(377)
第二十章	最大值原理	(385)
20.1	引言	(385)
20.2	连续系统的最大值原理	(385)
20.3	离散系统的最大值原理	(392)
20.4	连续和离散系统最大值原理的比较	(396)
20.5	与动态规划的联系	(398)
第二十一章	最优控制的数值计算方法	(403)
21.1	无约束最优控制的数值计算方法	(403)
21.2	有约束最优控制的数值计算方法	(407)
21.3	积累率的最优控制分析	(409)
第二十二章	大系统最优化	(415)
22.1	引言	(415)
22.2	大规模线性规划问题的分解、协调方法	(416)
22.3	大规模非线性规划的分解协调方法	(424)
22.4	线性二次型动态大系统的分解协调方法	(429)
22.5	非线性动态大系统的分解协调方法	(435)
22.6	伦敦西区交通高峰的计算机控制	(438)
第二十三章	多目标分析的概念	(443)
23.1	引言	(443)
23.2	多目标分析的基本步骤	(444)
23.3	多目标问题的数学描述	(446)
23.4	多目标分析中决策者的作用	(448)
23.5	效用理论	(449)
第二十四章	生成非劣势集的方法	(451)
24.1	一些有用的概念	(451)
24.2	加权方法	(453)
24.3	ϵ —约束方法	(455)
24.4	菲利浦的多目标单纯形方法	(458)
24.5	席勒尼的多目标单纯形方法	(465)
24.6	美国圣佩乔河盆地的多目标管理决策	(470)
第二十五章	决策者事先阐明偏好的连续方法	(475)
25.1	引言	(475)
25.2	目的规划	(475)

25.3	效用函数的评估	(482)
25.3.1	有价值证券分析	(482)
25.3.2	单属性效用函数的评估	(483)
25.3.3	多属性效用函数的评估	(485)
25.3.4	墨西哥城机场开发实例	(487)
25.4	替代价值折衷方法	(492)
25.5	中外合资经营企业谈判中目的规划的实际应用	(497)
第二十六章	决策者事先阐明偏好的离散方法	(504)
26.1	引言	(504)
26.2	利用序值函数的方法	(505)
26.3	加权平均方法	(507)
26.4	权数确定和属性的定量测度	(508)
26.5	达拉斯市洪泛管理措施的多目标分析	(509)
第二十七章	决策者偏好逐步明确的方法	(513)
27.1	引言	(513)
27.2	分步法	(513)
27.3	杰弗林方法	(517)
27.4	协调规划	(520)
27.5	序贯多目标问题求解方法	(526)
27.6	美国鲍欧河流域工业水污染的多目标管理	(528)
第二十八章	随机规划方法	(533)
28.1	引言	(533)
28.2	期望值方法 (E 模型)	(533)
28.3	二阶段决策	(537)
28.4	确定性等价物的导出	(541)
28.5	概率约束方法 (α 模型)	(546)
28.6	评价和展望	(548)
第二十九章	多目标随机方法	(549)
29.1	概率折衷方法	(549)
29.2	随机非劣势解	(554)
29.3	概率投入产出模型	(557)
29.4	露天采煤后土地垦殖的多用途研究	(560)
第三十章	模糊规划	(575)
30.1	一些基本概念	(575)
30.2	模糊约束条件下的极值问题	(576)
30.3	模糊线性规划——约束模糊	(579)
30.4	模糊线性规划——多目标模糊最优解	(582)
30.5	有模糊系数线性规划	(583)
后 记		(589)

第一章 引 言

在传统的计划经济向社会主义市场经济进行转轨的今天，或在社会主义市场经济体制基本建成的明天，在我们的经济生活中还要不要计划？其答案是非常明确的。我们不仅需要计划，而且需要更好的计划。只有这样，才能适应比计划经济时代更为复杂多变的情况和竞争激烈的市场。很难设想，一个没有良好计划的个人、部门或单位，能在对手林立的市场上取胜。只有运筹帷幄，充分考虑了各种复杂因素并制订出好的计划，才能决胜于千里之外。

人类改造世界的实践活动是一种有意识、有目的的活动。它是按照预定的目的，以预定的方式方法改造世界，满足人类的各种需要。人类活动按其范围来划分，有社会生产活动、社会政治活动、社会信息活动等。不论是从事哪一种实践活动，人们都需要使用各种不同的资源，诸如土地，资金，人力，能源，设备，等等。为了以经济的方式使用这些资源，就需对所要进行的活动有好的计划，以提高实践的效率和效益。因此，计划是经济和社会活动中普遍存在的现象。无论是社会主义制度国家还是资本主义制度国家，无论是中央计划经济的国家还是市场经济的国家或是混合经济的国家，都需要编制各种计划。编制计划的活动，在经济和社会生活的各个层次上都在发生着。无论是综合管理部门还是基层企业、事业单位，甚至家庭和个人，都经常要制订计划，执行计划。任何一个实践活动的成功，都同时意味着计划活动的成功。

计划作为人类的一种有意识、有目的的活动，它至少涉及两个方面的内容，一是有明确的目标，二是有实现目标所要采取的考虑了资源条件的行动方案。

计划的首要问题是确定正确的目标。目标是活动的最终目的，是通过努力争取达到的所希望的未来状态。由于全部活动都是围绕着实现这个预定的目标设计的，所以正确确定目标就成为十分重要的工作。因为，目标一错，就会一错百错。在目标确定错误的情况下，工作越是努力，方案越是精密，造成的损失就越大。制定科学的计划目标首先要保证内容正确，目标之间应当协调一致。其次，必须要充分考虑到客观环境和主观条件对目标实现的影响，也就是说目标必须是经过努力可以实现的。如果对各种条件的困难性认识不足，目标过高，不切实际，无法实现，就会挫伤人们的积极性；而目标过低，不需要什么努力就垂手可得，也会压抑人们的积极性和创造性。

计划过程的中心环节是拟定各种可供选择的方案，设计实现目标的途径。计划方案的拟定，是在对大量信息进行分析和对未来发展进行预测的基础上进行的，并充分考虑方案的可行性和效果问题。

编制计划的核心工作是进行定性的和定量的分析，需要可靠的和大量的信息和数据。这些信息和数据中可以有各种政策、法规文件，有关的技术资料，各种统计资料，财务核算资料，市场调查资料或专家调查资料，或者是国内、国际同类计划编制单位的同类计划方案的参考资料，也可以有形成时间序列的历史资料或者横断面资料。这些资料是编制计划的基础，因此，它们必须翔实，可靠和具有时效性。任何虚假的、不实的或过时的资料，都将导致计划编制的失败。

好的计划的编制，需要科学的预测分析。党的十二届三中全会“关于经济体制改革的决定”中指出，要“充分重视经济信息和预测，提高计划的科学性”。这是由于计划编制需要集中考虑的是未来的事件、未来的发展。因此，对计划目标的未来发展的预测，尤其是对于在计划方案中即将采取的决策、政策所可能产生的效果的预测，显得十分重要。正规的预测分析，需要建立合适的预测模型。通常，用于计划编制的各种合适模型，都具有描述与计划目标相关的事物的发展规律并从而对其进行分析预测的性能。

编制的计划是否可行的问题，主要是从所研究的系统出发，充分考虑各种对实现目标起限定作用和起决定作用的因素，比如人力、财力、物力和其它各种资源条件的约束，对各种计划方案进行可行性分析和研究，提出各种可行的方案作为备选方案。

效果是活动产生的有效结果，它包括活动的效率和效益，与活动的目标紧密联系在一起，反映活动是否能够达到目标以及在多大程度上实现所拟定的目标，表明了计划方案的优劣。客观上，对同一计划目标的实现总是存在着多种可能的方案，它们之间有优劣之分。可行方案虽然都是可以达到目标的，但也有优劣之别。因此需要从全局出发，对各种备选方案进行全面分析和综合评价，按照一定的价值标准进行选择。所谓最优计划，就是从计划的多种方案中，选择最佳的计划方案，从而达到理想的目标和获得最佳的效果。选择最优计划方案是管理的关键环节，它是在各种可供选择的方案的基础上，经过权衡利弊得失，找出最优的行动方案的过程。

一般说来，选择最优计划方案不是一个直接了当的问题，需要借助科学的方法和先进的工具，需要有能够掌握运用这些方法和工具的技术业务人员以及理解并接受科学决策的领导。

在我们国家，对编制好的计划方案的方法论的研究，已经有了较长的历史，在七十年代以来的几十年里发展很快。研究工作者主要集中在大专院校和科研单位，他们的研究成果被积极地推广应用到实际经济管理部门和生产单位并取得了明显的效益。著名的华罗庚教授和他的深入浅出的优选法就是一个生动的例子。但是，由于大量的、好的编制计划方案的方法一般都较为复杂，需要业务技术人员具有一定的科学文化知识，需要使用电子计算机作为基本的工具，也需要作决策的领导者能对新知识有所了解。因此，它们的推广应用在相当一段时间里受到了一定的限制。

随着信息化浪潮的兴起，微型计算机迅速普及到各级管理部门，在日常工作和管理实践中使用计算机已不是只有少数人才有的“专利”。随着科教兴国发展战略的实施，各级管理部门业务技术人员的受教育程度普遍提高，知识结构得到明显改善。随着各级领导干部的年轻化 and 知识化，在各级管理部门的决策实践中广泛采用来自现代管理手段的建议和方案有了前所未有的机会。在这种新的形势下，向广大管理决策人员介绍现代管理科学中的最优计划方法具有特别重要的意义。本书的主要目的就是向各级管理部门的计划编制人员全面介绍编制最优计划的各种方法和它们在现实世界中的各种应用实例。

作者二十多年来一直工作在与计划部门密切相关的领域，从事经济模型的研制和应用。从多年的实践中，深切感到一个好的计划方案所能产生的巨大社会和经济效益，深切感到非常有必要向广大计划编制与管理人员全面介绍最优计划方法。因此，本书编入了各个种类的最优计划编制方法，从线性的到非线性的，从连续的到离散的，从单目标的到多目标的，从静态的到动态的，从确定性的到不确定性的，从一般规模的到大系统的，都分别作了介绍。另一方面，为使读者能确实看到最优计划方法的实际应用潜力，书中对每一类最优计划方法都提供了作者多年来收集的、来自管理第一线的实际应用例子。这些实例的涉及面很广，大到关于整个国家的最优积累率分析的，小到一个企业的一台设备的大修计划；有关于一个行业的全国发展计划的，有关于一个省的某个产业的发展计划的，也有关于一个县的农作物种植计划的；有关于环境保护中的城市水污染防治的，也有关于城市道路交通管理方案的；有关于电站系统的运行管理计划的，也有关于运输车辆调度计划的；有关于流域管理计划的，也有关于区域防洪规划的；有国内的例子，也有国外的例子，还有关于中外经济合作谈判计划的，等等。希望它能在帮助各级各类管理部门和管理人员提高各种计划和计划方案的编制质量方面，起到有益的作用。

第二章 最优计划原理

最优计划建立在一系列基本原理基础之上,其中最主要的是系统原理和优化原理,它们是各种领域实现最优计划所遵循的普遍规律。

§ 2.1 系统原理

系统原理是自然界和社会客观存在的一个基本原理,它是世界上一切事物存在和发展的基础。所谓系统,是由若干要素构成的具有一定特殊功能的有机整体,它不同于组成它的要素,而是具有许多新的整体特性。系统原理是把计划目标和客观条件视作一个系统,从系统的整体性出发,注重于系统与要素、要素与要素、系统与环境之间的联系,综合而又精确地把握系统的本质及其运动规律,从而以最优的方法达到计划的目的。

系统原理主要表现在系统的整体性、目的性、稳定性等方面。

整体性是系统的最基本的特征,系统之所以成为系统,就是因为它具有整体性。整体性是揭示系统本质的最高原则,从某种意义上来说,系统原理就是有机整体原理。首先,认识事物,无论是认识事物的要素,还是认识整个事物,都要从系统的整体出发,以整体为准绳,以整体为归宿;其次,要把对象作为一个系统来考察,把握整体特性和运动规律;第三是,把对象置于它所属的系统之中来考察,系统的整体性质与规律只存在于诸要素的相互联系和相互作用之中。

系统的整体性,又被称作系统整体大于部分之和,其实质是系统的整体具有系统中部分所不具有的性质,系统整体不同于系统的部分的简单相加,系统的性质不能完全归结为系统要素的性质来解释。

系统的整体性是与分析和综合紧密联系在一起的。分析是把整体分解为部分来认识的,认识部分是为了更好地认识整体。综合是把部分综合成为一个整体,揭示系统的部分所不具有的整体性质。综合是分析的深入,也是分析的归宿。综合以分析为基础,没有分析就没有综合。同样,分析也以综合为前提,没有综合的分析,那么它就什么也不是。分析的深入把人们的认识引向一个新的深度,把握事物的深层本质,综合的发展使人们的认识进入一个新的境界和高度,使人们克服视野带来的局限性,形成一个关于有机统一体的新认识。

目的性是组织系统发展变化时表现出来的一个鲜明特点,它是组织系统在与环境的相互作用中,在一定的范围内其发展变化不受或少受条件变化或途径经历的影响,呈现出某种趋向预先确定的状态的特性。系统的目的性是系统原理重要组成部分,它体现了人类认识的能动性。人类活动的目的性表现为人类认识的能动性,而人类认识的能动性则寓于人类活动的目的性之中。

系统的目的性是在系统的发展变化中表现出来的,因此它必然与系统的开放性紧密联系着。由于系统是开放的,通过系统与环境的物质、能量和信息的交换,使得系统受到环境的影响,并针对环境的实际情况作出反应、调整 and 选择,从而使自己的潜在的发展能力得以表现出来。系统对环境的输入必须作出反应,同时对环境的反应输出给环境,从而影响环境,如此周而复始,实现系统的目的。

从系统的发展变化来看,系统的目的性,一方面表现为系统发展的阶段性,另一方面表现为系统发展的规律性,实际上是系统发展变化的阶段性与系统发展变化的规律性的统一。

系统的目的性使人类可以用不同的方式表示系统的发展状态,既可以用现实的状态来表示,也可以用一定发展阶段的状态来表示,还可以用现实状态与发展终态的差距来表示。因此,

人们可以从原因研究结果,以一定的原因实现一定的结果,也可以从结果来研究原因,按照预先设想的一定蓝图来探究一定的原因。系统的目的性说明,系统的发展实际上是朝着系统发展的终态变化的,也就是使系统的现实状态与发展终态的距离缩小为零。这就为人类预先确定计划目标,并致力于设计相应的反馈机制实现所确定的目标,奠定了基础。

稳定性是指系统在外界作用下具有一定的稳定能力,能够在一定的范围内自我调节,保持和恢复系统的有序状态。一个组织之所以在受到干扰的情况下,能够迅速排除偏差,恢复到正常的稳定状态,就在于它具有稳定性。而实现这种稳定性的关键,则是系统的负反馈机制。实际上,系统的整体性、目的性和稳定性是互相紧密联系的,它们都与系统的负反馈能力有关,与在负反馈基础上的自我调节、自我稳定能力相联系。

§ 2.2 最优计划原理

优化原理是世界客观事物存在和发展的一个普遍原理,它是最优计划的基础。通常,人们把自然系统的组织、结构和功能的自我改进称之为进化,而把人工对于系统的组织、结构和功能的改进称之为优化,两者实际上本质是相同的,前者是自然优化,后者是人工优化。前者是自然系统的自组织优化,后者是人类对于对象组织的优化。

自然界的永恒发展,遵循着优化原理。现代科学成果充分表明,宇宙的演化过程是一个优化过程,对称破缺、从不稳定走向稳定,就是一般的优化趋势。最小势能原理表述的正是这样一种趋势,即所有的存在物都以取得最小势能、获得最大稳定性为自己的一般目的。原子、分子以及各种无机物,在与环境的相互作用中,都遵循着这样的规律,即要通过与环境的相互作用使自己的存在得到优化的有利地位,否则它就不能在环境中稳定地存在。

作为计划主体的人或组织,只要他是一个合格的管理主体,他就应该在制定计划的决策中遵循优化原理。具体地说就是,他能够诊断问题并确定最优计划目标,能够探索可能的计划方案,能够预测可能产生的各种结果,能够使用最优标准选择最优方案。

古希腊在建筑施工中发现长方形的长与宽的最佳比是黄金分割比,至今人们还在广泛应用着。阿基米德证明周长一定时圆所包含的面积最大,成为欧洲古城堡建筑都采取圆形建筑的原因。17世纪,在微积分中提出了求解函数极值的问题。著名数学家欧拉有句名言说,世界上的一切事物无不呈现出极大或极小的特征。他还用数学语言表述了这样一种信念,即万事万物总是具有其相对优劣性,研究的目的是发现其优劣之处。20世纪以来,人们更加认识到系统的优化问题,认为这是系统发展的重要途径。

优与劣是相对的,世界上没有绝对的优,也没有绝对的劣。一定的优总是以一定的劣相比较而言的。没有劣就没有优,没有优就没有劣。在一定的条件下是优,但在另一条件下则就不一定是优。在反应优劣客观基础上作出的优劣判断是一种在价值概念基础上的价值判断。而对于具体的计划方案来说,优化是与计划目标相联系的,离开了计划的目的性,计划的优化就失去了参考点,就无法确定优与劣。

客观世界具有无穷尽性和无限发展性,它决定了人们的目标总是随着客观世界的发展变化而变化,这就意味着优化是相对的,如果说其具有绝对性的话,那就是说这种绝对性的优化是在无数的相对优化中实现的,是寓于优化的相对性之中的。人们实现优化的实践都是相对的,是相对性和绝对性的统一。

优化原理包括选择最优的计划目标以及达到这个目标的最优的途径。由于存在多种可能的计划方案,在多种可能性中必有一种是相对而言是最优的,这种客观存在的最优性是优化原理的客观基础。

对于计划制订者来说，如果他或她（们）的思维是合乎理念的，则他或她（们）总是希望所制订的计划相对其知识和所能利用的计划工具应该是最优的，这种主观愿望是优化原理的主观基础。

相对于计划编制者的知识水平和所能利用的计划工具而言是最优的计划，与客观存在的最优方案常常存在较大的差距。我们的目的就是要使计划制订者掌握更多更好的编制计划的方法，提高理论水平和实践能力，使主观愿望所追求的最优计划与客观存在的最优计划尽可能接近或达到一致。

寻求最优计划的现代方法基础是各种最优计划数学模型、对它们的不同求解方法以及电子计算机的迅速普及。编制计划必需进行定量分析，从而，数学作为一种科学思维方法和分析手段自然顺理成章地也构成计划方法的科学基础。数学在计划方法中应用的主要意义，是为我们分析、考察客观经济过程提供了数学模拟的可能性，为选择和确定最优决策和计划提供精确的数据和方案。数学模拟方法的基本含义，就是建立经济数学模型，即建立一种类似于社会经济系统的运转过程而又保持其主要属性的数学公式体系。经济科学研究与自然科学研究不同，它不能在实验室中搞试验。但是，却可以利用数学模型在电子计算机上进行模拟试验，即进行多种方案的计算比较和研究，以便寻求最优的决策和计划。数学方法在经济研究和计划管理中的广泛运用，是与电子计算技术的发展密切相关的。电子计算机是一种现代化的研究手段，它的作用不限于能进行高效、高速的精确计算，还在于具有信息处理、逻辑判断、模拟试验等功能。电子计算机的产生和发展，是当代科学技术发展的重要支柱，也是管理现代化的重要条件。它的出现和现代数学方法的发展，才使大型复杂问题的优化决策和系统分析方法的普遍应用成为可能。

在下一章里，我们将介绍最优计划数学模型的一般特性。从第四章开始，我们将逐步介绍各种最优计划数学模型、它们的求解方法及其在现实世界中的各种应用。

第三章 最优计划数学模型

§ 3.1 最优计划数学模型的特点

最优计划数学模型,属于经济数学模型中的最优化模型。因此,经济数学模型所具有的特点,最优计划数学模型也都具有。这些特点是:以经济理论假设为基础,以数学符号为表现形式,以简化来确保其实用性。

1、经济理论假设是最优计划数学模型的基础 任何最优计划数学模型的建立和运行,都要以一定的经济理论为基础。因为构成模型的各个要素以及它们之间的相互联系,要靠理论分析来揭示和阐明。作为一个模型,最根本的一条就是要与原型相似,即反映所研究的对象某一特征的内在本质联系。如果做不到这一点,模型本身也就失去了意义。最优计划数学模型的原型——计划工作中的客观经济数量关系,并不象自然物体那样是可以直接观摩感受的,只有通过抽象的理论分析才能被揭示,从而得到说明。同时,要从又多又复杂的各种经济数量及其关系中,抽象出最本质、最主要的联系来,没有理论分析的帮助,也是不可想象的。总之,最优计划数学模型的质量,直接取决于经济分析的理论研究的水准。也许有人会问,能不能绕开理论,单纯地依靠计划统计资料来编制最优计划数学模型呢?应当说,这是一种幼稚的想法。建立最优计划数学模型,首先要确定几个基本量,要确定这些量之间的关系,要区分哪些关系是主要的,而哪些关系是次要的,等等。不搞清楚这些问题,模型是建立不起来的。何况计划统计资料也不是一堆任意拼凑的数字,其指标、分组等都是在一定的理论指导下确定的,它的取舍和使用无不受一定理论观点所支配。所以,无论就量的分析或资料处理来说,经济理论总是模型赖以建立的前提和基础。例如,我们要建立一个扩大再生产的最优计划模型,首先必须根据马克思主义的再生产理论,确定社会经济再生产过程的各种要素,如 c 、 v 、 m 等价值要素,补偿基金、积累基金、消费基金等产品分配要素,以及劳动力、资金、自然资源等资源要素,并且确定它们之间的关系,分析它们对发展速度、比例关系、经济效益的影响。在特定的研究目的下,还要确定哪些量和关系是主要的,必须列入模型,哪些是次要的,可以忽略不计,等等。除了建立模型外,运用最优计划数学模型也必须以经济理论为指导。例如,在运用扩大再生产最优计划模型进行国民经济综合平衡时,对它的运算结果,必须从理论上加以说明,赋予它以特定的经济意义。总之,理论所揭示的各种经济要素及其相互关系,是最优计划数学模型的内容。最优计划模型不是纯粹的数学模型,它的每一个量、每一步演算、每一个结果,都具有一定的经济意义。

在模型中形成理论假设,并不是把现成的经济理论简单地搬过来,就可以解决的。要把某种经济理论用到最优计划模型中去,在多数情况下,还要把经济理论具体化,作出针对某一特定问题的理论分析。例如,根据马克思主义经济理论,最大限度地满足人民群众日益增长的物质和文化需要,是社会主义的生产目的。我们在建立社会主义扩大再生产最优计划数学模型时,还必须把这个原理具体化,规定一定时期内最适宜的消费基金及其增长额,形成消费基金比前期增加若干幅度的种种分析,等等。把某种经济理论运用到最优计划模型中去时,需要通过一些中间环节,使之具体化。一般地说,理论总是抽象的,要使它具体化,能在实际中加以运用,也需要依靠模型的帮助。而模型内已经具体化的理论,在没有经过实际数值的检验和印证之前,只能称为假设。理论假设能否成立,是否正确,关系到模型的成败。只有根据正确的经济理论来分析各种有关的量及其关系,确定合理的假设,才能保证模型有良好的性能。

2、数学公式是最优计划数学模型的表现形式 最优计划数学模型,是以数学形式来表示计划工作中的有关经济数量关系的,是有经济内容的数学公式或等式、不等式系统。模型能准

确反映所代表的计划内容中各个要素之间的数量联系，通过运用合适的求解方法，能最优地解决它所反映的经济计划问题。

各种经济量的变化都是相互联系和相互制约的。这种依存关系通常可用数学中的函数关系来反映。例如，有经济量 x 和 y ，如果 x 的变化会引起 y 的变化，在 x 的变化范围内所取的每一个值，总有一个确定的 y 值与之相对应，那么 y 就是 x 的函数，可以写为 $y=f(x)$ ，其中 x 是自变量， y 是因变量。更一般的情形是，自变量和因变量是维数不同的向量，分别记为 $\mathbf{x}$ 和 $\mathbf{y}$ ，它们之间的函数关系表达为：

$$\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (3.1.1)$$

这里 $\mathbf{f}$ 的维数与 $\mathbf{y}$ 的维数相同。例如，设

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix},$$

则 (3.1.1) 式的展开形式为：

$$y_1 = f_1(x_1, x_2, x_3, x_4), \quad y_2 = f_2(x_1, x_2, x_3, x_4)。$$

当然，除了形如 (3.1.1) 式的函数关系外，还存在其它形式的数量关系，如随机的相关关系，模糊关系和不等式关系等等。但是，这并不妨碍人们把 (3.1.1) 式作为构成经济数学模型（从而包括最优计划数学模型）的一般关系式。在这里， $\mathbf{y}$ 中各个元素 f_i 的形式可以是各种各样的。例如，可以是线性关系或非线性关系，可以是代数方程或微分方程，等等，随问题的性质或特点而异。

方程或方程组，作为最优计划数学模型的表现形式，由三个基本要素组成，它们是变量、常量和参数。变量的特点就是“变”，随时间、地点和条件的变化而不断地改变自己的数值。并且，如前所述，变量有自变量和因变量之分，而其中的自变量又常常称为决策变量。常量实质上是确定了了的变量。虽然在经济现象中通常是不存在固定不变的所谓“常量”的，但在特定问题的研究中，当某个变量的值可以用一个确定的数来表示时，它就成了常量。参数是一种特殊的常量，它用来指示一个自变量（决策变量）在某个函数关系中对某个因变量的影响强度（或联系程度）。例如，在函数关系 $y = 3 + 0.8x$ 中， x 、 y 都是变量，3 是常量，0.8 是参数，它表示 x 每增加（减少）一个单位， y 将随着增加（减少）0.8 个单位。

3、合理的简化是最优计划数学模型实用的保证 合理简化是一切经济数学模型，从而也是最优计划数学模型的特点之一，也是模型得以建立的一个必要条件。最优计划模型不是对客观经济现象和计划过程的简单重复，它在反映计划过程中的客观数量关系时，采取了简化的手段，即只反映经济现象和计划过程中主要的、基本的变量和联系，舍弃了次要的、非基本的变量和联系。这有两个原因。首先，由于客观经济现象和经济过程的复杂性及变动性，任何经济数学模型（从而包括最优计划模型）都不可能详细描述研究对象的每个细节和一切变化情况。同时，也没有必要这样做，因为不分主次地把全部因素，从而包括大量偶然因素引进模型，无助于揭示问题的本质。所以，简化不仅不会降低模型的真实性和科学性，反而会提高模型的科学性和增加模型的实用性。其次，简化是为了便于求解等数学处理以最终投入使用。建立模型的目的是为了更好更快地解决现实经济计划问题。如果建立的模型复杂到无法求解，就失去了意义。即使能够求解，如果因为过于复杂而耗资费力，也有一个得失是否相当的问题。所以，合理的适当简化是必不可少的。如果说电子计算机的出现大大方便了人们的计算和求解的话，那么，模型至少要简化到能够在现有的电子计算机上实现计算和求解。

当然，简化必须是有限度的。这种限度取决于两个因素，一是研究对象所允许的误差范围，二是数学方法所能求解的范围和前提条件。建立模型所进行的简化决不能损害对于研究对象的

本质特征的反映，不能妨碍模型的目的实现，不能使误差扩大到与准确度要求相冲突的地步。一般说来，简化会扩大误差。比如，把不规则的变化近似地看作是规则的变化，把其中某些决定不规则变化的因素全部舍弃掉，就会影响模型的准确性。所以，只有在研究对象所允许的范围内，简化才是可行的。此外，在简化过程中，数学方法本身也要受特定条件的限制。比如，在简化数学关系式时，常常把高维化为低维问题来处理，把非线性问题化为线性问题来处理，把概率描述转化为确定性等价物来处理，等等。如果不满足由复杂向简单转化的条件，是无法实现简化要求的。

一般，模型的简化程度随其用途不同而有所不同。用作理论研究用的模型一般可以作较大程度的简化，而用于实际工作的模型就不能过于简化。作为用于指导计划实践的最优计划模型，通常不能过于简化。当然，随着计划工作层次的不同、计划目标和计划内容的不同，各种最优计划模型的简化程度也是不尽相同的，它们取决于计划实践的需要、分析人员的能力以及资料取得的可能性。

除了上述三方面作为经济数学模型所具有的特点之外，最优计划数学模型还具有如下区别于其它经济数学模型的四个方面的基本特征。它们是：存在相互依赖的因素体系；有明确的评价准则；受一定的客观条件制约；以全局出发考虑问题的目标。

1、存在相互依赖的因素体系 在一个最优计划模型中，常常有许多互相依赖的因素，它们在所考虑问题的范围内，构成一个体系。

以最优积累率问题为例，经过简化以后，这个问题通常包含以下经济因素：国民收入，它是积累的源泉；积累率，它确定国民收入中多少用于积累；积累额，它是扩大再生产的保证；新增生产能力，它是积累的结果；新增劳动力，它是与新增生产能力相适应的劳动投入；新增国民收入，它是扩大再生产的结果；人口发展，它是新增劳动力的源泉；消费基金，它是人口发展的基本保障。

在简化的最优积累率模型中，上述因素的互相依赖关系可以用图 3.1.1 简单描绘。国民收入用于积累和消费，决定二者比例的是积累率。在一定的积累率，从而有一定的积累额之下，便有相应的新增生产能力。同时，积累率的确定使得消费基金的数额随之确定，这对人口发展（劳动力的再生产）产生影响，有相应的新增劳动力。新增劳动力和新增生产能力的结合，产生新增国民收入，达到扩大再生产的目的，并开始下一周期的扩大再生产过程。这些因素不是单向依赖，而是互相依赖，组成一个整体，决定了模型的结构。

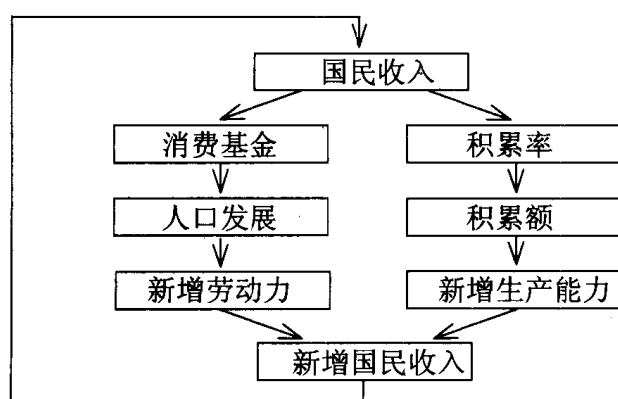


图 3.1.1 简化最优积累率模型中诸因素的互相依赖关系

2、有明确的评价准则 要在有限个或无限个计划方案中选择一个最优的或最满意的计划方案，就必须要有评价优劣的标准或尺度。这种标准或尺度，或者叫目标，在一个最优计划模

型中可以有一个或多个。利用这个(或这些)评价准则,就可以在技术条件允许的范围内找出最优的或者是最满意的计划方案。仍以最优积累率问题为例,积累率可以是离散的,取值分别为20%、22%、25%、28%、30%、33%、35%……等等。积累率也可以是连续的,例如在20%到50%的范围内取值。但是,当我们说积累率甲优于积累率乙的时候,必须有根有据。这个根据就是评价准则。在许多关于最优积累率的研究中,人们把在一定时期内所达到的国民收入最大作为目标,或者把人均国民收入最大作为目标。这样,在选择最优积累率的时候,就以与某个积累率相连的国民收入数或人均国民收入作为鉴别的尺度。

在最优计划模型中,一般用一个(或多个)叫做目标函数的表达式来作为计划方案优劣的评价准则。而且,对最优计划模型的求解,转化为对这个(或这些)目标函数求最大(或最小)值的问题。

3、受一定的客观条件制约 人们的各种经济活动总是受到一定的客观条件的限制。经济计划工作中最常见的就是人力、物力、财力等资源方面的限制,还有其它方面,如自然资源、社会发展、技术条件等方面的限制。仍以最优积累率问题为例。如果仅以国民收入最高作为目标,不考虑社会事业的发展和人民生活水平的提高,那么,积累率越高,新增生产能力就越大,最后,国民收入也就越高。但在实际上,在生产发展的同时,人民的生活水平应该不断提高,各项社会事业应该不断发展。这样,积累率就受到限制,它不能高于某个水平,或者说,消费基金不应低于某个水平。再拿新增劳动力来说,它与人口发展关系极为密切,受劳动力资源的约束。

在最优计划数学模型中,人们用一组等式或不等式来描述、反映在人、财、物、自然资源、时间等方面的制约情况,并把这组等式或不等式叫做约束条件。

4、从全局出发考虑问题的目标 在最优计划数学模型中,是从全局的角度、整体的角度去用既定的评价准则判断各个计划方案的优劣的。例如,在上面简化的最优积累率模型中,如果再细分一下,有几个生产部门,各部门的净产值之和是国民收入。那么,在最优化的过程中,是从这几个部门的净产值之和、即国民收入这个全局来考虑问题、选择方案的。对于几个生产部门中的每个部门来说,其净产值的大小是一个局部,有时可能需要以降低某个部门的净产值来确保整个国民收入的最大增长。比如说,能源供应紧张,在总的能源供应制约条件下,有可能要求削减高能耗部门的生产,促进低能耗部门的发展,使经济发展水平在一定的资源条件下有最优的增长。

§ 3.2 最优计划数学模型的分类

最优计划数学模型的分类,如图3.2.1所示。

在按函数类型分类的最优计划模型中,如果反映目标和约束条件的表达式全部是变量的线性函数,那么,就称其为线性最优计划模型。用数学的术语,称之为线性规划。如果目标和约束条件的表达式中至少有一个是非线性的,就称其为非线性最优计划模型,用数学的术语,称之为非线性规划。

在最优计划模型中,如果忽略或者不考虑各种可能会有的约束条件,只剩下目标函数,则称其为无约束最优计划模型。反之,就称为有约束最优计划模型。一般情况下,从现实经济生产中抽象出来的最优计划模型都是有约束的,但有时为了使问题的讨论得以简化,常常在合理的范围内忽略约束条件,使其变成无约束最优计划问题。此外,有时为了借助于无约束最优化模型的求解方法,往往把有约束的最优计划模型转化成一个或一系列等价的无约束最优化模型。

在最优计划模型中,如果所考虑的目标只有一个,例如,上面关于最优积累率模型中的国

民收入，那么，就称其为单目标最优计划模型。如果模型中同时考虑的目标有好几个，例如，除了国民收入增长要快以外，还要求有一个较高的环境质量，等等，那么，就称其为多目标最优计划模型。通常，多目标问题中的若干目标可能是互相冲突和抵触的，这就大大增加了问题的复杂性。

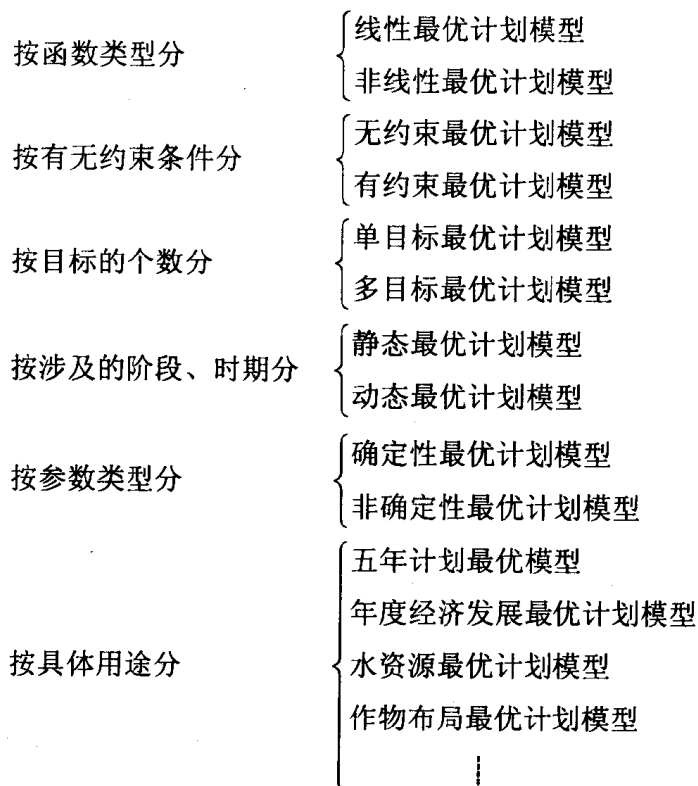


图 3.2.1 最优计划数学模型的分类

在按涉及的阶段、时期分类的模型中，静态最优计划模型一般只涉及某一阶段，某一时期。例如，一般的线性规划属于静态模型，年度最优计划模型也是静态的（如果不是逐月修订的话）。相反，如果模型不仅涉及某一阶段、某一时期，而且还涉及后续阶段、后续时期的情形，就称为动态最优计划模型。动态规划模型和最优控制模型是动态最优化模型中两种最重要的模型。

根据参数的类型，最优计划模型又可以分为确定性的和非确定性的两类。如果模型中的参数是常数，则称其为确定性最优计划模型。如果模型中的参数是随机变量，则称其为概率最优计划模型，它属于非确定性最优计划模型。如果模型中的参数是模糊数，或者约束关系符号是有弹性的（模糊的），则称其为模糊最优计划模型，它也是非确定性最优计划模型。当然，由于不确定性，概率和模糊最优模型的求解比较困难，一种较为有效的方法是想办法把它们转变成等价的、确定性最优计划模型。

至于按具体用途分，则最优计划模型的种类就更多了。例如，有中长期社会经济最优计划模型，专门进行发展战略研究；有农作物最优种植计划模型，专门研究作物布局；有最优人口计划模型，专门考虑人口再生产问题；有水资源最优计划问题，专门讨论水资源的开发、利用和保护，如此等等，不胜枚举。