

内 容 简 介

柯朗的《数学分析引论》一书系统地阐述了微积分学的基本理论及其应用。在叙述上,作者尽量作到严谨而又通俗易懂,并指出概念之间的内在联系和直观背景。原书分两卷,第一卷为单变量情形,第二卷为多变量情形。

第一卷中译本分两册出版。本书为第一卷第一分册。第一章引论包括数、函数、极限和连续性的概念;第二章介绍微分学和积分学的基本概念;第三章为微分和积分的基本运算。各章后面有补篇、附录和大量的例题、习题。它们有助于深入理解本书的内容。

读者对象为理工科大学师生、数学工作者和工程技术人员。

R. Courant F. John

INTRODUCTION TO CALCULUS AND ANALYSIS

Volume 1

John Wiley and Sons, Inc.

微积分和数学分析引论

第一卷 第一分册

R. 柯朗 F. 约翰 著

张鸿林 周民强 译

*

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1979年10月第 一 版 开本: 850×1168 1/32

1979年10月第一次印刷 印张: 11 1/4

印数: 0001—87,550 字数: 291,000

统一书号: 13031·1062

本社书号: 1493·13—1

定价: 1.40 元

内 容 简 介

柯朗与约翰合著的《微积分和数学分析引论》一书系统地阐述了微积分学的基本理论及其应用。在叙述上作者尽量作到既严谨又通俗易懂，并指出概念之间的内在联系和直观背景。原书分两卷，第一卷为单变量情形，第二卷为多变量情形。

第一卷中译本分两册出版，本书为第一卷第二分册，从第四章开始。第四章介绍微积分在物理和几何中的应用；第五章讲述泰勒展开式；第六章讲述数值方法；第七章介绍无穷和与无穷乘积的概念；第八章为三角级数；第九章是与振动有关的最简单类型的微分方程。各章后面有附录、大量的例题和习题。它们有助于深入理解本书的内容。

读者对象为理工科大学师生、数学工作者和工程技术人员。

译者(按分章顺序)：刘嘉善(四)，张文岭(五)，冯泰(六)，王文娟(七)，戴中维(八)，于秀林(九)。参加部分校阅的有林建祥、韩厚德和应龙安。

R. Courant F. John

INTRODUCTION TO CALCULUS AND ANALYSIS

Volume 1

John Wiley and Sons, Inc.

微积分和数学分析引论

第一卷 第二分册

R. 柯朗 F. 约翰 著

刘嘉善 戴中维 等译

冷生明 张顺燕 校

责任编辑 黄南

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1982年1月第一版 开本：850×1168 1/32

1982年1月第一次印刷 印张：10 7/8

印数：0001—11,500 字数：285,000

统一书号：13031·1781

本社书号：2422·13-1

定价：1.65元

序 言

十七世纪后期，出现了一个崭新的数学分支——数学分析。它在数学领域中占据着主导地位。这种新数学思想的特点是，非常成功地运用了无限过程的运算即极限运算。而其中的微分和积分这两个过程，则构成系统微分学和积分学(通常简称为微积分)的核心，并奠定了全部分析学的基础。

当时的知识界人士立即觉察到了这些新发现和新方法的重要性，并深感震惊。然而在开始时，要掌握这一强有力的技术，是非常艰难的任务。因为那时可见到的出版物又少又不完整，还往往阐述得不清楚。所以，新领域的先驱们很快就认识到必须编写教科书，以便使更多的读者能易于接受这门学问，而不象早期只是少数知识界名流熟悉它。这件事对于数学乃至一般科学来说，确实是大有好处的。近代最大的数学家之一——L. 欧拉 (Euler)，在他的一些导引性的著作中，就曾建立起牢固的传统体例。后来虽然在内容的澄清和简化方面作了许多改进，但是十八世纪的那些著作至今仍然具有启发性。

自欧拉以后，继起的著作家们总是把微分学与积分学分开来论述，从而就掩盖了一个关键性问题，即微分和积分之间的互逆关系。只是到了1927年，R. 柯朗的《Vorlesungen über Differential und Integralrechnung》一书德文第一版 (Springer 出版社) 发行以后，这种隔离才消除了，微积分才成为一门统一的学问。

现在这本书的由来，要从上述德文著作及其相继的版本谈起。由于詹姆斯 (James) 和 V. 麦克沙恩 (McShane) 的合作，对原著作了重大增订后的英文版《Calculus》一书，自1934年起由格拉斯哥的黑利和儿子 (Blackie and Sons) 出版社编辑出版了，并经 Interscience-Wiley 出版社大量翻印在美国发行。

这些年来,由于美国的大学和学院教学上日益明显的需要,期望对此著作进行改写.但是,因为原书至今仍在使用和保持着生命力.所以修补原来的译本看来并不是一个好方案.

更为可取的做法是不去试图改编已有的著作,而是用一本全新的书来补充它.这本新书应在许多方面都同欧洲的原著有关联,但要更加明确地针对美国目前的和将来的大学生的需要.当 F. 约翰答应同 R. 柯朗一起来写这本新书时,这一计划才成为现实.(在编辑前书的英文版时, F. 约翰曾给予过很大的帮助.)

本书在形式和内容方面虽与原书显著不同,但都产生于同一的意愿,即直接把学生引向这门学科的核心,并为他们去积极运用所学到的知识做好准备.本书避免教条式的文风,因为那样的文风不利于揭示微积分在直观现实中使之发生的动力和根源.同时,阐明数学分析与其各种应用之间的相互作用,并强调感性认识的意义,仍然是我们这本新书的重要目的.当然,我们也希望能稍微加强一些严格性,这并不妨碍前二目的.

数学,作为一种自封的、一环接一环的真理系统,而不涉及其起因和目的,也是有着它的诱惑力的,并且还能满足某种哲学上的需要.但是,这种在学科本身中作内省的态度和方法,对于那些想要获得独立的智能而不要训条式的教导的学生们是不适宜的;不顾及应用和直观,将导致数学的孤立和衰退;因此,使学生和教师们不受这种自我欣赏的纯粹主义的影响,看来是非常重要的.

本书是为各种程度的学生、数学家、科学家和工程师而写的.我们并不想掩饰困难,以造成这一门学问不难掌握的假象,而宁可从整体上阐明其内在联系和总目的来试图帮助真正有兴趣的读者.

由于对基本性质的冗长讨论会妨碍读者接触丰富的事实,我们有时将这种讨论推置于各章的补篇中.

在各章的末尾附有大量的例题和问题,有些一时不易解答,有些甚至很困难;其中大多数是对正文材料的补充.在附加部分,收集了更多的一般常用的问题和习题,并且给出答案或解法提

示¹⁾。

许多同事和朋友对本书都曾给予帮助。A. A. 布兰克(Blank)不但提出过许多尖锐而富有建设性的批评,并且在整理、增加和精选问题和练习时也起了重要作用。此外,他还承担了编写附加部分的主要任务。在本书各方面的准备工作中,A. 斯洛蒙(Slomon)曾给予大量的无私而有效的帮助。还要感谢 C. 约翰(John), A. 拉克斯(Lax), R. 理奇特米厄(Richtmyer),以及其他朋友,包括詹姆斯和 V. 麦克沙恩。

第一卷主要论及单变量函数,而第二卷将讨论多变量函数的微积分的各分支理论。

最后有一点请学生读者注意,要想一页一页地、毫不费力地学习这样一本书来精通这一学科,可能遭到失败。只有首先选择一些捷径,再反复地回来钻研同样一些问题和难点,才能从更高的观点得到较深刻的理解。

有些段落,读者在第一次学习时可能会遇到障碍,我们均用星号标出以示提醒。还有些比较困难的问题,也加上星号予以指明。

我们希望目前这本新的著作,对于年轻的一代科学家将有所助益。我们深知本书有许多不足之处,因此,诚恳地欢迎批评指正,这对于本书今后的修订会有好处。

R. 柯朗, F. 约翰

1965年6月

1)这部分内容,由 A. A. 布兰克写成单行本《Problem in Calculus and Analysis》出版。——译者注

微积分和数学分析引论

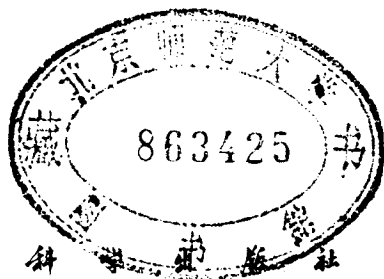
第一卷 第二分册

R. 柯朗 F. 约翰 著

刘嘉善 戴中维 等 译

冷生明 张顺燕 校

10110111



1982

目 录

第一章 引言	1
1.1 实数连续统	1
a. 自然数系及其扩充. 计数和度量(2)	
b. 实数和 <u>区间套</u> (7)	
c. 十进小数. 其他进位制(9)	
d. 邻域的定义(13)	
e. 不等式(13)	
1.2 函数的概念	18
a. 映射——图形(20)	
b. 连续变量的函数概念的定义. 函数的定义域和值域(23)	
c. 函数的图形表示. 单调函数(26)	
d. 连续性(31)	
e. 中间值定理. 反函数(46)	
1.3 初等函数	49
a. 有理函数(49)	
b. 代数函数(50)	
c. 三角函数(51)	
d. 指数函数和对数函数(52)	
e. 复合函数. 符号积. 反函数(54)	
1.4 序列	57
1.5 数学归纳法	58
1.6 序列的极限	63
a. $a_n = \frac{1}{n}$ (63)	
b. $a_{2m} = \frac{1}{m}$; $a_{2m-1} = \frac{1}{2m}$ (64)	
c. $a_n = \frac{n}{n+1}$ (65)	
d. $a_n = \sqrt[n]{p}$ (66)	
e. $a_n = \alpha^n$ (67)	
f. a^n 和 $\sqrt[n]{p}$ 的极限之几何解释(68)	
g. 几何级数(70)	
h. $a_n = \sqrt[n]{n}$ (72)	
i. $a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ (72)	
j. $a_n = \frac{n}{\alpha^n}$, 其中 $\alpha > 1$ (73)	
1.7 再论极限概念	73
a. 收敛和发散的 <u>定义</u> (73)	
b. 极限的有理运算(75)	
c. 内在的收敛判别法. 单调序列(76)	
d. 无穷级数及求和符号(78)	
e. 数 e (81)	
f. 作为极限的数 π (84)	

1.8 连续变量的函数的极限概念	85
a. 初等函数的一些注记(90)	
补篇	92
S1 极限和数的概念	93
a. 有理数(94) b. 有理区间套序列定义实数(95) c. 实数的顺序、极限和算术运算(97) d. 实数连续统的完备性, 闭区间的紧致性, 收敛判别法则(100) e. 最小上界和最大下界(103) f. 有理数的可数性(104)	
S2 关于连续函数的定理	105
S3 极坐标	108
S4 关于复数的注记	109
问题	112
第二章 积分学和微分学的基本概念	127
2.1 积分	128
a. 引言(128) b. 作为面积的积分(129) c. 积分的分析定义, 表示法(131)	
2.2 积分的初等实例	136
a. 线性函数的积分(136) b. x^2 的积分(138) c. x^α 的积分(α 是不等于-1的整数)(139) d. x^α 的积分 (α 是不等于-1的有理数)(142) e. $\sin x$ 和 $\cos x$ 的积分(143)	
2.3 积分的基本法则	145
a. 可加性(145) b. 函数之和的积分, 函数与常数乘积的积分(146) c. 积分的估值(148) d. 积分学中值定理(149)	
2.4 作为上限之函数的积分——不定积分	152
2.5 用积分定义对数	154
a. 对数函数的定义(154) b. 对数的加法定理(156)	
2.6 指数函数和幂函数	159
a. 数 e 的对数(159) b. 对数函数的反函数, 指数函数(160) c. 作为幂的极限的指数函数(162) d. 正数的任意次幂的定义(162) e. 任何数为底的对数(163)	

2.7 x 的任意次幂的积分	164
2.8 导数	165
a. 导数与切线(166) b. 作为速度的导数(172) c. 微分法举例 (174) d. 一些基本的微分法则 (176) e. 函数的可微性和连续 性(177) f. 高阶导数及其意义(180) g. 导数和差商. 莱布尼兹 表示法(182) h. 微分学中值定理 (184) i. 定理的证明(186)	
j. 函数的线性近似. 微分的定义(190) k. 关于在自然科学中的 应用的一点评述(195)	
2.9 积分、原函数和微积分基本定理	196
a. 不定积分的导数(196) b. 原函数及其与积分的关系(198)	
c. 用原函数计算定积分(201) d. 例(202)	
补篇 连续函数的定积分的存在性	204
问题	207

第三章 微分法和积分法

第一部分 初等函数的微分和积分

3.1 最简单的微分法则及其应用	214
a. 微分法则(214) b. 有理函数的微分法(217) c. 三角函数的 微分法(218)	
3.2 反函数的导数	219
a. 一般公式(219) b. n 次幂的反函数: n 次根(222) c. 反三 角函数——多值性(224) d. 相应的积分公式(228) e. 指数函 数的导数与积分(230)	
3.3 复合函数的微分法	230
a. 定义(230) b. 链式法则(231) c. 广义微分学中值定理(235)	
3.4 指数函数的某些应用	236
a. 用微分方程定义指数函数(237) b. 连续复利. 放射性蜕变 (237) c. 物体被周围介质冷却或加热(239) d. 大气压随地面上 的高度的变化(239) e. 化学反应过程(241) f. 电路的接通或切 断(241)	
3.5 双曲函数	242

a. 分析的定义(242) b. 加法定理和微分公式(245) c. 反双曲函数(246) d. 与三角函数的其他相似性(248)	
3.6 最大值和最小值问题	250
a. 曲线的下凸和上凸(250) b. 最大值和最小值——极值问题。平稳点(252)	
3.7 函数的量阶	263
a. 量阶的概念。最简单的情形(263) b. 指数函数与对数函数的量阶(264) c. 一点注记(267) d. 在一点的邻域内函数的量阶(267) e. 函数趋向于零的量阶(268) f. 量阶的“ O ”和“ o ”表示法(269)	
附录	271
A1 一些特殊的函数	272
a. 函数 $y = e^{-\frac{1}{x^2}}$ (272) b. 函数 $y = e^{-\frac{1}{x}}$ (273) c. 函数 $y = \tanh \frac{1}{x}$ (274) d. 函数 $y = x \tanh \frac{1}{x}$ (275) e. 函数 $y = x \sin \frac{1}{x}$, $y(0) = 0$ (275)	
A2 关于函数可微性的注记	276
第二部分 积分法	278
3.8 初等积分表	280
3.9 换元法	281
a. 换元公式。复合函数的积分(281) b. 换元公式的另一种推导方法(286) c. 例。积分公式(287)	
3.10 换元法的其他实例	288
3.11 分部积分法	292
a. 一般公式(292) b. 分部积分的其他例子(294) c. 关于 $f(b) + f(a)$ 的积分公式(296) d. 递推公式(296) e. π 的瓦里斯(Wallis)无穷乘积(298)	
3.12 有理函数的积分法	300
a. 基本类型(301) b. 基本类型的积分(303) c. 部分分式(304) d. 分解成部分分式举例。待定系数法(307)	
3.13 其他几类函数的积分法	310

a. 圆和双曲线的有理表示法初阶(310)	b. $R(\cos x, \sin x)$ 的积分法(312)	c. $R(\cosh x, \sinh x)$ 的积分法(314)	d. $R(x, \sqrt{1-x^2})$ 的积分法(314)	e. $R(x, \sqrt{x^2-1})$ 的积分法(314)	f. $R(x, \sqrt{x^2+1})$ 的积分法(315)	g. $R(x, \sqrt{ax^2+2bx+c})$ 的积分法(315)	h. 化为有理函数积分的其他例子(316)	i. 注记(317)
第三部分 积分学的进一步发展 318								
3.14 初等函数的积分 318								
a. 用积分定义的函数. 椭圆积分和椭圆函数(318)								
b. 关于微分和积分(321)								
3.15 积分概念的推广 321								
a. 引言. 广义积分的定义(321)								
b. 无穷间断的函数(323)								
c. 作为面积的解释(325)								
d. 收敛判别法(325)								
e. 无穷区间上的积分(327)								
f. 伽玛函数(329)								
g. 狄里克莱(Dirichlet)积分(330)								
h. 变量置换. 菲涅耳(Fresnel)积分(332)								
3.16 三角函数的微分方程 333								
a. 关于微分方程的初步说明(333)								
b. 由微分方程和初始条件定义的 $\sin x$ 和 $\cos x$ (334)								
问题 336								

目 录

第四章 在物理和几何中的应用	(349)
4.1 平面曲线理论	(349)
a. 参数表示(349) b. 参数变换(351) c. 沿曲线的运动, 时间作为参量. 摆线的例子(352). d. 曲线的分类, 定向(357). e. 导数, 切线和法线的参数表示(367) f. 曲线的长度(371) g. 弧长作为参数(376) h. 曲率(378) i. 坐标轴变换, 不变量(384) j. 狭义相对论中的匀速运动(386) k. 表示闭曲线内部面积的积分(389) l. 质量中心和曲线的矩(397) m. 旋转曲面的面积和体积(398) n. 惯性矩(399)	
4.2 例	(400)
a. 普通摆线(400) b. 悬链线(402) c. 椭圆和双纽线(402)	
4.3 二维向量	(403)
a. 用平移定义向量. 记号(404) b. 向量的加法和乘法(408) c. 变向量及其导数和积分(416) d. 对平面曲线的应用, 方向, 速度和加速度(417)	
4.4 在给定力作用下质点的运动	(420)
a. 牛顿运动定律(421) b. 落体运动(422) c. 约束在给定曲线上的质点的运动(423)	
4.5 受到空气阻力的自由落体运动	(426)
4.6 最简单的一类弹性振动——弹簧的运动	(428)
4.7 在给定曲线上的运动	(429)
a. 微分方程和它的解(429) b. 沿一曲线下滑的质点(431) c. 运动的讨论(433) d. 普通摆(434) e. 圆滚摆(435)	
4.8 引力场中的运动	(437)
a. 牛顿万有引力定律(437) b. 绕引力中心的圆周运动(438) c. 径向运动——逃逸速度(440)	
4.9 功和能	(442)

a. 力在运动中所作的功(442)	b. 功和动能, 能量守恒(444)
c. 两个质点间的相互引力(445)	d. 弹簧的拉伸(447)
e. 电容器充电(447)	
附录	(447)
A.1 法包线的性质	(447)
A.2 闭曲线包围的面积, 指数	(454)
问题	(458)
第五章 泰勒展开式	(463)
5.1 引言: 幂级数	(463)
5.2 对数和反正切的展开式	(465)
a. 对数函数(465)	b. 反正切函数(467)
5.3 泰勒定理	(468)
a. 多项式的泰勒表示(469)	b. 非多项式函数的泰勒公式(469)
5.4 余项的表示式及其估计	(470)
a. 柯西和拉格朗日余项(470)	b. 泰勒公式的另一种推导法(474)
5.5 初等函数的展开式	(477)
a. 指数函数(477)	b. $\sin x, \cos x, \sinh x, \cosh x$ 的展开式(478)
c. 二项式级数(479)	
5.6 几何应用	(482)
a. 曲线的接触(482)	b. 关于相对极大值和相对极小值的理论(485)
附录 I	(496)
A.I.1 不能展成泰勒级数的函数的例	(486)
A.I.2 函数的零点和无限点	(487)
a. n 阶零点(487)	b. ν 阶无限(488)
A.I.3 不定式	(488)
A.I.4 各阶导数都不为负的函数的泰勒级数的收敛性	(491)
附录 II 插值法	(495)
A.II.1 插值问题, 唯一性	(495)
A.II.2 解的构造, 牛顿插值公式	(496)

A.II.3	余项的估计	(499)
A.II.4	拉格朗日插值公式	(502)
	问题	(503)
第六章	数值方法	(506)
6.1	积分的计算	(506)
	a. 矩形近似公式(507) b. 改进的近似式——辛卜生法则(508)	
6.2	数值方法的另一些例	(515)
	a. “误差计算”(515) b. π 的计算(518) c. 对数的计算(519)	
6.3	方程的数值解法	(520)
	a. 牛顿法(521) b. 假位法(524) c. 迭代法(525) d. 迭代与 牛顿程序(528)	
附录		(530)
A.1	斯特林公式	(530)
	问题	(534)
第七章	无穷和与无穷乘积	(536)
7.1	收敛与发散的概念	(537)
	a. 基本概念(537) b. 绝对收敛与条件收敛(539) c. 项的重 新排列(543) d. 无穷级数的运算(546)	
7.2	绝对收敛和发散的判别法	(546)
	a. 比较判别法, 控制级数(547) b. 与几何级数相比较的收敛 判别法(547) c. 与积分相比较(550)	
7.3	函数序列	(553)
	a. 函数与曲线序列的极限过程(553)	
7.4	一致收敛与不一致收敛	(555)
	a. 一般说明和定义(555) b. 一致收敛的一个判别法(561) c. 连续函数的一致收敛级数之和的连续性(562) d. 一致收敛级 数的积分(563) e. 无穷级数的微分法(565)	
7.5	幂级数	(566)
	a. 幂级数的收敛性质——收敛区间(567) b. 幂级数的积分法 和微分法(569) c. 幂级数的运算(570) d. 展开式的唯一性(571)	

e. 解析函数(572)	
7.6 给定函数的幂级数展开式. 待定系数法. 例.....	(573)
a. 指数函数(573) b. 二项式级数(574) c. $\arcsin x$ 的级数(576)	
d. $\arcsinh x = \log [x + \sqrt{1+x^2}]$ 的级数(576) e. 级数乘法的例(577)	
f. 逐项积分的例(椭圆积分)(577)	
7.7 复数项幂级数.....	(578)
a. 在幂级数中引进复数项. 三角函数的复数表示式(578)	
b. 复变函数一般理论一瞥(580)	
附录.....	(582)
A.1 级数的乘法和除法.....	(582)
a. 绝对收敛级数的乘法(582)	
b. 幂级数的乘法和除法(583)	
A.2 无穷级数与广义积分.....	(584)
A.3 无穷乘积.....	(586)
A.4 含有伯努利数的级数.....	(589)
问题.....	(591)

第八章 三角级数..... (600)

8.1 周期函数.....	(601)
a. 一般说明. 函数的周期开拓(601)	
b. 一个周期上的积分(602)	
c. 谐振(603)	
8.2 谐振的迭加.....	(605)
a. 谐波. 三角多项式(605)	
b. 拍(610)	
8.3 复数表示法.....	(611)
a. 一般说明(611)	
b. 交流电上的应用(612)	
c. 三角多项式的复数表示法(614)	
d. 一个三角公式(615)	
8.4 傅立叶级数.....	(616)
a. 傅立叶系数(616)	
b. 基本引理(618)	
c. $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$ 的证明(619)	
d. 函数 $\phi(x) = x$ 的傅立叶展式(621)	
e. 关于傅立叶展开的主要定理(624)	
8.5 傅立叶级数的例.....	(629)
a. 预先说明(629)	
b. 函数 $\phi(x) = x^2$ 的展开式(629)	
c. $x \cos x$	

的展开式(630) d. 函数 $f(x) = x $ (631) e. 一个分段常数函数(632) f. 函数 $ \sin x $ (633) g. $\cos \mu x$ 的展开式. 余切分解为部分分式. 正弦的无穷乘积(633) h. 进一步的例(635)	
8.6 收敛性的进一步讨论	(636)
a. 结果(636) b. 贝塞耳不等式(636) c. 推论(a),(b)和(c)的证明(637) d. 傅立叶系数的量阶. 傅立叶级数的微分法(640)	
8.7 三角多项式和有理多项式的近似法	(641)
a. 关于函数表示法的一般说明(641) b. 外尔斯特拉斯逼近定理(641) c. 按算术平均值的傅立叶多项式的费叶尔三角近似式(643) d. 在平均意义下的逼近和巴色瓦关系式(645)	
附录 I	(648)
A.I.1 周期区间的伸缩变换. 傅立叶积分定理	(648)
A.I.2 非连续点上的吉布斯现象	(650)
A.I.3 傅立叶级数的积分	(652)
附录 II	(654)
A.II.1 伯努利多项式及其应用	(654)
a. 定义及傅立叶展式(654) b. 生成函数;三角余切和双曲余切的泰勒级数(657) c. 欧拉-马克劳林求和公式(660) d. 应用. 渐近表达式(662) e. 幂级数的和; 伯努利数的递推公式(664) f. 欧拉常数和斯特林级数(665)	
问题	(668)
第九章 关于振动的最简单类型的微分方程	(671)
9.1 力学和物理学的振动问题	(671)
a. 简单的机械振动(671) b. 电的振荡(672)	
9.2 齐次方程的解法. 自由振动	(673)
a. 形式解(673) b. 解的诠释(676) c. 满足给定的初始条件. 解的唯一性(676)	
9.3 非齐次方程. 强迫振动	(678)
a. 一般说明. 叠加法(678) b. 非齐次方程的解法(679) c. 共振曲线(681) d. 振动的进一步讨论(683) e. 关于记录仪器构造的说明(685)	